

- 1 Vid tillverkning av en viss typ av byggelement kan två slags fel, fel a och fel b , uppkomma hos de tillverkade enheterna. Låt A stå för händelsen att fel a uppkommer och låt B stå för händelsen att fel b uppkommer. Man vet att $P(A) = 0.1$, $P(B) = 0.2$ och $P(A|B) = 0.35$. Beräkna sannolikheten att en tillverkad enhet har **exakt ett** av de två felen. Svara i **procent** med **en decimal**.

: .

Totalpoäng: 2

- 2 Ett företag som tillverkar batterier av en viss typ har tillverkningen för lagd till tre olika fabriker. Fabrik A står för 53 % av tillverkningen, fabrik B står för 20 % och fabrik C står för 27 %. Man vet att ett batteri från fabrik A har 90 % sannolikhet att räcka mer än 100 driftstimmar. Motsvarande sannolikheter för fabrikerna B och C är 95 % respektive 96 %.

Man har blandat batterier från de tre fabrikerna i ett stort centralt lager. Vad är sannolikheten att ett batteri som tas på måfå ur lagret räcker mer än 100 driftstimmar?

Ange ditt svar i **procent** med **två decimaler**.

. .

Totalpoäng: 2

- 3 En partikel utför "slumpvandring" på tallinjen. Partikeln startar på talet 0 och sedan hoppar ett steg varje sekund. Steglängden är lika med 1 och hoppet görs i negativ respektive positiv riktning med sannolikhet 0.5. Vid tidpunkten 1 är alltså partikeln på talet -1 med sannolikhet 0.5 och på talet 1 med sannolikhet 0.5. Hopp som görs vid olika tidpunkter är oberoende.

Vad är sannolikheten att partikeln vid tiden 8 sekunder befinner sig på ett avstånd från 0 som är större än eller lika med 4? Ange ditt svar **procent** med **en decimal**.

:

Kommentar: Partikelns position (ett heltal) kan alltså vara positiv eller negativ. Med "avståndet" från 0 menas absolutbeloppet av partikelns position.

Totalpoäng: 2

- 4 Hungrige Håkan dricker mycket mjölk, som mest 3 liter per dag, och han har under en tid studerat sin konsumtion. Det har visat sig att hans dagliga konsumtion kan beskrivas med en slumpvariabel ξ med följande sannolikhetsfördelning:

k (liter)	0	1	2	3
$P(\xi = k)$	0.2	0.2	0.5	0.1

I butiken där Håkan handlar kostar en liter mjölk 12.5 kr. Sett över många dagar, hur mycket spenderar Håkan i **genomsnitt** på mjölk på en dag? Ange ditt svar med två decimalers noggrannhet.

Totalpoäng: 2

- 5 I en viss **normalfördelning** är medianen lika med 8 och den 95:e percentilen (L_{95} med bokens beteckning) lika med 12.5. Vad är standardavvikelsen i fördelningen?
Ange ditt svar med **två decimaler**.

Totalpoäng: 2

- 6 En kedja ska sättas ihop med hjälp av många små länkar. Antag att länkarnas längder varierar slumpmässigt där längden (enhet: cm) för en länk kan beskrivas som en stokastisk variabel $\xi \in R(0.5, 1.5)$.
Om en kedja med hundra länkar ska bildas, hur stor är sannolikheten att kedjans längd blir högst 105 cm.

Kommentar: Som vanligt får approximationer användas om sådana skulle kunna motiveras.

Totalpoäng: 2

- 7 Bitcoin är ett decentraliserat betalningsnätverk som bygger på blockkedjeteknik. Varje "block" innehåller verifierade transaktioner i bitcoin-valutan (BTC). Antalet block som läggs till blockkedjan på en timme varierar slumpmässigt enligt en Poisson-fördelning. Tiden mellan block är i genomsnitt 10 minuter. I genomsnitt dröjer det alltså 10 minuter mellan det att två block läggs till Bitcoins blockkedja.

Vad är sannolikheten att fler än 5 block läggs till Bitcoins blockkedja under en viss timme? Svara i procent med två decimaler.

Totalpoäng: 2

- 8 Anders har observerat stickprov $x_1, x_2, \dots, x_{10}$ från en $N(\mu, \sigma)$ -fördelning där $\sigma = 2$ och vill testa $H_0 : \mu = 1$ mot $H_1 : \mu > 1$. Han väljer beslutsregeln "förkasta H_0 om $\bar{x} > k$ " där $k = 2.239613$.

För vilket värde på μ blir testets styrka 90%? Svara med **två decimaler**.

Totalpoäng: 2

- 9 Följande är ett observerat stickprov $x_1, \dots, x_7$ från en $N(a, \sigma_1)$ -fördelning (a och σ_1 är okända):

6.9	5.2	6.8	5.1	6	5.1	6.4
-----	-----	-----	-----	---	-----	-----

Följande är ett observerat stickprov $y_1, \dots, y_7$ från en $N(b, \sigma_2)$ -fördelning (b och σ_2 är okända):

3	3.6	4.4	4	4.7	5.9	3.2
---	-----	-----	---	-----	-----	-----

De två stickproven är oberoende och $\sigma_1 = \sigma_2$. För att testa $H_0 : a = b$ mot $H_1 : a > b$ vill man använda testvariabeln

$$t = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sigma_{\text{obs}}^* \sqrt{2/7}},$$

där $\sigma_{\text{obs}}^* = \sqrt{(s_x^2 + s_y^2)/2}$ och där s_x och s_y är stickprovens standardavvikelser. Beslutsregeln är: **förkasta H_0 om $t > k$** , där k är en konstant.

Vilket värde ska konstanten k ha för att testet ska få 10 % signifikansnivå? Svara med **tre** decimaler.

Totalpoäng: 2

- 10 Antag att du har ett stickprov $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_8$ från en kontinuerlig fördelning som *inte* är en normalfördelning. Man vill skatta medianen i fördelningen med hjälp av metoden med teckenintervall. Beräkna konfidensgraden för intervallet $[\xi(3), \xi(6)]$. Svara i **procent** med **en decimal**.

: .

Totalpoäng: 1

- 11 Den tvådimensionella slumpvariabeln (ξ, η) har frekvensfunktionen $f(x, y) = c \cdot x$ om $0 \leq x, y \leq 1$, $f(x, y) = 0$ annars, där c är en konstant. Beräkna sannolikheten $P(\xi \leq 0.6 \text{ och } \eta \leq 0.4)$. Svara i **procent** med en **decimal**.
Tips: bestäm först konstanten c .

Totalpoäng: 3

12

Majas och Joels utgifter för kursmaterial (enhet: kr) kan betraktas som slumpmässiga, där Majas utgifter/månad har väntevärdet 470 kr och standardavvikelsen 32 kr medan Joels utgifter/månad antas ha väntevärdet 440 kr och standardavvikelsen 22 kr. Antag att Majas och Joels utgifter för kurslitteratur är beroende, med korrelation lika med 0.6, samt att de kan beskrivas med en tvådimensionell normalfördelning.

Givet att Joels utgifter för en viss månad är lika med 430, beräkna Majas förväntade utgifter för kurslitteratur under samma månad. Ange ditt svar med två decimaler.

Totalpoäng: 2

13

- Uppgift 13-15 utgör del 2 av tentan

Under coronapandemin rapporteras svt.se följande: "Modernas vaccin har testats på 30 000 människor, hälften fick två doser vaccin, hälften fick placebo. Enligt analysen ska vaccinet även ha god effekt när det handlar om att motverka allvarlig covid-19-sjukdom. 95 fall av coronasmitta upptäcktes, 90 av dem hittades i gruppen som fick placebo."

Kan man utifrån detta påstå att vaccinet har en effekt? Ställ upp ett *ensidigt* hypotestest och använd direktmetoden för att besvara frågan.

Skriv inte i rutan. Skriv på papper istället.

[illegible]

Totalpoäng: 10

- Skriv inte i rutan: skriv på papper.**

Totalpoäng: 10

- Skriv inte i rutan. Skriv på skrivpapper.**

Totalpoäng: 10