

Korta lösningar till del 1 av tentan i s0008m den 26 augusti 2025

1. Att bara A inträffar kan skrivas $A \cap B^c \cap C^c \cap D^c$ och oberoende ger

$$P(\text{bara } A) = P(A \cap B^c \cap C^c \cap D^c) = P(A)P(B^c)P(C^c)P(D^c).$$

Sannolikheten för bara B , bara C respektive bara D fås på liknande sätt. Händelsen att exakt en av händelserna inträffar kan skrivas som den disjunkta unionen

$$\{\text{bara } A\} \cup \{\text{bara } B\} \cup \{\text{bara } C\} \cup \{\text{bara } D\}.$$

Om vi adderar de fyra sannolikheterna får vi $P(\{\text{exakt en}\}) = 0.0662$.

2. Inför händelserna S = slumpmässigt vald person skadas, M = slumpmässigt vald person är man, K = slumpmässigt vald person är kvinna. Vi har $P(S) = 0.01$, $P(M | S) = 0.57 \Rightarrow P(M \cap S) = 0.0057$, alltså $P(K \cap S) = 0.01 - 0.0057 = 0.0043$. Med $P(K) = 0.30$ fås

$$P(S | K) = \frac{P(K \cap S)}{P(K)} = \frac{0.0043}{0.30} = 0.01433 \dots = \boxed{1.43\%}.$$

3. Låt positionen efter 8 steg vara ξ och låt η vara antal steg i positiv riktning. Att avståndet från 0 efter 8 steg är ≥ 2 är samma sak som att ξ är ≤ -2 eller ≥ 2 vilket är samma sak som att $\eta \geq 5$ eller $\eta \leq 3$. Eftersom $\eta \in \text{Bin}(8, 0.5)$ får vi $P(\text{avståndet minst } 2) = P(\eta \geq 5 \text{ eller } \eta \leq 3) = 2P(\eta \leq 3) = 0.7265625$.

4. Om $X \in R(0, 1)$ så har vi $\mu = 1/2, \sigma = 1/\sqrt{12}$. Vi får

$$P(-1/\sqrt{12} \leq X \leq 1/\sqrt{12}) = 2/\sqrt{12} = 57.7\%.$$

5. Nettovinsten $\eta = 40\xi - 250$, där $\xi \in Po(30)$. Satsen om linjära funktioner ger $V(\eta) = 40^2 V(\xi) = 40^2 \cdot 30 \Rightarrow \sigma_\eta = 40 \cdot \sqrt{30} = 219.089$.

6. Här är $\xi_i \in \text{Exp}(0.6)$. CGS ger approximationen $\xi = \sum_{i=1}^{40} \xi_i \in N(40 \cdot 0.6, \sqrt{40} \cdot 0.6)$. Vi får $P(\xi > 78) = 0.141$.

7. $\xi_A \in N(55.9, 3)$ och $\xi_S \in N(50.7, 5.2)$ är oberoende och vi söker

$$P(\xi_S > \xi_A) = P(\xi_S - \xi_A > 0).$$

Sats 6.2 ger $\xi_S - \xi_A \in N(-5.2, 6.0033)$. Vi får $P(\xi_S - \xi_A > 0) = 0.1932$.

8. Då H_0 är sann är z en observation från $N(0, 1)$ och testet blir: förkasta H_0 om $z < -1.96$.

9. Vi får modellantaganden för 'Två stickprov'. Konfidensintervallets nedre gräns blir 0.953.

- 10 För varje test: signifikansnivå 0.10, styrka 0.89 $\Rightarrow P(\text{felaktigt accepterar } H_0) = 0.11$. $\xi \in \text{Bin}(9, 0.11)$ = antal som felaktigt accepterar H_0 . Sök $\mathbb{P}[X \geq 3] = 1 - \sum_{k=0}^2 \binom{9}{k} 0.11^k 0.89^{9-k} = 6.72\%$.

- 11 Se exempel 11.12 i boken. Svar: 0.234

- 12 Svar: 9