



Fysik 2 - F0005T

Lösningar tentamen 2025-08-29

1. **Våglängden** $\lambda = 25$ cm.

Amplituden $a = 3.0$ mm

Riktning Vågen propagerar i negativ x -riktning.

Frekvens Maximal partikelhastighet ges av

$$v_{pmax} = a\omega = a2\pi f \Rightarrow f = \frac{v_{pmax}}{2\pi a} = \frac{942}{2\pi \cdot 3} = 50Hz \quad (1)$$

Hastighet

$$v = \lambda f = 0.25 \cdot 50 = 12.5m/s \quad (2)$$

Faskonstant Vi läser av då $x = 10$ cm.

$$\cos(kx + \alpha) = -1 \Rightarrow kx + \alpha = \pi \Rightarrow \alpha = \pi - \frac{2\pi}{25} \cdot 10 = \frac{\pi}{5} \quad (3)$$

2. Uppgiften går igenom i seminarie 3.

a) Från figur får vi polariseringsriktningen till 40° .

Vid 130° släpps hälften av det opolariserade ljuset igenom $\Rightarrow P_o = 4.0 \text{ mW}$.

Vid 40° släpps dessutom allt polariserat ljus igenom $\Rightarrow P_p = 3.0 \text{ mW}$.

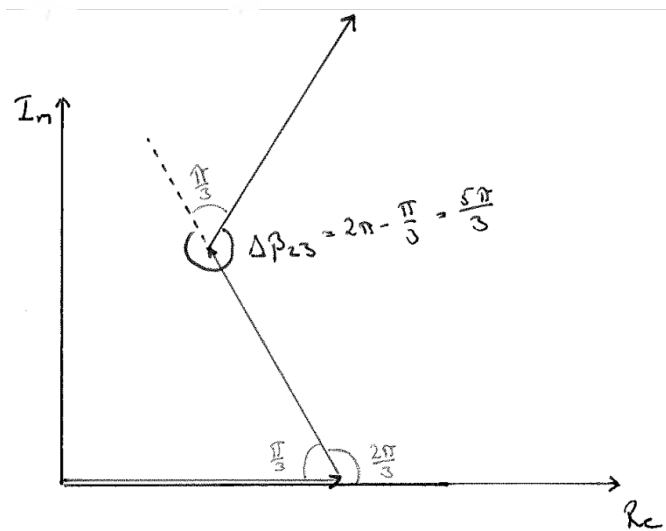
b) **Svar:** 3.0 mW .

3. a) Eftersom alla 3 ljudvågor är i fas så blir den totala amplituden $3A$. Det innebär att den totala intensiteten är $9I = 54.0 \text{ mW/m}^2$.

b)

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{345}{460} = 0.75 \text{ m} \quad (4)$$

$$\Delta\beta_{12} = ka = \frac{2\pi}{\lambda}a = \frac{2\pi}{0.75}0.25 = \frac{2\pi}{3} \quad (5)$$



$$\Delta\beta_{23} = kb \Rightarrow b = \frac{5}{6}\lambda = 0.625 \quad (6)$$

Svar: 0.625m

- c) Den tredje vågen är helt i fas med resultanten av dom första 2.

$$I_{12} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\beta_{12}) \Rightarrow \quad (7)$$

$$I_{12} = 2I \cdot (1 + \cos(\Delta\beta_{12})) = 12 \cdot (1 + \cos(2\pi/3)) = 6.00 \text{ mW/m}^2 \quad (8)$$

$$I_{123} = I_{12} + I_3 + 2\sqrt{I_{12} I_3} \cos(0) = 24.0 \text{ mW/m}^2 \quad (9)$$

Ljudintensitetsnivån ges av

$$L = 10 \log \left(\frac{I_{123}}{I_0} \right) = 10 \log \left(\frac{24 \cdot 10^{-3}}{1.0 \cdot 10^{-12}} \right) = 103.8 \text{ dB} \quad (10)$$

Svar: 104 dB.

4. a) Compton spridning

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos \theta) \quad (11)$$

om $\theta = -90^\circ$ så kommer den nya våglängden att bli

$$\lambda' = \lambda + \frac{h}{mc}(1 - \cos \theta) = 1.502426310236 \text{ nm} \quad (12)$$

Elektronens rörelsemängd i y -led kommer att ha samma storlek som fotonens, men med ombytt tecken. (*Rörelsemängden bevaras*)

$$p_{ey} = -p_{f'} = \frac{h}{\lambda'} = 4.41 \cdot 10^{-25} \text{ kgm/s} \quad (13)$$

Svar: $4.41 \cdot 10^{-25} \text{ kgm/s}$

b) Elektronen har samma rörelsemängd i x -led som fotonen hade från start, (*Rörelsemängden bevaras*).

$$p_{ex} = p_f = \frac{h}{\lambda} = 4.42 \cdot 10^{-25} \text{ kgm/s} \quad (14)$$

Svar: $4.42 \cdot 10^{-25} \text{ kgm/s}$

c) Total rörelsemängd

$$p = \sqrt{p_{ex}^2 + p_{ey}^2} = 6.24 \cdot 10^{-25} \text{ kgm/s} \quad (15)$$

Det ger de Broglie våglängden

$$\lambda_e = \frac{h}{p} = 1.06 \text{ nm} \quad (16)$$

Svar: 1.06nm

5. a)

$$\lambda_1 = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mK_1}} = \frac{h}{\sqrt{2m(0.4E)}} \quad (17)$$

$$\lambda_2 = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mK_2}} = \frac{h}{\sqrt{2m(0.6E)}} \quad (18)$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \sqrt{\frac{0.6}{0.4}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \quad (19)$$

Svar: $\sqrt{\frac{3}{2}}$

b) Sannolikheten för tunnling ges av

$$T = Ge^{-2\kappa L} \quad (20)$$

där

$$G = 16 \frac{E_p}{U_0} \left(1 - \frac{E_p}{U_0} \right) \quad (21)$$

och

$$\kappa = \frac{\sqrt{2m_p(U_0 - E_p)}}{\hbar} \quad (22)$$

För den första barriären

$$\begin{aligned} G_1 &= 16 \frac{E_p}{U_1} \left(1 - \frac{E_p}{U_1} \right) = 16 \frac{3}{6} \left(1 - \frac{3}{6} \right) = 4 \\ \kappa_1 &= \frac{\sqrt{2m_p(U_1 - E_p)}}{\hbar} = \frac{\sqrt{2m_e(6 - 3)e}}{\hbar} = 8.87359 \cdot 10^9 m^{-1} \end{aligned} \quad (23)$$

För den andra barriären

$$\begin{aligned} G_2 &= 16 \frac{E_p}{U_2} \left(1 - \frac{E_p}{U_2} \right) = 16 \frac{3}{4} \left(1 - \frac{3}{4} \right) = 3 \\ \kappa_2 &= \frac{\sqrt{2m_p(U_2 - E_p)}}{\hbar} = \frac{\sqrt{2m_e(4 - 3)e}}{\hbar} = 5.12317 \cdot 10^9 m^{-1} \end{aligned} \quad (24)$$

Om sannolikheten för tunnling ska vara lika stor för bägge potentialbarriärerna

$$\begin{aligned}T_1 = T_2 &\Rightarrow G_1 e^{-2\kappa_1 L_1} = G_2 e^{-2\kappa_2 L_2} \Rightarrow \\ \ln\left(\frac{G_1}{G_2}\right) &= 2(\kappa_1 L_1 - \kappa_2 L_2) \Rightarrow \\ L_2 &= \frac{\kappa_1}{\kappa_2} L_1 - \frac{\ln\left(\frac{G_1}{G_2}\right)}{2\kappa_2} = 17.3nm\end{aligned}\tag{25}$$

Svar: 17 nm

6. a) Insättning av lösningen i Schrödingerekvationen ger

$$E_{n_x n_y} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} (n_x^2 + n_y^2) \quad (26)$$

b) Sannolikheten att finna elektronen i ett område $dxdy$ i närheten av punkten (x, y) ges av

$$|\psi(x, y)|^2 dxdy \quad (27)$$

Integralen av det uttrycket över hela lådan måste då vara lika med 1 eftersom vi vet att elektronen befinner sig i lådan.

$$\int_0^L \int_0^L |\psi(x, y)|^2 dxdy = 1 \Rightarrow \int_0^L \int_0^L A^2 \sin^2 \left(\frac{n_x \pi x}{L} \right) \sin^2 \left(\frac{n_y \pi y}{L} \right) dxdy = 1 \quad (28)$$

Lösningen av ekvationen ovan ger ett värde på A . En vågfunktion som uppfyller integralen ovan sägs vara *normaliserad*.

c) Enligt figur så är $n_x = 4$ och $n_y = 8$. Då gäller följande för en återgång till grundtillståndet $n_x = n_y = 1$.

$$\frac{hc}{\lambda} = \Delta E = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} (4^2 + 8^2 - 1^2 - 1^2) \Rightarrow \quad (29)$$

$$\lambda = \frac{2hcmL^2}{78\hbar^2 \pi^2} = 4.22716 \mu m \quad (30)$$

Svar: $\lambda = 4.23 \mu m$