

F0005T-2025-08-29

19 okt. 2026, 16 min läsning

UTKAST

#tenta #fysik #vågrörelse #modern-fysik

Kurs: F0005T — Fysik 2 **Datum:** 2025-08-29 **Examinator:** Erik Olsson **Källa:** [originaltentamen](#) · [lärarens lösningar](#) **Hjälpmedel:** miniräknare och Fysika. 6 uppgifter, 18 poäng; betyg 3 vid 9 p, 4 vid 12,5 p och 5 vid 15,5 p.

Översikt

VÅG (uppgift 1–3):

- ögonblicksbild av en våg: amplitud, våglängd, frekvens, fart, faskonstant och riktning (1)
- delvis polariserat ljus genom en polarisator och in i glas vid Brewstervinkeln (2), samma uppgift som [december 2024](#) uppgift 2 och [augusti 2026](#) uppgift 3
- tre högtalare i rad: intensitet, visardiagram och ljudnivå (3)

MOF (uppgift 4–6):

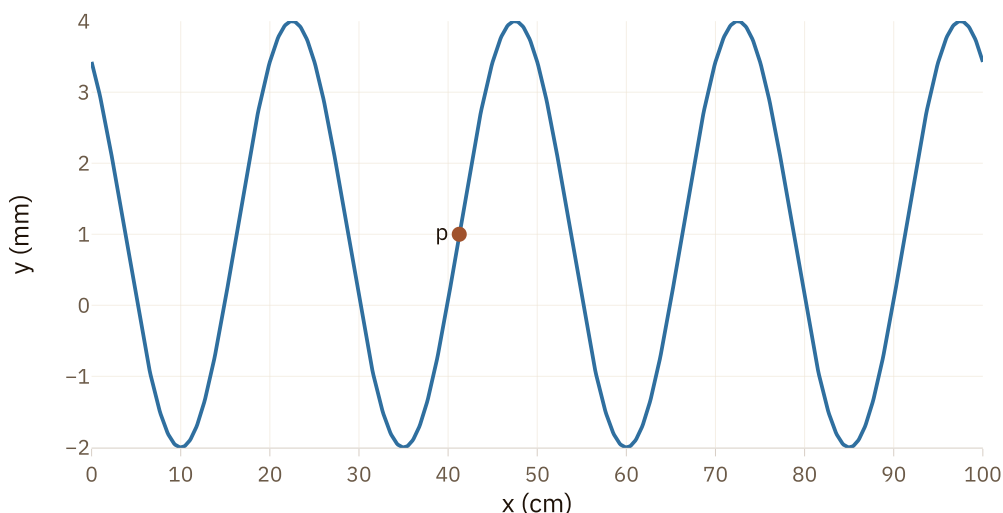
- comptonspredning: elektronens största rörelsemängd i y-led (4)
- de Broglie-våglängd och tunnling genom två barriärer (5)
- elektron i en kvadratisk låda: energinivåer, normering och emitterad foton (6)

Så använder du sidan

Försök själv först, med Fysika framme som på tentan. Ledtråd 1 säger vilken sorts uppgift det är och var den står i Fysika, ledtråd 2 (inuti ledtråd 1) ger modellen och ledtråd 3 (inuti ledtråd 2) nyckelsteget eller fällan. **Lösning** är lärarens lösning med förklaringar mellan stegen; varje formel och tabellvärde har sin Fysika-kod. Där läraren bara gett svaret (seminarieuppgifter) är lösningsgången egen och svaret kontrollerat mot lärarens. Figurerna är interaktiva: håll muspekaren över kurvorna för exakta värden, och dra i reglagen där sådana finns.

1. Ögonblicksbild av en våg

I figuren ses en ögonblicksbild av en propagerande våg då tiden $t = 0$. Då bilden togs hade punkten p sin maximala partikelhastighet på 942 mm/s i positiv y -riktning. Låt vågen beskrivas av en $\cos$ -funktion. Bestäm vågens amplitud, våglängd, frekvens, hastighet, faskonstant och i vilken riktning vågen propagerar. (3p)



Totalpoäng: 3

Ledtråd 1

Harmonisk våg, Fashastighet och partikelhastighet och Fas och faskonstant. *Fysika: Fc1* (harmonisk våg, partikelhastighet, $v = f\lambda$).

Ledtråd 2

Amplituden är halva avståndet mellan topp och dal, våglängden avståndet mellan två toppar. Partikelhastighetens största värde är $v_{p,max} = a\omega$, vilket ger f .

Ledtråd 3

Kurvan svänger mellan -2 och 4 mm , så jämviktsläget ligger vid 1 mm , inte vid 0 . p ligger på en sluttning som stiger åt höger och rör sig uppåt: åt vilket håll måste toppen till höger om p gå? För faskonstanten: sätt in en dal, där $\cos = -1$.

 Lösning

Våglängd och amplitud. Topparna ligger vid $x = 22,5; 47,5; 72,5$ cm och dalarna vid 10; 35; 60 cm, så

$$\lambda = 47,5 - 22,5 = 25 \text{ cm}$$

Kurvan går mellan -2 och 4 mm, så amplituden är halva skillnaden, $a = 3,0$ mm (jämviktsläget ligger vid 1 mm i figuren).

Riktning. p ligger i jämviktsläget på en sluttning som stiger åt höger, med toppen vid $47,5$ cm till höger om sig. Att p rör sig uppåt betyder att den toppen är på väg mot p , alltså att vågen propagerar i **negativ x -riktning**.

Frekvens. Den maximala partikelhastigheten är

$$v_{p,max} = a\omega = a2\pi f \Rightarrow f = \frac{v_{p,max}}{2\pi a} = \frac{942}{2\pi \cdot 3} = 50 \text{ Hz}$$

Fysika: Fc1 (partikelhastighet $v_p = ds/dt$, $\omega = 2\pi f$)

Hastighet:

$$v = \lambda f = 0,25 \cdot 50 = 12,5 \text{ m/s}$$

Fysika: Fc1 ($v = f \cdot \lambda$)

Faskonstant. En våg i negativ x -riktning skrivs med $\cos(kx + \omega t + \alpha)$:

$$s = a \cos(\omega t + kx + \alpha)$$

Fysika: Fc1 (propagerande harmonisk våg, $s = a \cos(\omega t \pm kx + \delta)$)

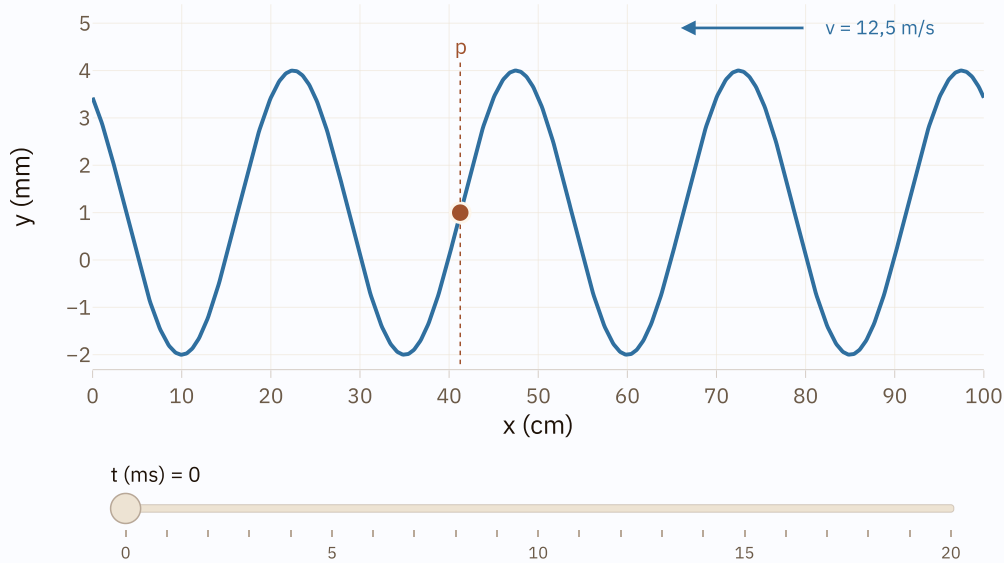
Vid $t = 0$ ligger en dal vid $x = 10$ cm, där $\cos = -1$:

$$\cos(kx + \alpha) = -1 \Rightarrow kx + \alpha = \pi \Rightarrow \alpha = \pi - \frac{2\pi}{25} \cdot 10 = \frac{\pi}{5}$$

Kontroll med p vid $x = 41,25 \text{ cm}$: fasen är $3,3\pi + 0,2\pi = 3,5\pi$, så $\cos = 0$ (jämviktsläget), och $\partial s / \partial t = -a\omega \sin(3,5\pi) = +a\omega$, uppåt.

Svar: $a = 3,0 \text{ mm}$, $\lambda = 25 \text{ cm}$, $f = 50 \text{ Hz}$, $v = 12,5 \text{ m/s}$, $\alpha = \frac{\pi}{5}$, vågen går i **negativ x-riktning**.

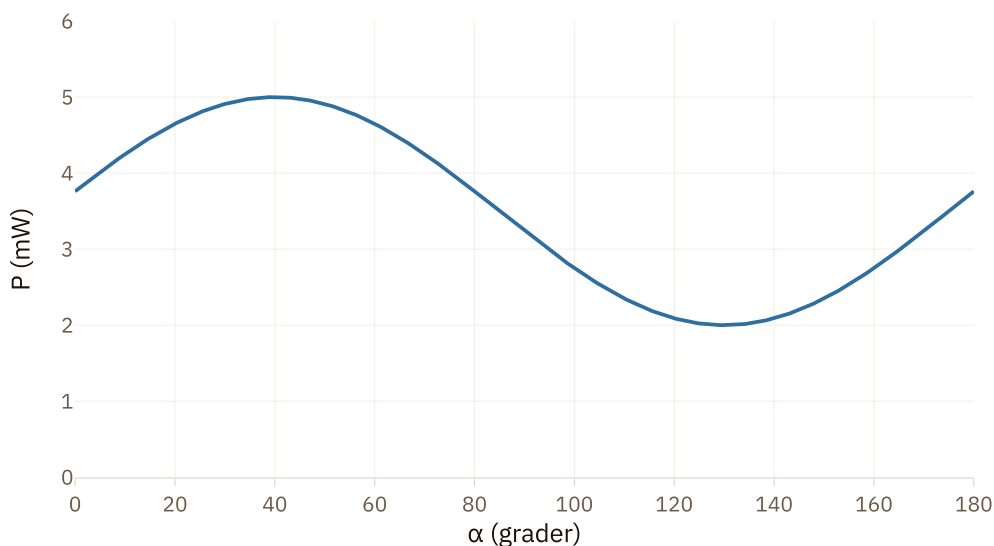
Dra i reglaget: vågen vandrar åt vänster och p går först uppåt. Efter en period, 20 ms , är bilden densamma igen.



Kontrollerat mot facit. Facit skriver vågen som $\cos(kx + \alpha)$ kring $y = 0$; i figuren ligger jämviktsläget vid $y = 1 \text{ mm}$, vilket inte påverkar något av svaren.

2. Delvis polariserat ljus och Brewstervinkeln

Delvis polariserat ljus analyseras med en polarisator. Effekten hos ljuset som passerat polarisatorn ses i figuren. Vinkeln α är polarisatorns genomsläppsriktning relativt horisonten.



a) Bestäm det opolariserade ljusets effekt, det polariserade ljusets effekt samt det polariserade ljusets polarisationsriktning relativt horisonten. (1,5p)

b) Polarisatorn ställs in så att genomsläppsriktningen är 85° . Ljuset som passerar polarisatorn får sedan träffa en glasyta som är orienterad på så sätt att ljuset träffar glasytan vid Brewstervinkeln med sin polarisation vinkelrät mot infallsplanet. Glaset har ett brytningsindex på 1,52. Beräkna effekten hos ljuset som går in i glaset. (1,5p)

Totalpoäng: 3

Ledtråd 1

Polarisation med Malus lag, och Brewsters vinkel med Fresnels formler. Allt står i Fysika: Fc3.

Ledtråd 2

En polarisator släpper igenom hälften av det opolariserade ljuset oavsett vinkel, och $P_p \cos^2(\alpha - \alpha_p)$ av det polariserade (Malus). Kurvan är alltså $P(\alpha) = P_o/2 + P_p \cos^2(\alpha - \alpha_p)$. För b: vid Brewstervinkeln är $i + b = 90^\circ$, och för ljus polariserat vinkelrätt mot infallsplanet gäller $R_\perp = \sin^2(i - b)/\sin^2(i + b)$.

Ledtråd 3

Minimum ger $P_o/2$ direkt (där släpps inget polariserat ljus igenom), och avståndet mellan max och min är P_p . Fällan i b: vid Brewstervinkeln reflekteras inget av det **parallellpolariserade** ljuset, men här är ljuset polariserat **vinkelrätt**, så en del reflekteras ändå.

Lösning

Samma uppgift som december 2024 uppgift 2 och augusti 2026 uppgift 3. Läraren går igenom uppgiften på seminarium 3; facit motiverar a kort och ger bara svaret på b, så lösningsgången i b är egen.

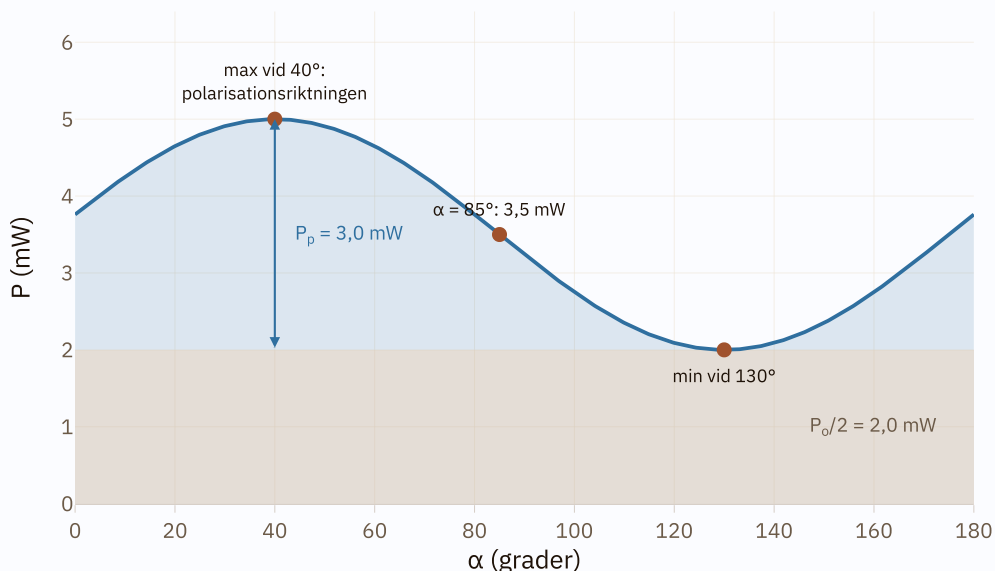
a) Efter polarisatorn är effekten

$$P(\alpha) = \frac{P_o}{2} + P_p \cos^2(\alpha - \alpha_p)$$

Fysika: Fc3 (Malus lag, $I = I_0 \cos^2 \theta$)

Ur figuren: maximum 5,0 mW vid 40° och minimum 2,0 mW vid 130°.

- Polarisationsriktningen är där kurvan har sitt max: $\alpha_p = 40^\circ$.
- Vid 130° (vinkelrätt mot α_p) släpps bara hälften av det opolariserade ljuset igenom: $P_o/2 = 2,0 \text{ mW}$, så $P_o = 4,0 \text{ mW}$.
- Vid 40° släpps dessutom allt polariserat ljus igenom: $P_p = 5,0 - 2,0 = 3,0 \text{ mW}$.



Svar: $P_o = 4,0 \text{ mW}$, $P_p = 3,0 \text{ mW}$ och polarisationsriktningen 40° mot horisonten.

b) Vid 85° är vinkeln mot polarisationsriktningen 45°:

$$P = \frac{P_o}{2} + P_p \cos^2 45^\circ = 2,0 + 3,0 \cdot \frac{1}{2} = 3,5 \text{ mW}$$

Fysika: Fc3 (Malus lag)

Ljuset efter polarisatorn är helt linjärpolariserat och träffar glaset vinkelrätt mot infallsplanet vid Brewstervinkeln:

$$\tan \theta_p = \frac{n_2}{n_1} = 1,52 \Rightarrow \theta_p = 56,66^\circ$$

Fysika: Fc3 (Brewstervinkeln)

Vid Brewstervinkeln är reflekterad och bruten stråle vinkelräta, så brytningsvinkeln är $b = 90^\circ - 56,66^\circ = 33,34^\circ$. Reflektansen för vinkelrät polarisation:

$$R_\perp = \frac{\sin^2(i - b)}{\sin^2(i + b)} = \frac{\sin^2(23,32^\circ)}{\sin^2(90^\circ)} = 0,157$$

Fysika: Fc3 (Fresnels formler för reflekterat ljus)

Det som inte reflekteras går in i glaset:

$$P_{\text{in}} = (1 - R_\perp) \cdot 3,5 \text{ mW} = 0,843 \cdot 3,5 = 2,95 \text{ mW}$$

Svar: $P_{\text{in}} \approx 3,0 \text{ mW}$ (2,95 mW)

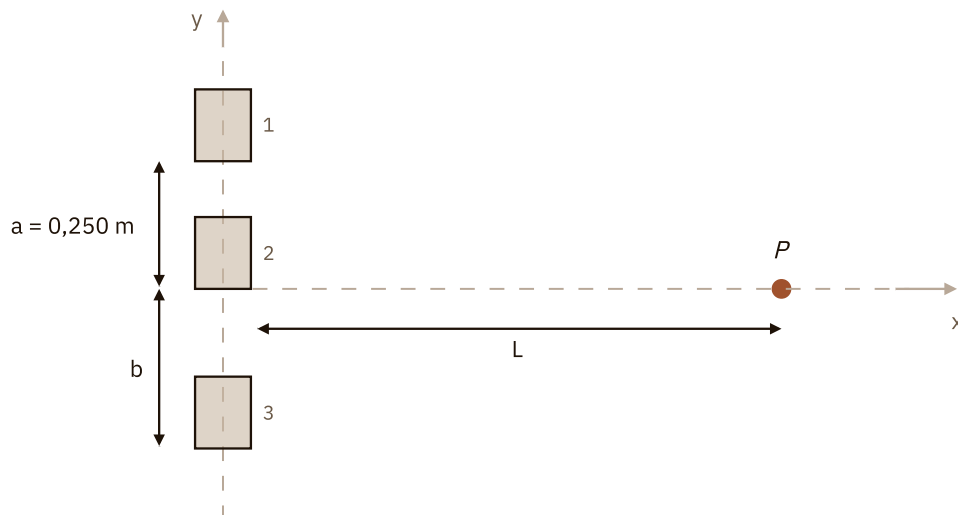
Varför reflekteras något alls vid Brewstervinkeln?

Brewstervinkeln gör $R_\parallel = \tan^2(i - b) / \tan^2(i + b)$ till noll, eftersom $\tan(i + b) = \tan 90^\circ$ är oändlig. För $R_\perp$ står $\sin$ i nämnaren, och $\sin 90^\circ = 1$, så $R_\perp$ blir inte noll. Det är därför reflexer från glas vid den vinkeln är helt vinkelrätt polariserade.

Svaret kontrollerat mot facit; lösningsgången är egen. Facit ger polarisationsriktningen 40° , $P_o = 4,0 \text{ mW}$, $P_p = 3,0 \text{ mW}$ och $3,0 \text{ mW}$ in i glaset.

3. Tre högtalare längs y-axeln

Tre högtalare med samma effekt är kopplade till samma tongenerator och utplacerade längs y -axeln. Ljudhastigheten är 345 m/s under rådande omständigheter och frekvensen är 460 Hz . Avståndet a är $0,250 \text{ m}$. Avståndet L är mycket stort i jämförelse med a och b .



- Om ljudintensiteten från en högtalare är $6,00 \text{ mW/m}^2$ i punkten P på x -axeln, hur stor är intensiteten i den punkten då alla tre högtalare är igång samtidigt? (0,5p)
- Om vi istället studerar ljudet i en punkt på y -axeln, ovanför den översta högtalaren i figuren, vilket är det kortaste avstånd b som ger max intensitet i den punkten? (1,5p)
- Vilken ljudintensitetsnivå blir det då i den punkten på y -axeln? Utgå från att ljudvågen från varje individuell högtalare har intensiteten $6,00 \text{ mW/m}^2$ i den punkt på y -axeln som avses. (1p)

Totalpoäng: 3

Ledtråd 1

Superposition av vågor med visare, och Ljudintensitet och ljudnivå. Fysika: Fc1a (superposition), Fc4a (interferens mellan två vågor), Fc2 (intensitet $I \propto a^2$, ljudintensitetsnivå).

Ledtråd 2

Långt ut på x -axeln är vägarna från de tre högtalarna lika långa. På y -axeln ovanför högtalarna går vågen från högtalare 2 sträckan a längre än vågen från 1, och vågen från 3 ytterligare b . Fasskillnaden är $k \cdot$ (vägskillnad).

Ledtråd 3

$ka = 2\pi/3$. Visarna 1 och 2 ger en summa med samma längd som en visare, riktad mitt emellan dem. Max får man när visare 3 pekar längs den summan; det kortaste b är inte 0.

Lösning

a) I P har alla tre vågorna gått lika långt ($L \gg a, b$), så de är i fas och den totala amplituden blir $3A$. Intensiteten är proportionell mot amplituden i kvadrat:

$$I_{\text{tot}} = 3^2 I = 9 \cdot 6,00 = 54,0 \text{ mW/m}^2$$

Fysika: Fc2 (intensitet $I = \frac{1}{2} \rho v \omega^2 a^2$, alltså $I \propto a^2$)

Svar: $I = 54,0 \text{ mW/m}^2$

b) Våglängden:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{345}{460} = 0,75 \text{ m}$$

Fysika: Fc1 ($v = f \cdot \lambda$)

I en punkt på y -axeln ovanför högtalarna går vågen från högtalare 2 sträckan a längre än vågen från högtalare 1:

$$\Delta\beta_{12} = ka = \frac{2\pi}{\lambda} a = \frac{2\pi}{0,75} \cdot 0,25 = \frac{2\pi}{3}$$

Fysika: Fc1 ($k = 2\pi/\lambda$)

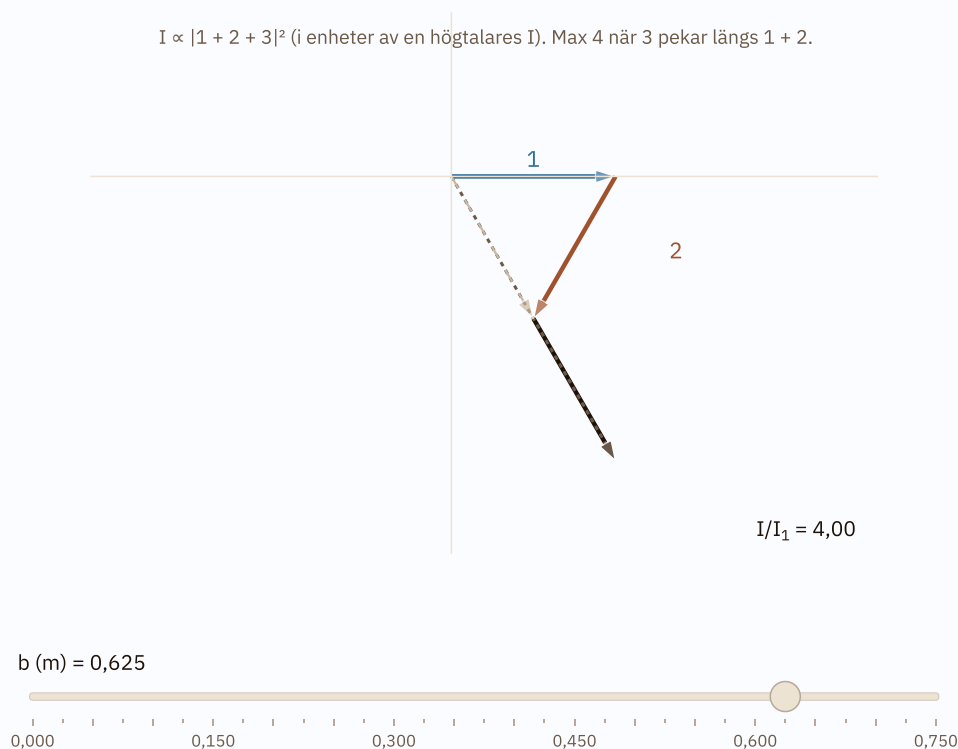
Visarna 1 och 2 är lika långa och står 120° isär, så deras summa pekar mitt emellan, 60° efter visare 1. Visare 3 släpar kb efter visare 2, och intensiteten blir störst när visare 3 är i fas med summan av 1 och 2, alltså 60° **före** visare 2. Det kortaste positiva b som ger det är

$$\Delta\beta_{23} = kb = 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3} \Rightarrow b = \frac{5}{6}\lambda = 0,625 \text{ m}$$

Fysika: Fc1a (superposition av vågor)

Svar: $b = 0,625 \text{ m}$

Dra i reglaget för b och se hur visare 3 vrids sig. Intensiteten (i enheter av en högtalares) blir störst, 4, vid $b = 0,625 \text{ m}$:



c) Först vågorna 1 och 2:

$$\begin{aligned} I_{12} &= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\beta_{12} = 2I(1 + \cos(2\pi/3)) \\ &= 12 \cdot (1 - 0,5) = 6,00 \text{ mW/m}^2 \end{aligned}$$

Fysika: Fc4a (interferens mellan två vågor)

Den tredje vågen är helt i fas med resultanten av de två första:

$$I_{123} = I_{12} + I_3 + 2\sqrt{I_{12} I_3} \cos 0 = 6 + 6 + 2 \cdot 6 = 24,0 \text{ mW/m}^2$$

Ljudintensitetsnivån:

$$L = 10 \log \frac{I_{123}}{I_0} = 10 \log \frac{24 \cdot 10^{-3}}{1,0 \cdot 10^{-12}} = 103,8 \text{ dB}$$

Fysika: Fc2 (ljudintensitetsnivå, $I_0 = 1,0 \cdot 10^{-12} \text{ W/m}^2$)

Svar: $L \approx 104 \text{ dB}$

 Varför inte $b = 0$ eller $b = \lambda$?

Med $b = \lambda$ (eller $b = 0$) skulle våg 3 vara i fas med våg 2, men summan 1 + 2 pekar 60° före våg 2. Då blir $|1 + 2 + 3|^2 = 3$ i stället för 4. Det är summan av de tidigare visarna som våg 3 ska ligga i fas med, inte närmaste granne.

Kontrollerat mot facit.

4. Comptonstöt med största rörelsemängd i y-led

En foton med våglängden $1,50 \text{ nm}$ färdas i positiv x-riktning och stöter på en stillastående elektron.

- Vilken är den största rörelsemängden som elektronen kan ha i y-riktningen efter kollisionen? (1p)
- Om elektronen skulle få maximal rörelsemängd i y-riktningen, vilken rörelsemängd skulle den ha i x-riktningen? (1p)
- Vilken de Broglie våglängd skulle elektronen då ha? (1p)

OBS! Du behöver inte räkna relativistiskt i denna kurs.

Totalpoäng: 3

Ledtråd 1

Comptonspridning och rörelsemängdens bevarande, och De Broglie-våglängd. Fysika: Fd3 (Comptonspridning, de Broglie-våglängden $\lambda = h/p$), Fb7a (rörelsemängd) och Te (comptonvåglängden).

Ledtråd 2

Elektronens rörelsemängd i y -led är lika stor som den spridda fotonens, med motsatt tecken: $p_{e,y} = (h/\lambda') \sin \theta$. Den blir störst när fotonen sprids vinkelrätt, $\theta = 90^\circ$.

Ledtråd 3

Vid $\theta = 90^\circ$ har den spridda fotonen ingen rörelsemängd i x -led, så elektronen tar hela fotonens ursprungliga x -rörelsemängd h/λ . Comptonskiftet vid 90° är precis en comptonvåglängd, 2,43 pm.

Lösning

a) Comptonspridning:

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos \theta)$$

Fysika: Fd3 (Comptonspridning), Te (elektronens comptonvåglängd $h/(m_e c) = 2,4263 \cdot 10^{-12} \text{ m}$)

Elektronen får störst rörelsemängd i y -led när fotonen sprids vinkelrätt, $\theta = -90^\circ$ (fotonen åt $-y$, elektronen åt $+y$). Då blir den nya våglängden

$$\lambda' = \lambda + \frac{h}{mc}(1 - \cos \theta) = 1,50 + 0,0024263 = 1,5024263 \text{ nm}$$

Rörelsemängden bevaras, så elektronens rörelsemängd i y -led har samma storlek som den spridda fotonens, med ombytt tecken:

$$p_{e,y} = -p_{f,y} = \frac{h}{\lambda'} = \frac{6,62607 \cdot 10^{-34}}{1,5024263 \cdot 10^{-9}} = 4,41 \cdot 10^{-25} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Fysika: Fd3 ($p = h/\lambda$), Fb7a (rörelsemängd)

Svar: $p_{e,y} = 4,41 \cdot 10^{-25} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

b) Den spridda fotonen har ingen rörelsemängd i x -led, så elektronen har samma rörelsemängd i x -led som fotonen hade från start:

$$p_{e,x} = p_f = \frac{h}{\lambda} = \frac{6,62607 \cdot 10^{-34}}{1,50 \cdot 10^{-9}} = 4,42 \cdot 10^{-25} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Svar: $p_{e,x} = 4,42 \cdot 10^{-25} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

c) Elektronens totala rörelsemängd:

$$p = \sqrt{p_{e,x}^2 + p_{e,y}^2} = 6,24 \cdot 10^{-25} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Det ger de Broglie-våglängden

$$\lambda_e = \frac{h}{p} = 1,06 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

Fysika: Fd3 (de Broglie-våglängden)

Svar: $\lambda_e = 1,06 \text{ nm}$

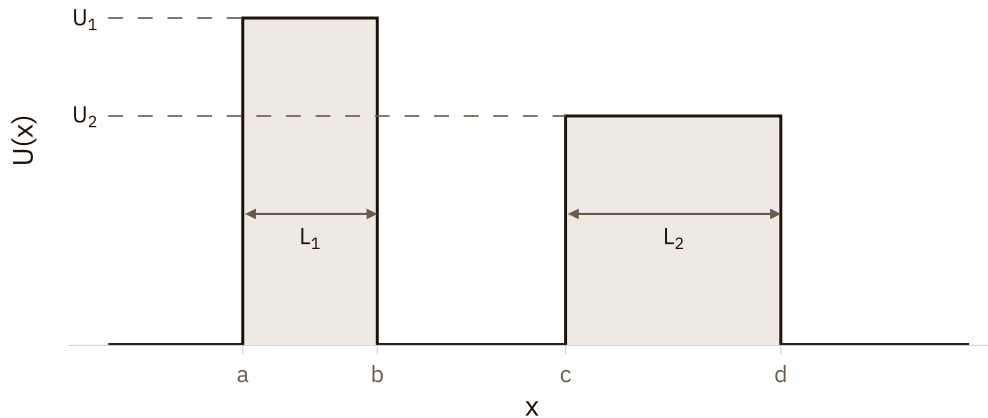
 **Är 90° exakt optimum?**

Nästan. $p_{e,y} = h \sin \theta / \lambda'(\theta)$, och λ' växer svagt med θ . Derivatan blir noll vid $\cos \theta = \lambda_C / (\lambda + \lambda_C) = 0,0016$, alltså $\theta = 89,9^\circ$, och $p_{e,y}$ ändras först i femte värdesiffran. För en så lång våglängd ($1,5 \text{ nm} \gg 2,4 \text{ pm}$) är skiftet litet, och 90° är en utmärkt approximation.

Kontrollerat mot facit.

5. Två barriärer: våglängd och tunnling

En elektron med den totala energin E färdas längs x -axeln och passerar potentialerna i figuren.



a) Om $U_1 = 0,6E$ och $U_2 = 0,4E$, beräkna kvoten av elektronens de Broglie våglängd i området $a < x < b$ över elektronens de Broglie våglängd i området $c < x < d$. (1p)

b) Låt elektronen ha energin $E = K = 3,00$ eV och potentialerna $U_1 = 6,00$ eV samt $U_2 = 4,00$ eV. Om $L_1 = 10$ nm, hur stor ska längden L_2 vara för att sannolikheterna för att elektronen ska tunnla igenom någon av potentialbarriärerna ska vara lika stora? (2p)

Totalpoäng: 3

Ledtråd 1

De Broglie-våglängd och Kvantmekanisk tunnling. Fysika: Fd3 (de Broglie-våglängden, tunneleffekt $T = Ge^{-2\kappa L}$).

Ledtråd 2

Över en barriär är rörelseenergin $K = E - U$, och $\lambda = h/\sqrt{2mK}$. I b ger Fysika $T = Ge^{-2\kappa L}$ med $G = 16 \frac{E}{U_0} (1 - \frac{E}{U_0})$ och $\kappa = \sqrt{2m(U_0 - E)}/\hbar$ för varje barriär.

Ledtråd 3

I a: över den **högre** barriären är rörelseenergin **mindre**, alltså våglängden längre. I b: sätt $T_1 = T_2$ och ta logaritmen; G -faktorerna är olika och ger en liten korrektion.

 Lösning

a) I området $a < x < b$ är rörelseenergin $K_1 = E - U_1 = 0,4E$, och i $c < x < d$ är den $K_2 = E - U_2 = 0,6E$:

$$\lambda_1 = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mK_1}} = \frac{h}{\sqrt{2m(0,4E)}}$$

$$\lambda_2 = \frac{h}{\sqrt{2mK_2}} = \frac{h}{\sqrt{2m(0,6E)}}$$

Fysika: Fd3 (de Broglie-våglängden)

Kvoten:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \sqrt{\frac{0,6}{0,4}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \approx 1,22$$

Svar: $\lambda_1/\lambda_2 = \sqrt{3/2} \approx 1,22$

b) Sannolikheten för tunnling ges av

$$T = Ge^{-2\kappa L}, \quad G = 16 \frac{E_p}{U_0} \left(1 - \frac{E_p}{U_0}\right), \quad \kappa = \frac{\sqrt{2m_p(U_0 - E_p)}}{\hbar}$$

Fysika: Fd3 (tunneleffekt)

För den första barriären:

$$G_1 = 16 \cdot \frac{3}{6} \left(1 - \frac{3}{6}\right) = 4$$

$$\kappa_1 = \frac{\sqrt{2m_e(6-3)e}}{\hbar} = 8,874 \cdot 10^9 \text{ m}^{-1}$$

För den andra barriären:

$$G_2 = 16 \cdot \frac{3}{4} \left(1 - \frac{3}{4}\right) = 3$$

$$\kappa_2 = \frac{\sqrt{2m_e(4-3)e}}{\hbar} = 5,123 \cdot 10^9 \text{ m}^{-1}$$

Fysika: Te (m_e , e , $\hbar$)

Om sannolikheten för tunnling ska vara lika stor för båda barriärerna:

$$\begin{aligned} T_1 = T_2 &\Rightarrow G_1 e^{-2\kappa_1 L_1} = G_2 e^{-2\kappa_2 L_2} \\ &\Rightarrow \ln \frac{G_1}{G_2} = 2(\kappa_1 L_1 - \kappa_2 L_2) \\ \Rightarrow L_2 &= \frac{\kappa_1}{\kappa_2} L_1 - \frac{\ln(G_1/G_2)}{2\kappa_2} = 17,3 \text{ nm} \end{aligned}$$

Svar: $L_2 \approx 17 \text{ nm}$

Vad betyder G -faktorn här?

Utan G skulle villkoret bli $\kappa_1 L_1 = \kappa_2 L_2$, alltså $L_2 = \sqrt{3} \cdot 10 = 17,32 \text{ nm}$. G -faktorerna flyttar svaret bara $0,03 \text{ nm}$: det är exponenten som styr tunnlingen.

Kontrollerat mot facit.

6. Elektron i en kvadratisk låda

Den två-dimensionella Schrödingerekvationen har följande utseende

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2 \psi(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi(x,y)}{\partial y^2} \right) + U(x,y) \psi(x,y) = E \psi(x,y)$$

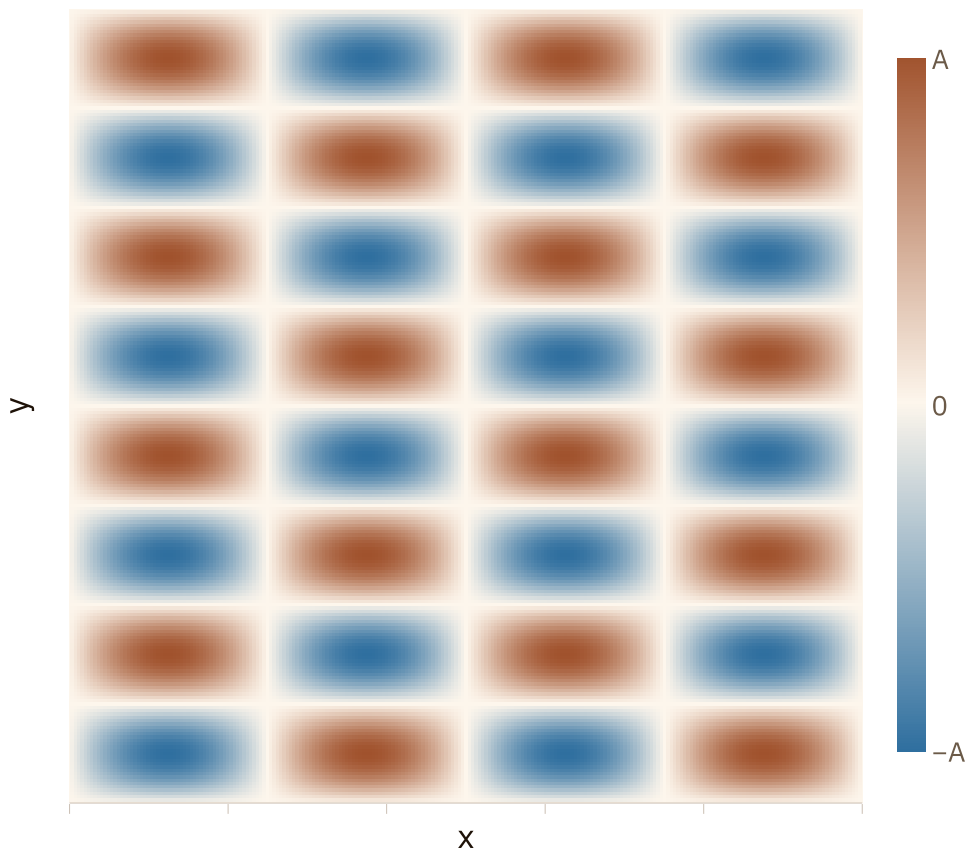
och lösningen för en elektron i en kvadratisk lådpotential med sidlängden L ges av

$$\psi(x,y) = A \sin\left(\frac{n_x \pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{n_y \pi y}{L}\right).$$

a) Bestäm energinivåerna. (0,5p)

b) Beskriv hur A kan bestämmas och förklara varför A bestäms på det sättet. (1p)

c) Vågfunktionen för elektronen ges av figuren nedan. Om $L = 10,0 \text{ nm}$, vilken våglängd har fotonen som emitteras då elektronen återgår till grundtillståndet? (1,5p)



Totalpoäng: 3

Ledtråd 1

Partikel i tvådimensionell låda, Vågfunktion (normering) och Fotonen. Fysika: Fd3 (fri partikel i endimensionell låda, fotonenergi).

Ledtråd 2

Sätt in ψ i ekvationen med $U = 0$ i lådan: varje andraderivata ger en faktor $-(n\pi/L)^2$. $|\psi|^2 dx dy$ är sannolikheten att hitta elektronen i ett litet område.

Ledtråd 3

Räkna antalet halvperioder (fläckar) längs x och längs y i figuren: det är n_x och n_y . Grundtillståndet är $n_x = n_y = 1$, inte 0.

 Lösning

En liknande uppgift finns i **maj 2023** uppgift 6.

a) Insättning av lösningen i Schrödingerekvationen, med $U = 0$ inne i lådan, ger

$$E_{n_x n_y} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} (n_x^2 + n_y^2)$$

Fysika: Fd3 (fri partikel i endimensionell låda, $E_n = n^2 \pi^2 \hbar^2 / (2ma^2)$; i två dimensioner adderas bidragen från x och y)

b) Sannolikheten att hitta elektronen i ett område $dx dy$ i närheten av punkten (x, y) är

$$|\psi(x, y)|^2 dx dy$$

Integralen av det uttrycket över hela lådan måste då vara lika med 1, eftersom vi vet att elektronen befinner sig i lådan:

$$\int_0^L \int_0^L A^2 \sin^2\left(\frac{n_x \pi x}{L}\right) \sin^2\left(\frac{n_y \pi y}{L}\right) dx dy = 1$$

Lösningen av ekvationen ger värdet på A . En vågfunktion som uppfyller integralen ovan sägs vara normerad. (Varje integral av $\sin^2$ över lådan blir $L/2$, så $A^2 L^2 / 4 = 1$ och $A = 2/L$.)

c) Enligt figuren är $n_x = 4$ (fyra halvperioder längs x) och $n_y = 8$ (åtta längs y). Grundtillståndet är $n_x = n_y = 1$:

$$\begin{aligned} \frac{hc}{\lambda} = \Delta E &= \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} (4^2 + 8^2 - 1^2 - 1^2) \\ &= 78 \cdot \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} \end{aligned}$$

Fysika: Fd3 (fotonenergi $E = hc/\lambda$)

Våglängden:

$$\begin{aligned}
 \lambda &= \frac{2hcmL^2}{78\hbar^2\pi^2} \\
 &= \frac{2 \cdot 6,62607 \cdot 10^{-34} \cdot 2,9979 \cdot 10^8 \cdot 9,1094 \cdot 10^{-31} \cdot (10^{-8})^2}{78 \cdot (1,05457 \cdot 10^{-34})^2 \cdot \pi^2} \\
 &= 4,227 \cdot 10^{-6} \text{ m}
 \end{aligned}$$

Fysika: Te (h , $\hbar$, c , m_e)

Svar: $\lambda \approx 4,23 \mu\text{m}$

Kontrollerat mot facit.

Se även

- [F0005T](#) — kurssidan med alla tentor
- [Harmonisk våg](#) · [Fas](#) · [Fas hastighet](#) och [partikel hastighet](#) · [Fas och faskonstant](#) · [Polarisation](#) · [Malus lag](#) · [Brewsters vinkel](#) · [Fresnels formler](#)
- [Superposition av vågor](#) · [Fasordiagram](#) · [Ljudintensitet](#) och [ljudnivå](#)
- [Comptonspridning](#) · [De Broglie-våglängd](#) · [Kvantmekanisk tunnling](#) · [Partikel i tvådimensionell låda](#) · [Vågfunktion](#)