

Korta lösningar till tentan i s0008m den 16 mars 2026

1. $P(\xi \geq 7 \mid \xi \geq 4) = P(\xi \geq 7)/P(\xi \geq 4) = 0.07327/0.48478 = 0.151.$

2. Låt ξ =antal hjärter av de 5 utvalda. Då gäller att $\xi \in \text{Hyp}(N, n, p)$, där $N = 52, n = 5, p = 0.25$. Vi får

$$P(= 1) = \frac{\binom{13}{1}\binom{39}{4}}{\binom{52}{5}} = 0.411.$$

3. Låt ξ =antal fungerande lampor efter 3 år. Då gäller $\xi \in \text{Bin}(19, 0.98)$. Formelbladet ger $V(\xi) = 19 \cdot 0.98 \cdot 0.02 = 0.3724$.

4. Väntevärdet för ξ_i blir

$$\int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx = \int_0^5 x \cdot 0.08x dx = 10/3.$$

Satsen om linjära funktioner ger $E(\xi_1 + \xi_2) = E(\xi_1) + E(\xi_2) = 20/3 = 6.66 \dots$

5. Vi löser $F(L_{25}) = 1 - e^{-L_{25}/25} = 0.25$ och får $L_{25} = -25 \cdot \ln(0.75) = 7.19$.

6. Låt ξ_i stå för väntetid dag i . Här antas att $\xi_i \in R(0, 10)$. Med hjälp av CGS och formelbladet får vi att $\xi \in N(5, 0.40824)$ approximativt. Det ger $P(\xi > 5.7) \approx 0.044$.

8. Q är den vanliga t -kvoten så $q = t_{0.05}(5) = 2.015$.

8. Intervallet $\bar{x} \pm \lambda_{0.025} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ har bredd $2\lambda_{0.025} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. Vi löser ekvationen $4 = 2\lambda_{0.025} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, avrundar uppåt och får $n = 62$.

9. Här måste stickprov i par användas eftersom de yttre förhållandena varierar mellan dagarna. Differenser $z = A - B$ ger

$$\bar{z} = 4.583, \quad s_z = 23.279.$$

Ett 95%-KI:

$$\bar{z} \pm t_{0.05}(5) \frac{s_z}{\sqrt{6}}.$$

Övre gräns: 29.0

10. Låt ξ =antal forskare som förkastas H_0 . Då gäller att $\xi \in \text{Bin}(9, p)$, där p är sannolikheten att en forskare förkastar H_0 . Eftersom H_0 antas sann är $p = \alpha = 0.05$. Vi får $P(\xi \geq 2) = 1 - P(\xi \leq 1) = 0.0712$.

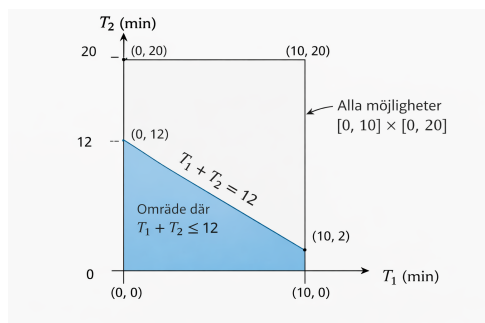
11. Satsen om linjära funktioner ger

$$\begin{aligned} E((\xi_1 + \xi_2) \cdot (\xi_1 + \xi_3)) &= E(\xi_1^2 + \xi_1 \cdot \xi_3 + \xi_1 \cdot \xi_2 + \xi_2 \cdot \xi_3) \\ &= E(\xi_1^2) + E(\xi_1 \cdot \xi_3) + E(\xi_1 \cdot \xi_2) + E(\xi_2 \cdot \xi_3). \end{aligned}$$

Definitionen av varians och kovarians ger

$$\begin{aligned} & E(\xi_1^2) + E(\xi_1 \cdot \xi_3) + E(\xi_1 \cdot \xi_2) + E(\xi_1 \cdot \xi_3) \\ &= V(\xi_1) + Cov(\xi_1, \xi_3) + Cov(\xi_1, \xi_2) + Cov(\xi_2, \xi_3) \\ &= 1 - 0.4 + 0.2 + 0.6 = 1.4 \end{aligned}$$

12. Låt ξ_i =väntetid för buss i , $i = 1, 2$. Eftersom variablerna är oberoende och $\xi_1 \in R(0, 10)$, $\xi_2 \in R(0, 20)$, blir (ξ_1, ξ_2) likformigt fördelad på rektangeln $[0, 10] \times [0, 20]$ som visas i figuren nedan.



Att summan $\xi_1 + \xi_2 \leq 12$ är samma sak som att punkten (ξ_1, ξ_2) ligger i det skuggade området. Det området har area lika med 70. Så sannolikheten att (ξ_1, ξ_2) ligger i det skuggade området är $70/200 = 0.35$.