

- 1 En invånare i en kommun väljs ut slumpmässigt. Sannolikheten att personen äger en smartphone är 0.76, sannolikheten att personen bor i villa är 0.24 och sannolikheten att personen äger både smartphone och bor i villa är 0.19.
Givet att en person bor i villa, vad är sannolikheten att personen äger en smartphone?
Svara i **procent** med **två decimaler**.

: .

Totalpoäng: 2

- 2 Livslängden för en viss typ av lysrör (enhet: timmar) är $\text{Exp}(\lambda)$ -fördelad med $\lambda = 1/200$. Ett företag har 10 sådana lysrör i ett lager. Beräkna sannolikheten att **exakt 2** av de 10 rören håller i minst 250 timmar. Svara i **procent** med **två decimaler**.

Totalpoäng: 2

- 3 Slumpvariabeln ξ har en rektangelfördelning på intervallet $[3, 8.5]$.
Skissa först frekvensfunktionen för ξ . Beräkna sedan sannolikheten $P(2 \leq \xi \leq 5.3)$.
Svara i **procent** med **två decimaler**.

: .

Totalpoäng: 2

- 4 I ett moment av en tillverkningsprocess ska två plåtar svetsas. I svetsarna uppstår dock fel som minskar hållfastheten. Om det visat sig rimligt att beskriva antalet fel per svets med en Poissonfördelning med väntevärde 6.2, hur stor är då sannolikheten att det uppstår **högst 3** fel i en svets? Ange ditt svar i **procent** med **en decimal**.

. .

Totalpoäng: 2

- 5 Kopieringspapper som används vid Luleå Tekniska universitets institutioner, har en förväntad vikt på 4.2 gram per ark, med standardavvikelsen 0.02 gram per ark. Vikterna antas kunna beskrivas med hjälp av en normalfördelning. Bestäm vikt för det **lättaste av de 2 % tyngsta** arken. Ange ditt svar med **två decimaler**.

Totalpoäng: 1

6

I ett bostadsområde vill man se om halten av ett kemiskt ämne är för högt. Förväntad halt under normala förhållanden är **0.18** procent. Om prov tas ut på **40** platser i området, hur stor är sannolikheten att genomsnittet i stickprovet då är **högst 0.17** procent? Utgå ifrån att standardavvikelsen i ett prov av detta slag är **0.07** procent.

Svara i **procent** med **en decimal**.

Kommentar: Som vanligt får approximationer användas om sådana skulle kunna motiveras.

Totalpoäng: 2

- 7 Slumpvariablerna ξ_1 och ξ_2 är oberoende och har båda följande sannolikhetsfunktion:

$$P(\xi_i = 0) = 0.2, P(\xi_i = 1) = 0.6, P(\xi_i = 2) = 0.2, i = 1, 2.$$

$$\text{Låt } \eta = 2 \cdot \xi_1 + 5 \cdot \xi_2$$

Bestäm **standardavvikelsen** för η . Svara med **en decimal**.

Totalpoäng: 2

- 8 En viss kapitalförvaltare påstår sig genera en avkastning som är 9 % i snitt. I tabellen nedan ges förvaltarens avkastning under de senaste 10 åren:

År	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-10
avkastning (i %)	18	4	-11	8	7	6	22	7	8	3

Man vill testa förvaltarens påstående om 9% avkastning mot nollhypotesen att avkastningen i snitt är 7 % under antagandet att avkastningen är normalfördelad. Ett sätt att göra detta är att utgå från testvariabeln

$$t = \frac{\bar{x} - 7}{s/\sqrt{10}},$$

där $\bar{x} = 7.2$ och $s = 8.8$ är medelvärde och standardavvikelse för avkastningen de 10 senaste åren. Nollhypotesen avfärdas om $t > k$, där k är en konstant.

Vilket värde ska konstanten k ha för att testet ska få 1 % signifikansnivå? Svara med **tre decimaler**.

Totalpoäng: 2

- 9 Den som sparar för framtiden gör klokt i att välja en global indexfond. Då får man aktier i alla världens bolag (ju större bolag, desto fler aktier). Historiskt har detta givit en avkastning på 7 % per år, dvs en investerad hundralapp genererar i genomsnitt en vinst på 7 kr.

Ett alternativ är att låta en kapitalförvaltare spekulera med ens pengar. Detta innebär att du låter förvaltaren köpa aktier åt dig i bolag som förvaltaren tror på.

En viss förvaltare (samma som i uppgift 8) påstår sig generera högre avkastning än index (dvs mer än 7 % i snitt). I tabellen nedan jämförs förvaltarens avkastning med index under de senaste 10 åren:

År	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-10
avkastning indexfond (i %)	14	2	-5	11	4	7	18	6	10	2
avkastning förvaltare (i %)	18	4	-11	8	7	6	22	7	8	3
diff förvaltare - index (i %)	4	2	-6	-3	3	-1	4	1	-2	1

Skiljer sig förvaltarens avkastning från index i det långa loppet? För att besvara frågan ska du först beräkna ett lämpligt 90 % konfidensintervall för skillnaden i avkastning mellan förvaltaren och index (förvaltare - index). Antag att avkastningen kan beskrivas med en normalfördelning.

Om intervallet indikerar att förvaltarens avkastning skiljer sig från index ska du som svar ange intervallets **nedre** gräns. Om intervallet **inte indikerar** att förvaltarens avkastning skiljer sig från index anger du intervallets **övre** gräns.

Totalpoäng: 3

- 10 En viss mätmetod är sådan att den ger observationer som kan antas vara ett stickprov på en stokastisk variabel som är $N(\mu, 0.5)$ -fördelad, där μ är den konstant man vill mäta.

I en rapport presenterades ett konfidensintervall för μ med konfidensgraden 95 %. Hur många mätningar hade gjorts om intervallet var $[7.804, 8.196]$? Svara med ett heltal.

Totalpoäng: 2

- 11** Majas och Joels utgifter för kursmaterial (enhet: kr) kan betraktas som slumpmässiga, där Majas utgifter/månad har väntevärdet 490 kr och standardavvikelsen 28 kr medan Joels utgifter/månad antas ha väntevärdet 450 kr och standardavvikelsen 26 kr. Antag att Majas och Joels utgifter för kursmaterial är beroende, med korrelation lika med 0.45, samt att de kan beskrivas med en tvådimensionell normalfördelning.

Vad är sannolikheten att Majas utgifter under en månad **överstiger** Joels? Ange ditt svar i **procent** med **två decimaler**

.

Totalpoäng: 2

- 12** En student ska skriva två tentor. Låt ξ_1 och ξ_2 stå för resultatet på tenta 1 respektive tenta 2. Det gäller att $\xi_1=0$ eller 1 (där $\xi_1=1$ motsvarar godkänd) och att $\xi_2=3, 4$ eller 5.

Man vet att den simultana sannolikhetsfunktionen för ξ_1, ξ_2 ges av

$$p(x_1, x_2) = \frac{C}{1+x_1+x_2},$$

där C är en konstant vars värde du kan börja med att bestämma.

Beräkna det betingade väntevärdet $E(\xi_2|\xi_1 = 1)$. Svara med två decimaler.

.

Totalpoäng: 3

13 uppgift 13-15 utgör del 2 av tentan

Uppgift 13 fortsätter med situationen från uppgift 8-9.

I uppgift 8 bestämde du ett test för att testa påståendet att förvaltaren gör 9 % i avkastning i snitt. Detta test kan förbättras med hjälp av informationen i uppgift 9. Beskriv ett sådant bättre test av hypoteserna i uppgift 8, där nollhypotesen alltså är att avkastningen i snitt är 7 % och mothypotesen att den i snitt är 9 %. Kan nollhypotesen avfärdas på 1 % signifikansnivå?

Delar av uppgift 8-9 återges nedan för att du ska slippa bläddra tillbaka.

----- Uppgift 8 -----

En viss kapitalförvaltare påstår sig genera en avkastning som är 9 % i snitt. I tabellen nedan ges förvaltarens avkastning under de senaste 10 åren:

År	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-10
avkastning förvaltare (i %)	18	4	-11	8	7	6	22	7	8	3

Man vill testa förvaltarens påstående om 9% avkastning mot nollhypotesen att avkastningen i snitt är 7 % under antagandet att avkastningen är normalfördelad. Ett sätt att göra detta är att utgå från testvariabeln

$$t = \frac{\bar{x} - 7}{s/\sqrt{10}},$$

där $\bar{x} = 7.2$ och $s = 8.8$ är medelvärde och standardavvikelse för avkastningen de 10 senaste åren. Sedan avfärdas nollhypotesen om $t > k$, där k är en konstant.

Vilket värde ska konstanten k ha för att testet ska få 1 % signifikansnivå?

----- Uppgift 9 -----

En viss kapitalförvaltare (samma som i uppgift 8) påstår sig genera högre avkastning än index (dvs högre än 7 %). I tabellen nedan jämförs dennes avkastning med index under de senaste 10 åren:

År	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-10
avkastning index (i %)	14	2	-5	11	4	7	18	6	10	2
avkastning förvaltare (i %)	18	4	-11	8	7	6	22	7	8	3
förvaltare - index (i %)	4	2	-6	-3	3	-1	4	1	-2	1

Skriv inte i rutan. Skriv på papper istället.

Teckenf...

↺

↻

✎

Σ

✖

Ord: 0

Totalpoäng: 10

14 På ena sidan av ett tiokronorsmynt visas "10" och på den andra kung Carl XVI Gustaf.

Tänk dig att du kastar två tiokronorsmynt. Låt A_1 vara händelsen att det första visar kungen, låt A_2 vara händelsen att det andra visar kungen, och låt A_3 vara händelsen att **exakt ett** av de två mynten visar kungen. Då gäller att A_1 och A_2 är oberoende och $P(A_i) = 0.5$, $i = 1, 2$.

a) Visa att A_1 och A_2 är oberoende och att även A_2 och A_3 är oberoende.

b) Visa att händelserna A_1 , A_2 , A_3 **inte** är oberoende. Det vill säga, visa att

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) \neq P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3).$$

Kommentar: Denna uppgift visar att oberoende inte är samma sak som parvis oberoende.

Skriv inte i rutan. Skriv på skrivpapper.

Teckenf...



Ord: 0

Totalpoäng: 10

- Skriva inte i rutan: skriv på lösningspapper.**

[illegible]

Page 9 of 9