

Korta lösningar till del 1 av tentan i s0008m den 17 december 2025

1. Den betingade sannolikheten ges av

$$P(A | B^c) = \frac{P(A \cap B^c)}{P(B^c)} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - P(B)}.$$

Insättning av givna värden ger

$$P(A | B^c) = 0.375.$$

2. Sannolikheten att ett jordbruk både odlar ekologiskt och har mjölkkor är

$$p = 0.61 \cdot 0.87 = 0.5307.$$

Antalet sådana jordbruk bland 12 är binomialfördelat:

$$P(X = 3) = \binom{12}{3} p^3 (1-p)^9 = 0.0363.$$

3. Summan 3 kan fås på två sätt: $(1, 2)$ och $(2, 1)$.

$$P(\text{summan} = 3) = \frac{2}{36} = 0.0556.$$

4. X_i = antal prickar på tärning har likformig fördelning på $\{1, 2, \dots, 6\}$. Formelbladet ger

$$\text{Var}(X_i) = \frac{35}{12}.$$

För summan av två (oberoende) tärningar:

$$\text{Var}(X_1 + X_2) = \frac{35}{12} + \frac{35}{12} = \frac{35}{6} = 5.83.$$

5. Kravet $\int_0^1 f(x) dx = 1$ ger

$$a/2 + 2 = 1 \Rightarrow a = -2.$$

6. Enligt CGS är X = summan av 40 stycken oberoende $Po(2)$ -fördelade variabler approximativt $N(40 \cdot 2, \sqrt{40} \cdot \sqrt{2})$ -fördelad:

$$P(X \leq 90) \approx \Phi\left(\frac{90 - 80}{\sqrt{80}}\right) = 0.8682.$$

7. Att det i genomsnitt läggs till 6 block per timme betyder att det i genomsnitt dröjer 10 minuter mellan block. Dvs om ξ står för tiden till nästa block så har vi $\xi \in \text{Exp}(\lambda)$ där $E(\xi) = 10 \Rightarrow \lambda = 0.1$. Vi får

$$P(\xi > 30) = e^{-0.1 \cdot 30} = e^{-3} = 0.04978.$$

8. Svar: 31.

9. Differenser $z = A - B$ ger

$$\bar{z} = 0.1428571, \quad s_z = 0.1397276.$$

Ett 90%-KI:

$$\bar{z} \pm t_{0.05}(6) \frac{s_z}{\sqrt{7}}.$$

Övre gräns: 0.245

10 Halva intervallängden är

$$1.96 \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} = 0.392.$$

Ger $n = 25$.

11 Minsta varians fås vid perfekt negativ korrelation:

$$\text{Var}(\xi_1 + \xi_2) = (\sqrt{4} - \sqrt{49})^2 = 25.$$

12 Likformig fördelning på cirkelskiva med radie 9 och ζ =avstånd från origo:

$$P(2.5 < \zeta < 7) = \frac{7^2 - 2.5^2}{9^2} = \frac{42.75}{81} = 0.5278.$$