

1 Uppgift 1

För de **oberoende** händelserna A , B och C gäller att $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.74$, $P(C) = 0.6$.

Låt $D = A \cup B \cup C$. Beräkna den betingade sannolikheten $P(A|D)$.

Svara i **procent** med **en decimal**.: .

Totalpoäng: 2

2 Uppgift 2

Hastigheten i x-led (enhet: m/s) för en partikel i viss gas har en $N(0, 2.17)$ -fördelning. Partikelns rörelseenergi i x-led är halva massan gånger hastigheten i kvadrat.

Om partikelns massa (enhet: kg) är $6.39 \cdot 10^{-23}$, vad är då väntevärdet av partikelns rörelseenergi i x-led? Svaret kan skrivas $a \cdot 10^{-23}$. Ange värdet på a och svara med

två decimaler. .

Totalpoäng: 2

3 Uppgift 3

Antalet fartyg som ankommer till en bestämd hamn under loppet av en dag har visat sig vara Poissonfördelat med $\lambda=3$. Om det kommer fler än **5** fartyg på en dag behöver man kalla in extrapersonal för den dagen. Vad är sannolikheten för att man under en 7-dagarsperiod behöver kalla in extrapersonal under minst 2 dagar?

Svara i **procent** med **två decimaler**. : .

Totalpoäng: 2

4 Uppgift 4

Betrakta följande sannolikhetsfördelning där konstanten a är strikt positiv.

x	$-a$	0	a
$P(\xi = x)$	1/3	1/3	1/3

För vilken värde på a blir standardavvikelsen i fördelningen lika med 2? Dvs för vilket värde på a gäller att $V(\xi) = 4$? Svara med **två decimaler**.

: .

Totalpoäng: 2

5 Uppgift 5

Den tid som det tar för en rörmokare (enhet: timmar) att genomföra ett visst arbete har en exponentialfördelning vars väntevärde är lika med 4. Varje **påbörjad** timme innebär 900 kr i lönekostnad.

Anna har beställt ett arbete av den aktuella typen. Anna behöver också köpa ett busskort för 600 kr. Om hon har 3500 kr, vad är då sannolikheten att hon både har råd att betala och köpa nytt busskort?

Svara i **procent** med **en decimal**. .

Totalpoäng: 2

6 Uppgift 6

På en gatstump vars längd är 12 m parkeras slumpmässigt en 5 m lång bil. Vad är sannolikheten att ytterligare en bil av samma längd får plats? Använd en lämpligt vald rektangelfördelning för att besvara frågan.

Ange ditt svar i **procent** med **två decimaler**.

: .

Totalpoäng: 2

7 Uppgift 7

De stokastiska variablerna $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{30}$ är oberoende och har samma kontinuerliga fördelning, vars frekvensfunktion är $f(x) = 2x$, $0 \leq x \leq 1$.

Låt ξ står för summan av dessa 30 oberoende slumpvariabler.

Beräkna sannolikheten $P(\xi > 22)$. Svara i **procent** med **minst en decimal**.

Kommentar: Som vanligt får approximationer användas om sådana skulle kunna motiveras.

Totalpoäng: 2

8 Uppgift 8

En tillverkare A av brytpinnar påstår att brytpinnarnas genomsnittliga livslängd är 195 timmar. En konkurrent B tvivlar starkt på detta påstående och hävdar att den genomsnittliga livslängden är 185 timmar. Man låter en opartisk testanstalt mäta livslängden hos 25 slumpmässigt utvalda brytpinnar från A:s tillverkning. Medelvärde av de 25 mätningarna, som betraktas som observationer från en normalfördelning med standardavvikelsen 12 timmar, blev 195.

Du vill hjälpa tillverkare A ställa upp ett hypotestest för att försöka visa att hans påstående är riktigt. Ställ upp nollhypotes och mothypotes och formulera en beslutsregel där **medelvärdet** är testvariabel. Vilket värde ska medelvärdet jämföras med för att testet ska få 10 % signifikansnivå? Svara med **två decimaler**.

Totalpoäng: 2

9 Uppgift 9

Nils undrar om utomhustemperaturen i Luleå är högre i Centrum än på Hertsön, som ligger en bit utanför stan. För att undersöka detta mäter han temperaturen vid sex tidpunkter under en dag i januari. Resultatet ges nedan.

Tid	07:00	09:00	12:30	15:00	18:00	22:00
Temperatur i centrum	-12	-9.1	-6	-4.3	-10	-14.2
Temperatur på Hertsön	-13	-9.2	-6.2	-5	-10.5	-13.9

Beräkna ett 95% konfidensintervall för den genomsnittliga temperaturskillnaden mellan centrum och Hertsön, *definierad som genomsnittlig temperatur i centrum minus genomsnittlig temperatur på Hertsön*, under lämpliga normalfördelningsantaganden. Svara med intervallets **nedre gräns** och ange ditt svar med **tre decimaler**.

Totalpoäng: 2

10 Uppgift 10

En låda innehåller 5000 bollar varav $5000 \cdot p$ är röda, dvs p står för andelen röda bollar i lådan. För att testa

$H_0: p = 0.1$ mot $H_1: p > 0.1$

tar man 10 bollar på måfå utan återläggning och förkastar H_0 om **minst 3** av de 10 bollarna är röda.

Vad blir **styrkan** för detta test då $p = 0.4$? Svara i **procent** med **en decimal**.

Kommentar: Som vanligt får approximationer användas om sådana skulle kunna motiveras.

Totalpoäng: 2

11 Uppgift 11

En punkt på cirkelskivan som har sitt centrum i origo och vars radie är lika med 1 väljs slumpmässigt (med likformig fördelning). Låt (ξ, η) beteckna punktens (slumpmässiga) x - och y -koordinater.

Bestäm den betingade fördelningen för ξ givet att $\eta=0.8$. Vad är **variansen** i den **betingade** fördelningen? Svara med minst **två decimaler**.

: .

Totalpoäng: 3

12 Uppgift 12

På en universitetskurs används ett system där studenterna kan få bonuspoäng genom att göra wequizar. Låt slumpvariabeln ξ vara 0 eller 1 beroende på om en slumpmässigt vald student har bonuspoäng (1 om bonuspoäng, 0 annars) och låt slumpvariabeln η vara 0 eller 1 beroende på om studenten får godkänt på tentan (1 om godkänd).

Baserat på en statistiken på kursen kan man anta att fördelningen för (ξ, η) är den som visas i tabellen nedan.

Beräka **korrelationen** mellan bonuspoäng och betyg. Svara med tre decimaler.

Bonus \ Betyg	0	1
0	0.185	0.165
1	0.14	0.51

Totalpoäng: 2

13 Uppgift 13

[Uppgift 13-15 utgör del 2 av tentan]

Skriv en fullständig lösning till uppgift 7. Om du redan skrivit en fullständig lösning på uppgift så kan du bara skriva "Se uppgift 7" på lösningspappret.

Uppgift 7 återges nedan så att du slipper bläddra.

De stokastiska variablerna $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{30}$ är oberoende och har samma kontinuerliga fördelning, vars frekvensfunktion är $f(x) = 2x$, $0 \leq x \leq 1$.

Skriv inte i rutan. Skriv på papper istället.

Totalpoäng: 10

15 Uppgift 15

Antag att X och Y är oberoende och $R(-0.5, 0.5)$ -fördelade. Bestäm fördelningsfunktion och frekvensfunktion för slumpvariabeln $Z = X^2 + Y^2$.

Skriv inte i rutan. Skriv på skrivpapper.

Totalpoäng: 10