

S0008M-2025-03-17

19 okt. 2026, 15 min läsning

UTKAST

#tenta #sannolikhetslära #statistik

Kurs: S0008M — Sannolikhetslära och statistik **Datum:** 2025-03-17 **Källa:** originaltentamen ·
lärarens lösningar (bara del 1)

Översikt

Del 1 (uppgift 1–12, bara svar):

- varken A eller B (1), Bayes sats för en brusig kanal (2) och mest sannolika värdet i en binomialfördelning (3)
- CGS för ett lager av elektronrör (4), standardavvikelse i en hypergeometrisk fördelning (5) och median ur fördelningsfunktionen (6)
- teckenintervall (7), signifikansnivå för given styrka (8), frihetsgrader för två stickprov (9) och ett t -intervall (10)
- ambulansavstånd på en cirkelskiva (11) och $E(\xi\eta)$ ur kovariansen (12)

Del 2 (uppgift 13–15):

- $P(\xi \geq \eta)$ för en Poisson- och en normalfördelad variabel (13)
- varför tryckfel är Poissonfördelade (14)
- styrkefunktionen för ett test med två enheter (15)

Så använder du sidan

Försök själv först. Ledtråd 1 säger vilken sorts uppgift det är, ledtråd 2 (inuti ledtråd 1) ger modellen och ledtråd 3 (inuti ledtråd 2) nyckelsteget. **Lösning** är hela uträkningen. Lärarens facit täcker bara del 1; del 2 är löst två gånger oberoende av varandra.

1. Varken A eller B

För händelserna A och B gäller att $P(A) = 0,3$, $P(B) = 0,56$ och $P(A \cap B) = 0,14$. Beräkna $P(A^c \cap B^c)$. Svara i procent med en decimal.

Totalpoäng: 2

Ledtråd 1

$A^c \cap B^c$ är komplementet till $A \cup B$ (Utfallsrum och händelser).

Ledtråd 2

$$P(A^c \cap B^c) = 1 - P(A \cup B).$$

Ledtråd 3

Additionssatsen: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

Lösning

$$P(A \cup B) = 0,3 + 0,56 - 0,14 = 0,72$$

$$P(A^c \cap B^c) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,72 = \boxed{28,0 \%}$$

Kontrollerat mot facit.

2. Mottagen etta i en brusig kanal

Meddelanden kodade i binära tecken, 0 och 1, överföres i ett telekommunikationssystem. Signalerna störs av ett brus, och därför förekommer felaktiga överföringar. Ett utsänt tecken 0 mottas som 1 med sannolikhet 0,02 (och som 0 med sannolikhet 0,98). Ett utsänt tecken 1 mottas som 0 med sannolikhet 0,035 (och som 1 med sannolikhet 0,965). Vidare förekommer tecknen 1 i en proportion 0,6 och tecknen 0 i en proportion 0,4, dvs 60 % av alla utsända tecken är 1:or.

Om 1 mottagits, vad är då sannolikheten att 1 har sänts? Ange ditt svar i procent med två decimaler.

Totalpoäng: 2

Ledtråd 1

Man vet vad som mottogs och frågar vad som sändes: **Bayes sats**.

Ledtråd 2

Låt $S_1 = 1$ sänt och $M_1 = 1$ mottaget. $P(S_1 \mid M_1) = \frac{P(M_1 \mid S_1)P(S_1)}{P(M_1)}$.

Ledtråd 3

Nämnaren fås med **lagen om total sannolikhet**: $P(M_1) = 0,965 \cdot 0,6 + 0,02 \cdot 0,4$.

Lösning

Låt S_0, S_1 vara 0 respektive 1 sänt och M_1 att 1 mottas.

$$P(M_1) = P(M_1 \mid S_1)P(S_1) + P(M_1 \mid S_0)P(S_0) = 0,965 \cdot 0,6 + 0,02 \cdot 0,4 = 0,587$$

$$P(S_1 \mid M_1) = \frac{0,965 \cdot 0,6}{0,587} = \frac{0,579}{0,587} \approx \boxed{98,64 \%}$$

Kontrollerat mot facit.

3. Mest sannolika värdet i $\text{Bin}(11; 0,15)$

Den stokastiska variabeln ξ har en $\text{Bin}(11; 0,15)$ -fördelning. Bestäm det **mest sannolika** värdet på ξ . Svara med ett heltal.

Totalpoäng: 2

 Ledtråd 1

Sök det x som ger störst $P(\xi = x)$ i **binomialfördelningen**.

 Ledtråd 2

$$P(\xi = x) = \binom{11}{x} 0,15^x 0,85^{11-x}.$$

 Ledtråd 3

Väntevärdet är $np = 1,65$. Räkna ut sannolikheterna för $x = 0, 1, 2, 3$ och jämför.

 Lösning

x	0	1	2	3
$P(\xi = x)$	0,1673	0,3248	0,2866	0,1517

Sannolikheterna växer upp till $x = 1$ och avtar sedan. Det mest sannolika värdet är

$$\boxed{x = 1}$$

Allmänt ligger det mest sannolika värdet vid heltalsdelen av $(n + 1)p = 12 \cdot 0,15 = 1,8$.

På räknaren. `binomPdf(11,0.15)` ger hela listan.

Kontrollerat mot facit.

4. Ett lager av elektronrör

Livslängden (enhet: timmar) för en viss typ av elektronrör är exponentialfördelad med väntevärde 220. Sådana rör ingår i radarutrustningen på ett fartyg, där man i ett lager under däck har 45 elektronrör. När ett elektronrör går sönder byts det genast ut.

Beräkna en tid T sådan att lagret räcker åtminstone T timmar med 95 % sannolikhet. Svara med en decimal.

Kommentar: Som vanligt får approximationer användas om sådana skulle kunna motiveras.

Totalpoäng: 2

Ledtråd 1

Lagrets livslängd är en summa av 45 oberoende livslängder: **Centrala gränsvärdessatsen**.

Ledtråd 2

En **exponentialfördelning** med väntevärde 220 har också standardavvikelsen 220. Summan är $\approx N(45 \cdot 220; \sqrt{45} \cdot 220)$.

Ledtråd 3

$$P(\xi \geq T) = 0,95 \text{ ger } T = \mu - \lambda_{0,95} \sigma.$$

Lösning

Låt ξ_i vara livslängden för rör i och $\xi = \sum_{i=1}^{45} \xi_i$ den tid lagret räcker. Med $E(\xi_i) = D(\xi_i) = 220$ ger CGS

$$\xi \approx N(45 \cdot 220; \sqrt{45} \cdot 220) = N(9900; 1475,80)$$

Villkoret $P(\xi \geq T) = 0,95$ ger

$$\frac{T - 9900}{1475,80} = -\lambda_{0,95} = -1,6449 \quad \Rightarrow \quad T = 9900 - 1,6449 \cdot 1475,80 \approx \boxed{7472,5 \text{ h}}$$

På räknaren. `invNorm(0.05,9900,sqrt(45)*220)`.

Kontrollerat mot facit. Lärarens facit anger $T \approx 7470$, alltså samma värde avrundat. I facit står fördelningen som $N(375; 53,03)$, vilket är ett skrivfel: räkningen och svaret bygger på $N(9900; 1475,8)$.

5. Standardavvikelse för antalet röda bollar

I en låda finns 29 bollar varav 8 är röda och övriga 21 är vita. Man tar 4 bollar på måfå utan återläggning. Vad är **standardavvikelsen** för antalet röda bollar i urvalet? Svara med två decimaler.

Totalpoäng: 2

Ledtråd 1

Dragning utan återläggning: **Hypergeometrisk fördelning**.

Ledtråd 2

$\xi \in \text{Hyp}(N, n, p)$ med $N = 29, n = 4, p = 8/29$.

Ledtråd 3

$$V(\xi) = \frac{N-n}{N-1} np(1-p).$$

Lösning

$$V(\xi) = \frac{29-4}{29-1} \cdot 4 \cdot \frac{8}{29} \cdot \frac{21}{29} = 0,7134$$

$$D(\xi) = \sqrt{0,7134} \approx \boxed{0,84}$$

Kontrollerat mot facit.

6. Median ur fördelningsfunktionen

Slumpvariabeln ξ har **fördelningsfunktionen** $F(x) = (x - 2)^3$, $2 \leq x \leq 3$, där $F(x) = 0$ om $x < 2$ och $F(x) = 1$ om $x > 3$. Beräkna **medianen i fördelningen**. Ange ditt svar med två decimaler.

Totalpoäng: 2

Ledtråd 1

Medianen är den punkt där **fördelningsfunktionen** når 0,5.

Ledtråd 2

Lös $F(m) = 0,5$.

Ledtråd 3

$$(m - 2)^3 = 0,5 \text{ ger } m - 2 = 0,5^{1/3}.$$

Lösning

$$(m - 2)^3 = 0,5 \quad \Rightarrow \quad m = 2 + 0,5^{1/3} \approx \boxed{2,79}$$

Kontrollerat mot facit.

7. Konfidensgrad för teckenintervallet $[\xi_{(2)}, \xi_{(7)}]$

Antag att du har ett stickprov $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_8$ från en kontinuerlig fördelning som *inte* är en normalfördelning. Man vill skatta medianen i fördelningen med hjälp av **teckenintervall**. Beräkna **konfidensgraden** för intervallet $[\xi_{(2)}, \xi_{(7)}]$. Ange ditt svar i procent med två decimaler.

Totalpoäng: 2

 Ledtråd 1

Teckenintervall: η = antal observationer under medianen m är $\text{Bin}(8; 0,5)$.

 Ledtråd 2

m ligger utanför intervallet om högst en observation är under m eller högst en är över.

 Ledtråd 3

Intervallet är symmetriskt: $P(\text{utanför}) = 2P(\eta \leq 1)$.

 Lösning

$$P(m \text{ utanför}) = 2P(\eta \leq 1) = 2 \cdot \frac{1 + 8}{256} = 0,0703$$

$$\text{Konfidensgrad} = 1 - 0,0703 \approx \boxed{92,97 \%}$$

På räknaren. `1-2*binomCdf(8,0.5,1)`.

Kontrollerat mot facit. I facit står $\eta \in \text{Bin}(11; 0,5)$, ett skrivfel för $\text{Bin}(8; 0,5)$; svaret stämmer.

8. Signifikansnivå för ett test med styrkan 90 %

Antag att $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{25}$ är ett stickprov av storlek 25 från en $N(\mu; 4,15)$ -fördelning och att man vill testa

$$H_0 : \mu = 10 \text{ mot } H_1 : \mu = 12,5.$$

Vid hypotesprövning börjar man oftast med en given **signifikansnivå**. Antag i stället att du har en uppdragsgivare som vill att du tar fram ett test vars **styrka** är 90 %.

Vad blir **signifikansnivån** för det testet? Svara i procent med två decimaler.

Totalpoäng: 2

Ledtråd 1

Enkla hypoteser: beslutsregeln “förkasta H_0 om $\bar{\xi} > k$ ”. Styrkan bestämmer k , och k bestämmer **signifikansnivån**.

Ledtråd 2

$$\bar{\xi} \in N(\mu; 4,15/\sqrt{25}) = N(\mu; 0,83).$$

Ledtråd 3

$P(\bar{\xi} > k \mid \mu = 12,5) = 0,9$ ger $k = 12,5 - \lambda_{0,1} \cdot 0,83$. Räkna sedan $P(\bar{\xi} > k \mid \mu = 10)$.

Lösning

Bestäm k ur styrkan.

$$P(\bar{\xi} > k \mid \mu = 12,5) = 0,9 \iff \frac{k - 12,5}{0,83} = -\lambda_{0,1} = -1,2816$$

$$k = 12,5 - 1,2816 \cdot 0,83 = 11,4363$$

Signifikansnivån.

$$\alpha = P(\bar{\xi} > 11,4363 \mid \mu = 10) = 1 - \Phi\left(\frac{11,4363 - 10}{0,83}\right) = 1 - \Phi(1,7305) \approx \boxed{4,18 \%}$$

På räknaren. `invNorm(0.1, 12.5, 0.83)` ger k , sedan `normCdf(k, ∞, 10, 0.83)`.

Kontrollerat mot facit.

9. Frihetsgrader när två laboratorier jämförs

På ett sjukhus vill man försöka avgöra om två laboratorier mäter likvärdigt. För att göra detta tog man **ett prov från en enda patient** och delade detta enda prov i två delar. Delarna sändes sedan till de två laboratorierna, som var för sig gjorde 5 oberoende, direkt på varandra efterföljande mätningar på sin provhalva.

Man vill beräkna ett konfidensintervall för den genomsnittliga skillnaden mellan Lab A och Lab B under lämpliga normalfördelningsantaganden. Hur många **frihetsgrader** ska den t -fördelning som ska användas ha? Svara med ett heltal.

Totalpoäng: 2

Ledtråd 1

Är mätningarna parvisa? Parvisa observationer kräver att varje mätning i Lab A hör ihop med en bestämd mätning i Lab B, till exempel samma patient.

Ledtråd 2

Här finns bara ett prov. Mätning nummer 1 i Lab A hör inte ihop med mätning nummer 1 i Lab B, så det är inte **stickprov i par** utan **två stickprov**.

Ledtråd 3

Med gemensam σ har t -fördelningen $n_1 + n_2 - 2$ frihetsgrader.

Lösning

Alla tio mätningar görs på samma prov, så det finns ingen naturlig parbildning mellan labben. Man har två oberoende stickprov med vardera 5 mätningar, och konfidensintervallet för skillnaden i väntevärde bygger på **t -fördelningen** med

$$f = 5 + 5 - 2 = \boxed{8}$$

frihetsgrader.

Kontrollerat mot facit.

10. Är det för lite chips i påsarna?

Är det för lite chips i chipspåsarna? De är märkta med vikten 200 gram, men Evert tycker att de känns mycket lätta. Han beslutar att undersöka vikten. En fredagskväll laddar han med 7 påsar chips av ett visst känt märke, som han då väger innan han öppnar dem. Han får **medelvärde** 184 gram och **stickprovsstandardavvikelsen** 16 gram.

Kan Evert med sitt urval påstå att mängden chips i påsarna, av det kända märket, generellt är för liten? Besvara frågan genom att ange den övre gränsen till ett 99 % konfidsintervall för väntevärdet μ , och svara med två decimaler. Utgå från att påsvikten kan beskrivas med en normalfördelning.

Totalpoäng: 2

Ledtråd 1

Konfidsintervall för μ när σ är okänd: använd t-fördelningen.

Ledtråd 2

$$\bar{x} \pm t_{0,005}(n-1) \frac{s}{\sqrt{n}} \text{ med } n = 7.$$

Ledtråd 3

$t_{0,005}(6) = 3,707$. Ligger 200 i intervallet?

Lösning

$$\bar{x} \pm t_{0,005}(6) \frac{s}{\sqrt{7}} = 184 \pm 3,7074 \cdot \frac{16}{\sqrt{7}} = 184 \pm 22,42 = [161,58; 206,42]$$

Den övre gränsen är

206,42 g

Intervallet innehåller 200 g, så Evert kan **inte** påstå att påsarna generellt väger för lite.

På räknaren. `inv(0.995,6)` ger 3,7074.

Kontrollerat mot facit.

11. Ambulansens avstånd på en cirkelskiva

Ett sjukhus ska placeras i ett mycket stort cirkulärt samhälle. Samhället representeras av cirkelskivan $D = \{(x, y) : \sqrt{x^2 + y^2} \leq 1\}$, där $(x, y) = (0, 0)$ alltså motsvarar samhällets centrum. Gatusystemet är beskaffat så att man endast kan färdas i en riktning som är parallell med koordinataxlarna.

Antag att den slumpmässiga platsen för en olycka kan beskrivas med en likformig fördelning på D . Om sjukhuset placeras i samhällets centrum, vad är då sannolikheten att det avstånd som en ambulans behöver färdas vid utryckning är mindre än eller lika med 0,6? Svara i procent med en decimal.

Totalpoäng: 2

Ledtråd 1

Likformig fördelning i planet: sannolikheten är en areakvot.

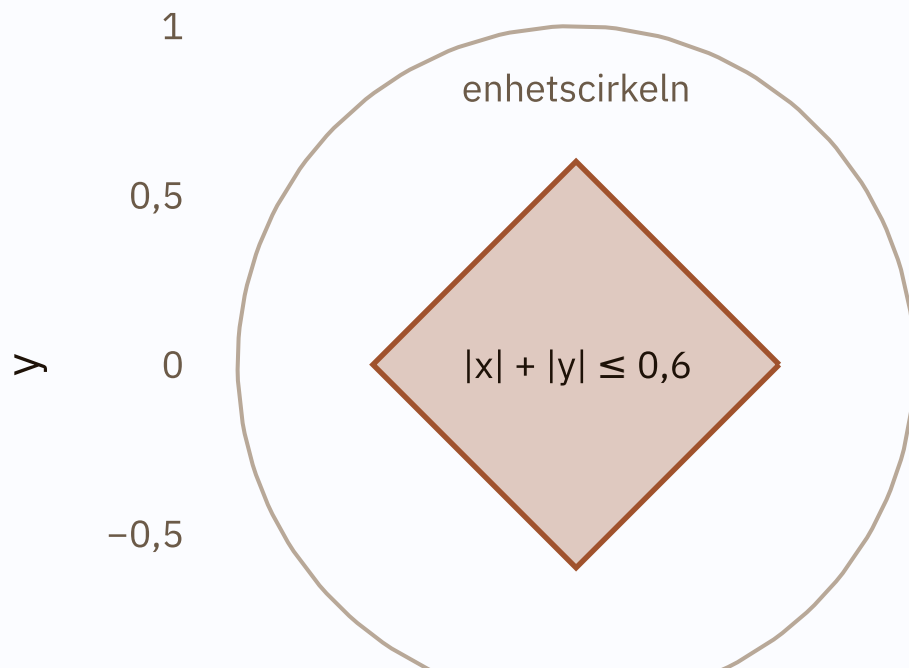
Ledtråd 2

Längs gatorna är avståndet till (x, y) lika med $|x| + |y|$.

Ledtråd 3

$|x| + |y| \leq 0,6$ är en kvadrat vriden 45° med hörnen på axlarna i $\pm 0,6$. Den ligger helt inuti D .

 Lösning



Ambulansen kör sträckan $|x| + |y|$. Området $|x| + |y| \leq 0,6$ är en kvadrat med diagonalerna 1,2 och sidan $0,6\sqrt{2}$, så arean är $2 \cdot 0,6^2 = 0,72$. Den ligger inuti enhetscirkeln eftersom hörnen har avståndet $0,6 < 1$ från origo.

$$P(|\xi| + |\eta| \leq 0,6) = \frac{0,72}{\pi} \approx \boxed{22,9 \%}$$

Kontrollerat mot facit.

12. Väntevärdet av en produkt

Lisas och Anders utgifter för kursmaterial (enhet: kr) kan betraktas som slumpmässiga, där Lisas utgifter/månad har väntevärdet 515 kr och standardavvikelsen 27 kr medan Anders utgifter/månad antas ha väntevärdet 465 kr och standardavvikelsen 24 kr. Antag att Lisas och Anders utgifter för kursmaterial är beroende, med korrelation lika med 0,3, samt att de kan beskrivas med en tvådimensionell normalfördelning.

Låt ξ stå för Lisas utgifter per månad och låt η stå för Anders utgifter per månad. Beräkna väntevärdet av **produkten** av ξ och η , dvs beräkna $E(\xi \cdot \eta)$. Ange ditt svar med en decimal.

Totalpoäng: 3

Ledtråd 1

Kovarians: $C(\xi, \eta) = E(\xi\eta) - E(\xi)E(\eta)$.

Ledtråd 2

Korrelationen ger kovariansen: $C(\xi, \eta) = \rho \sigma_\xi \sigma_\eta$.

Ledtråd 3

$$E(\xi\eta) = \rho \sigma_\xi \sigma_\eta + \mu_\xi \mu_\eta.$$

Lösning

$$E(\xi\eta) = C(\xi, \eta) + \mu_\xi \mu_\eta = \rho \sigma_\xi \sigma_\eta + \mu_\xi \mu_\eta = 0,3 \cdot 27 \cdot 24 + 515 \cdot 465$$

$$E(\xi\eta) = 194,4 + 239\,475 = \boxed{239\,669,4 \text{ kr}^2}$$

Normalfördelningen behövs inte; bara väntevärden, standardavvikelser och korrelation används.

Kontrollerat mot facit.

13. Del 2: $P(\xi \geq \eta)$ för en Poisson- och en normalfördelad variabel

Antag att ξ har en $\text{Po}(200)$ -fördelning och att η har en $N(170, 15)$ -fördelning, där ξ och η är oberoende. Beräkna $P(\xi \geq \eta)$.

Totalpoäng: 10

Ledtråd 1

Skriv om till en skillnad: $P(\xi \geq \eta) = P(\xi - \eta \geq 0)$. Med $\lambda = 200$ kan Poissonfördelningen normalapproximeras.

Ledtråd 2

$\xi \approx N(200; \sqrt{200})$. En skillnad av oberoende normalfördelade variabler är normalfördelad (Summor av normalfördelade stokastiska variabler).

Ledtråd 3

$$E(\xi - \eta) = 200 - 170 \text{ och } V(\xi - \eta) = V(\xi) + V(\eta) = 200 + 15^2.$$

Lösning

Modell. $\xi \in \text{Po}(200)$ har $E(\xi) = V(\xi) = 200$. Eftersom $\lambda = 200 \geq 15$ är $\xi \approx N(200; \sqrt{200})$. $\eta \in N(170; 15)$ och ξ, η är oberoende.

Metod. Låt $\zeta = \xi - \eta$. Som skillnad av oberoende (approximativt) normalfördelade variabler är

$$E(\zeta) = 200 - 170 = 30, \quad V(\zeta) = 200 + 15^2 = 425, \quad \zeta \approx N(30; \sqrt{425}) = N(30; 20,62)$$

Räkning.

$$P(\xi \geq \eta) = P(\zeta \geq 0) \approx 1 - \Phi\left(\frac{0 - 30}{20,616}\right) = \Phi(1,455) \approx \boxed{0,927}$$

Slutsats. Sannolikheten att $\xi \geq \eta$ är ungefär 92,7 %. Den exakta summan $\sum_k P(\xi = k) P(\eta \leq k)$ ger 0,928, så approximationen är god.

På räknaren. `normCdf(0,∞,30,sqrt(425))`.

Ej kontrollerat mot facit – två oberoende lösningar stämmer överens.

14. Del 2: varför tryckfel är Poissonfördelade

Antalet tryckfel per sida i en vanlig tidning eller bok kan ofta väl beskrivas med en Poissonfördelning. Diskutera med utgångspunkt i binomialfördelningen varför så är fallet. Varför blir inte normalfördelningen en lämplig modell för att beskriva antalet feltryckningar? Kom ihåg att redovisa införda beteckningar och eventuella antaganden!

Totalpoäng: 10

Ledtråd 1

Se varje tecken på sidan som ett försök som kan bli fel eller rätt: **Binomialfördelning**.

Ledtråd 2

Antalet tecken n är mycket stort och felsannolikheten p per tecken mycket liten. Vad händer med $\text{Bin}(n; p)$ då? (**Poissonfördelning**)

Ledtråd 3

Normalapproximation kräver $np(1 - p) \geq 10$. Hur många tryckfel brukar en sida ha?

Lösning

Beteckningar och antaganden. Låt n vara antalet tecken på en sida och ξ antalet tryckfel på sidan. Anta att

- varje tecken blir fel med samma sannolikhet p ,
- tecknen blir fel oberoende av varandra.

Binomialmodellen. Varje tecken är ett försök med två utfall, fel eller rätt, med samma p och oberoende. Då är

$$\xi \in \text{Bin}(n; p), \quad E(\xi) = np$$

Poissonapproximationen. En sida har flera tusen tecken, så n är mycket stort. Samtidigt är p mycket litet, eftersom de flesta tecken trycks rätt. Produkten $\lambda = np$, det genomsnittliga antalet fel per sida, är ett måttligt tal, till exempel 0,5 eller 2. När $n \rightarrow \infty$ och $p \rightarrow 0$ med $np = \lambda$ fast gäller

$$\binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \rightarrow e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$$

Tumregeln i kursen är $n \geq 10$ och $p \leq 0,1$. Därför är $\xi \approx \text{Po}(\lambda)$ med $\lambda = np$. En fördel är att man inte behöver känna n och p var för sig, bara medelantalet fel per sida.

Varför inte normalfördelningen. Normalapproximation av binomialfördelningen kräver att variansen $np(1-p)$ är stor, minst ungefär 10. Här är $np(1-p) \approx \lambda$, som är litet. Då

- är fördelningen tydligt skev åt höger, medan normalfördelningen är symmetrisk,
- har normalfördelningen stor sannolikhet för negativa värden, till exempel $P(\xi < 0) \approx \Phi(-\sqrt{\lambda}) = \Phi(-1) \approx 0,16$ om $\lambda = 1$, fast antalet fel aldrig kan vara negativt,
- är ξ diskret med små heltalsvärden $0, 1, 2, \dots$, och sannolikheten för 0 fel är stor, vilket en kontinuerlig kurva beskriver dåligt.

Slutsats. Tryckfel är sällsynta händelser bland mycket många tecken. Binomialfördelningen med stort n och litet p går då över i en Poissonfördelning, men inte i en normalfördelning eftersom väntevärdet och variansen är för små.

Ej kontrollerat mot facit – två oberoende lösningar stämmer överens.

15. Del 2: styrkefunktion för ett test med två enheter

Vid en tillverkningsprocess är en okänd andel p av enheterna felaktiga. För att testa $H_0 : p = 0,1$ mot $H_1 : p > 0,1$ väljer man ut **två** enheter och förkastar H_0 om **minst en** av de två enheterna är felaktig. Beräkna och skissa **styrkefunktionen** för detta test. De två utvalda enheterna får antas fungera oberoende av varandra.

Totalpoäng: 10

Ledtråd 1

Styrkefunktion: $h(p) = P(\text{förkasta } H_0 \mid p)$ som funktion av p .

Ledtråd 2

Antalet felaktiga bland två är $\xi \in \text{Bin}(2; p)$, och H_0 förkastas när $\xi \geq 1$.

Ledtråd 3

$P(\xi \geq 1) = 1 - P(\xi = 0)$, och $P(\xi = 0) = (1 - p)^2$.

Lösning

I tentan står mothypotesen som " $H_0 : p > 0,1$ ". Det är ett skrivfel för H_1 .

Modell. Låt ξ vara antalet felaktiga bland de två enheterna. Med oberoende och samma p är $\xi \in \text{Bin}(2; p)$.

Test. $H_0 : p = 0,1$ mot $H_1 : p > 0,1$. Förkasta H_0 om $\xi \geq 1$.

Räkning. Styrkefunktionen är

$$h(p) = P(\xi \geq 1 \mid p) = 1 - (1 - p)^2 = \boxed{2p - p^2, \quad 0 \leq p \leq 1}$$

Några värden:

p	0	0,1	0,2	0,3	0,5	0,9
$h(p)$	0	0,19	0,36	0,51	0,75	0,9

Skiss. $h'(p) = 2(1 - p) \geq 0$ och $h''(p) = -2 < 0$, så kurvan är en växande, konkav parabelbåge från $(0, 0)$ till $(1, 1)$ med horisontell tangent i $p = 1$.

Slutsats. Signifikansnivån är $h(0,1) = 0,19$, alltså 19 %, vilket är högt. Styrkan växer med p , men med bara två enheter blir den stor först när p är stort, till exempel $h(0,3) = 0,51$. Testet skiljer dåligt mellan H_0 och måttliga avvikelser.

Ej kontrollerat mot facit – två oberoende lösningar stämmer överens.

Se även

- S0008M
- Bayes sats
- Lagen om total sannolikhet
- Binomialfördelning
- Hypergeometrisk fördelning
- Poissonfördelning
- Exponentialfördelning
- Centrala gränsvärdessatsen
- Normalapproximation
- Median och kvantiler
- Teckenintervall
- Signifikansnivå och styrka
- Styrkefunktion
- Två stickprov
- Konfidensintervall
- Likformig fördelning
- Kovarians
- Summor av normalfördelade stokastiska variabler