

- 1 Händelserna A, B, C, D , är oberoende där $P(A) = 0.3, P(B) = 0.7, P(C) = 0.9, P(D) = 0.8$.

Beräkna sannolikheten att **exakt en** av de fyra händelserna inträffar. Svara i **procent** med **två decimaler**.

: .

Totalpoäng: 2

- 2 På en arbetsplats skadas 1 % av personalen under ett år. Bland de skadade är 57 % män. Av de anställda är 70 % män och 30 % kvinnor. Beräkna skaderisken för kvinnor, dvs beräkna sannolikheten att en person skadas givet att personen är en kvinna.

Ange ditt svar i **procent** med **två decimaler**.

. .

Totalpoäng: 2

- 3 En partikel utför "slumpvandring" på tallinjen. Partikeln startar på talet 0 och sedan hoppar ett steg varje sekund. Steglängden är lika med 1 och hoppet görs i negativ respektive positiv riktning med sannolikhet 0.5. Vid tidpunkten 1 är alltså partikeln på talet -1 med sannolikhet 0.5 och på talet 1 med sannolikhet 0.5. Hopp som görs vid olika tidpunkter är oberoende.

Vad är sannolikheten att partikeln vid tiden 8 sekunder befinner sig på ett avstånd från 0 som är större än eller lika med 2? Ange ditt svar **procent** med **en decimal**.

:

Kommentar: Partikelns position (ett heltal) kan alltså vara positiv eller negativ. Med "avståndet" från 0 menas absolutbeloppet av partikelns position.

Totalpoäng: 2

4

I $N(0, 1)$ -fördelningen återfinns ca 68 % av massan inom en standardavvikelse från väntevärdet. Mer exakt gäller att om $\xi \in N(0, 1)$ så har vi $P(-1 \leq \xi \leq 1) = 0.6826$.

Beräkna motsvarande sannolikhet för $R(0, 1)$ -fördelningen. Det vill säga, beräkna $P(\mu - \sigma \leq \xi \leq \mu + \sigma)$

om ξ är rektangelfördelad på intervallet $[0, 1]$ där $\mu = E(\xi)$, $\sigma = \sqrt{V(\xi)}$.

Svara i **procent** med **en decimal**.

Totalpoäng: 2

- 5 Thomas jobbar som inkastare på en bar på en grekisk ö, vilket innebär att han försöker få förbipasserade turister att besöka baren. För varje person han lyckas få att gå in baren får han 40 kr. Samtidigt har Thomas kostnader på 250 kr per dag. Så om han t.ex. lyckas locka 40 kunder en dag blir alltså hans nettovinst den dagen lika med 1,350.

Antag att antalet kunder som Thomas lyckas locka till baren på en dag har en Poisson-fördelning och att han i genomsnitt lyckas locka 30 kunder på en dag. Vad är då **standardavvikelsen** för hans nettovinst på en dag? Svara med **en decimal**.

Totalpoäng: 2

6

De stokastiska variablerna $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{40}$ är oberoende och har samma kontinuerliga fördelning, vars frekvensfunktion är $f(x) = 0.6e^{-0.6x}$, $x > 0$.

Låt ξ vara summan av de 40 oberoende slumpvariablerna. Beräkna sannolikheten $P(\xi > 78)$. Svara i **procent** med **två decimaler**.

Totalpoäng: 2

- 7 Anna och Stina är spjutkastare. I genomsnitt kastar Anna 55.9 m. Stina kastar i genomsnitt 50.7 m. Avvikelserna från dessa genomsnitt är normalfördelade med väntevärde 0 och standardavvikelse 3 (för Anna) respektive 5.2 (för Stina).

Om Anna och Stina gör var sitt kast, vad är då sannolikheten att Stinas kast blir längre än Annas? Ange ditt svar i **procent** med **två decimaler**.

Totalpoäng: 2

- 8 Antag att du har ansvar för att se om tillverkningstiden för en komponent till bakaxlar kan bli kortare. En ny tillverkningsmetod ska provas, och du tror att denna nya metod ger en kortare genomsnittstid än de 124 sekunder som gällt hittills. På grund av att tillverkningstiden kan förväntas variera en hel del räcker det dock inte med att testa en eller ett fåtal komponenter. Du ska därför utföra 35 mätningar, och resultaten ska studeras i ett hypotestest där du bestämt att testet ska fungera så att det är 2.5 % risk att du påstår att genomsnittstiden med den nya metoden är kortare än 124 sekunder trots att den nya inte är bättre. Du tror dig kunna anta att tillverkningstiden kan beskrivas med en normalfördelning med standardavvikelsen $\sigma=9$ sekunder.

$$z = \frac{\bar{x}-124}{\sigma/\sqrt{n}}$$

Ett sätt att utföra hypotestestet är att bestämma värdet på testvariabeln z ovan och sedan jämföra detta värde med ett viss konstant. Frågan är, vilket värde har denna konstant? Ange ditt svar med **två decimaler**.

Totalpoäng: 2

- 9 Följande värden är ett observerat stickprov från en $N(a, \sigma_1)$ -fördelning (a och σ_1 är okända):

6.9	5.2	6.8	5.1	6	5.1	6.4
-----	-----	-----	-----	---	-----	-----

Följande värden är ett observerat stickprov från en $N(b, \sigma_2)$ -fördelning (b och σ_2 är okända):

3	3.6	4.4	4	4.7	5.9	3.2
---	-----	-----	---	-----	-----	-----

De två stickproven är oberoende och $\sigma_1 = \sigma_2$. Beräkna ett 90 % konfidensintervall för $a - b$. Svara med den **nedre gränsen** och använd **tre** decimaler.

Totalpoäng: 2

- 10 I en forskargrupp som består av 9 personer vill man testa en nollhypotes, H_0 , mot en enkel mothypotes, H_1 . Var och en av de 9 forskarna använder ett test vars signifikansnivå är 0.1 och vars styrka är 0.89. Testen beseras på stickprov av storlek 20 och de 9 stickproven är oberoende.

Antag att H_0 är **falsk**. Beräkna sannolikheten att minst 3 av de 9 forskarna felaktigt drar slutsatsen att H_0 ska accepteras. Ange ditt svar i **procent** med **två decimaler**.

Totalpoäng: 2

- 11** Korrelationskoefficienten för fäders längd och deras vuxna söners längd har visat sig vara kring 0.5. Antag att man slumpmässigt väljer ut ett fader-son-par från en population, där fader-son-korrelationen är 0.45. Antag vidare att längden i populationen är normalfördelad med väntevärde 178 cm och standardavvikelsen 8 cm. Vad är då sannolikheten att skillnaden i längd mellan far och son är **mer än** 10 cm?

Ange ditt svar i **procent** med **en decimal**.

Totalpoäng: 2

- 12** För att modellera ett visst signalsystem används beroende slumpvariabler $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \dots$ där ξ_t definieras enligt

$$\xi_t = \sum_{i=1}^t (a_i \eta_i + b_i),$$

där $a_1, a_2, a_3, \dots$ och $b_1, b_2, b_3, \dots$ är konstanter och där $\eta_1, \eta_2, \eta_3, \dots$ är oberoende $N(0, 1)$ -fördelade slumpvariabler.

Antag att $a_1 = 3, a_2 = 1$ och $b_1 = 1, b_2 = 0$. Beräkna **kovariansen** mellan ξ_1 och ξ_2 .

Svara med en **decimal**. : .

Totalpoäng: 3

13

- Uppgift 13-15 utgör del 2 av tentan

Antag att man slumpmässigt väljer ut ett fader-son-par från en population som liknar den i uppgift 11, men där väntevärde och standardavvikelse skiljer sig från den i uppgift 11. Antag att sannolikheten att skillnaden i längd mellan ett slumpmässigt valt far-son par än mer är 10 cm är lika med 0.1. Vad är då standardavvikelsen i populationen?

Skriv inte i rutan. Skriv på papper istället.

Totalpoäng: 10

- Man skulle, baserat på ovanstående information, kunna genomföra ett mycket enkelt test av huruvida en förändring verkligen skett de senaste 10 åren. Din uppgift är att genomföra ett sådant test. Hypoteser, beslutsregel, slutsats och risknivå skall tydligt framgå.

[illegible]

https://ltu.inspera.com/static/player?viewMedia=print&printParam...%22%7D&locale=sv_se&context=preview&contentItemId=397021964#/all