

- 1 För händelserna A och B gäller att $P(A)=0.3$, $P(B)=0.32$ och $P(A \cap B)=0.18$. Beräkna den betingade sannolikheten att A inträffar givet att B *inte* inträffar, dvs beräkna $P(A|B^c)$. Svara i procent med minst en decimal. Svara i procent med minst **en decimal**.: .

Totalpoäng: 2

- 2 Låt $\xi \in N(0, 1)$. Beräkna den betingade sannolikheten $P(\xi > 2 | \xi > 1)$. Svara i **procent** med **två decimaler**. .

Totalpoäng: 2

- 3 En ljusslinga består av 25 lampor, som är kopplade så att om en lampa slutar fungera så slocknar hela ljusslingan. Varje lampa har sannolikheten 0.03 att sluta fungera inom en 3-års period. Lamporna fungerar oberoende av varandra. Vad är sannolikheten att alla 25 lampor i ljusslingan fungerar efter en 3-års period, utan att något lampbyte är gjort?

Svara i **procent** med **två decimaler**. : .

Totalpoäng: 2

- 4 Antag att $\xi \in Po(\lambda)$ där $\lambda = 2.2$. Låt $\eta = 2 \cdot \xi + 3$. Beräkna sannolikheten $P(\eta = 15)$. Svara i **procent** med **två decimaler**..
: .

Totalpoäng: 2

- 5 Man kan visa att om ξ_1 och ξ_2 är oberoende och **rektangelfördelade**, så får deras **summa** $\xi = \xi_1 + \xi_2$ en så kallad **triangelfördelning** på intervallet $[-1, 1]$. Att en slumpvariabel har en triangelfördelning på intervallet $[-1, 1]$ betyder att dess frekvensfunktion är

$$\begin{aligned} f(x) &= 1 + x \text{ om } -1 \leq x \leq 0 \\ &= 1 - x \text{ om } 0 \leq x \leq 1, \\ f(x) &= 0 \text{ annars.} \end{aligned}$$

(Namnet "triangelfördelning" kommer av att grafen för ser ut som en triangel: se den heldragna linjen i figur 6.3 b) i kursboken.)

Beräkna variansen $V(\xi)$ om ξ har en **triangelfördelning** på intervallet $[-1, 1]$. Svara med **två decimaler**. .

Totalpoäng: 2

- 6 Den kontinuerliga stokastiska variabeln ξ har **fördelningsfunktionen** $F(x) = \frac{x^2-4}{5}$ om $2 \leq x \leq 3$, $F(x) = 0$ om $x < 2$, $F(x) = 1$ om $x > 3$. Beräkna **väntevärdet** av ξ . Svara med **två decimaler**.

: .

Kommentar. Om du inte får ett tal mellan 2 och 3 har du räknat fel.

Totalpoäng: 2

- 7 Antag att slumpvariablerna $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \dots, \xi_{40}$ är oberoende och $Hyp(N, n, p)$ -fördelade där $N = 4, n = 2, p = 1/2$. Beräkna sannolikheten $P(\sum_{i=1}^{40} \xi_i \leq 45)$. Svara i **procent** med **en decimal**.

.

Som vanligt får approximationer användas i de fall då sådana skulle kunna motiveras.

Totalpoäng: 2

- 8 Antag att du har ansvar för att se om tillverkningstiden för en komponent till bakaxlar kan bli kortare. En ny tillverkningsmetod ska provas, och du tror att denna nya metod ger en kortare genomsnittstid än de 126 sekunder som gällt hittills. På grund av att tillverkningstiden kan förväntas variera en hel del räcker det dock inte med att testa en eller ett fåtal komponenter. Du ska därför utföra 25 mätningar, och resultaten ska studeras i ett hypotestest där du bestämt att testet ska fungera så att det är 2.5 % risk att du påstår att genomsnittstiden med den nya metoden är kortare än 126 sekunder trots att den nya inte är bättre. Du tror dig kunna anta att tillverkningstiden kan beskrivas med en normalfördelning med standardavvikelsen $\sigma=7$ sekunder.

Ett sätt att utföra hypotestestet är att bestämma värdet på testvariabeln

$$z = \frac{\bar{x} - 126}{7/\sqrt{5}}$$

och sedan jämföra z med ett visst värde. Frågan är, vilket är detta värde? Ange ditt svar med **två** decimaler.

Totalpoäng: 2

- 9 Följande värden är ett observerat stickprov från en $N(a, \sigma_1)$ -fördelning (a och σ_1 är okända):

7	6.5	5.3	5.7	5.2	7	5.6
---	-----	-----	-----	-----	---	-----

Följande värden är ett observerat stickprov från en $N(b, \sigma_2)$ -fördelning (b och σ_2 är okända):

4.8	4.8	3.2	5.7	4.1	4.1	6
-----	-----	-----	-----	-----	-----	---

De två stickproven är oberoende och $\sigma_1 = \sigma_2$. Beräkna ett 90 % konfidensintervall för $a-b$. Svara med den **nedre gränsen** och använd **tre** decimaler.

: .

Totalpoäng: 2

- 10 Man är intresserad av den andel p av alla studenter på ett visst universitet som motionerar minst 3 gånger i veckan. En omfattande tidigare undersökning gav då att $p=0.5$ och man vill nu se om p har ökat. För att testa

$$H_0: p=0.5 \text{ mot } H_1: p>0.5$$

tillfrågade man 15 slumpmässigt utvalda studenter hur många gånger de motionerade på en vecka. Resultatet av undersökningen visas nedan.

Student nr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
antal pass/v	0	4	2	0	4	3	6	1	2	0	3	4	5	3	1

Man använde följande beslutsregel: "förkasta H_0 förkastas om minst 12 av de 15 studenterna motionerar minst 4 gånger i veckan". Vilken **styrka** har den beslutsregeln

om $p=0.8$? Svara i **procent** med **två decimaler**.

Totalpoäng: 2

- 11 Joel och Maja har pluggat till en tenta som de skall skriva för överbetyg. Sannolikhetsfördelningen för betygen (3,4 eller 5) ges nedan.

Joel \ Maja	3	4	5
3	0.26	0.11	0.04
4	0.02	0.27	0.13
5	0.01	0.03	0.13

Joel skriver tentan först och meddelar Maja att han fick en fyra. Givet denna information, vad är väntevärdet av Majas betyg? Svara med **två decimaler**:

Totalpoäng: 2

- 12 Antag att ξ_1 och ξ_2 är oberoende där $\xi_1 \in \text{Exp}(1)$ och $\xi_2 \in \text{Exp}(1)$. Låt $\eta = \xi_1 + \xi_2$ och låt $\zeta = 2 \cdot \xi_1$. Bestäm kovariansen $\text{Cov}(\eta, \zeta)$. Svara med **en decimal**.

Tips: Bestäm först $E(\xi_1^2)$.

Totalpoäng: 3

13 [Uppgift 13-15 utgör del 2 av tentan]

Under coronapandemin rapporterade svt.se följande: "Modernas vaccin har testats på 30 000 människor, hälften fick två doser vaccin, hälften fick placebo. Enligt analysen ska vaccinet även ha god effekt när det handlar om att motverka allvarlig covid-19-sjukdom. 95 fall av coronasmitta upptäcktes, 90 av dem hittades i gruppen som fick placebo."

Kan man utifrån detta påstå att vaccinet har en effekt? Ställ upp ett *ensidigt* hypotestest och använd direktmetoden för att besvara frågan.

Skriv inte i rutan. Skriv på papper istället.

Totalpoäng: 10

- 14 Antag att $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4$ är oberoende och $R(0, 1)$ -fördelade. Låt
 $\zeta = \max(\xi_1, \xi_2)$,
 $\eta = \min(\xi_3, \xi_4)$.

Beräkna sannolikheten $P(\max(\zeta, \eta) > 0.7)$.

Skriv inte i rutan: skriv på papper.

Teckenf... | | ↺ | | ✎ |

Σ | ✖

Ord: 0

Totalpoäng: 10

- Skriv inte i rutan. Skriv på skrivpapper.**

Totalpoäng: 10