

F0005T-2025-03-21

19 okt. 2026, 16 min läsning

UTKAST

#tenta #fysik #vågrörelse #modern-fysik

Kurs: F0005T — Fysik 2 **Datum:** 2025-03-21 **Examinator:** Erik Olsson **Källa:** [originaltentamen](#) · [lärarens lösningar](#) **Hjälpmedel:** miniräknare och Fysika. 6 uppgifter, 18 poäng; betyg 3 vid 9 p, 4 vid 12,5 p och 5 vid 15,5 p.

Översikt

VÅG (uppgift 1–3):

- en stående våg på ett elastiskt snöre: amplitud, våglängd, frekvens, vågekvation och partikelacceleration (1)
- två högtalare: interferensminima längs en linje, maxima när frekvensen ändras och svävning från en rörlig högtalare (2), liknande [maj 2026](#) uppgift 2
- solreflex från vatten vid Brewstervinkeln genom polariserande solglasögon (3)

MOF (uppgift 4–6):

- två stjärnors spektrala emittans och en rymdstations solpaneler (4)
- karakteristisk röntgenstrålning från guld, K_β och $\lambda_{\min}$ (5), samma uppgift som [december 2025](#) uppgift 5
- partikel i en tvådimensionell låda: randvillkor, vågtal och energinivåer (6)

Så använder du sidan

Försök själv först, med Fysika framme som på tentan. Ledtråd 1 säger vilken sorts uppgift det är och var den står i Fysika, ledtråd 2 (inuti ledtråd 1) ger modellen och ledtråd 3 (inuti ledtråd 2) nyckelsteget eller fällan. **Lösning** är lärarens lösning med förklaringar mellan stegen; varje formel och tabellvärde har sin Fysika-kod. Där läraren bara gett svaret (seminarieuppgifter) är lösningsgången egen och svaret kontrollerat mot lärarens. Figurerna är interaktiva: håll muspekaren över kurvorna för exakta värden, och dra i reglagen där sådana finns.

1. Stående våg på Sagas snöre

Saga har ett elastiskt snöre som är 3,00 m långt och väger 15 g. Hon klipper av en bit som är 90,0 cm lång och spänner sedan upp den i ett utsträckt läge längs x-axeln så att den är 120 cm lång. Hon kontrollerar dragkraften i ena änden med en dynamometer och kan se att den är 2,5 N. Därefter introducerar hon en propagerande transversell våg med amplituden 2,00 cm i ena änden. Hon justerar frekvensen så att hon får en stående våg med 4 nodpunkter, inklusive dom två ändpunkterna. Låt $x = 0$ vara vid snörets ena ände och den stående vågen ha max utslag vid tiden $t = 0$.

- Rita vågen som Saga ser vid tiden $t = 0$ och vid en tidpunkt Δt senare. Δt ska vara större än en fjärdedels periodtid men mindre än en halv periodtid. (0,5p)
- Bestäm den stående vågens amplitud, våglängd och frekvens. (1,5p)
- Skriv upp den stående vågens ekvation med numeriska värden på amplitud, vågtal och vinkelfrekvens i SI-enheter. (0,5p)
- Beräkna den maximala partikelaccelerationen. (0,5p)

Totalpoäng: 3

Ledtråd 1

Stående våg, Våghastighet på en sträng och Längddensitet. Fysika: $Fc1a$ (stående våg i en dimension), $Fc2a$ (transversella vågor i sträng) och $Fc1$ (k , ω , $v = f\lambda$).

Ledtråd 2

Längddensiteten är massan **av biten** delad med längden **när den är utsträckt**. Sedan $v = \sqrt{F/\rho_l}$. Fyra noder med ändarna inräknade betyder tre bukar, alltså $L = 3\lambda/2$. Två lika vågor som går åt var sitt håll ger $y = 2a \sin(kx) \cos(\omega t)$.

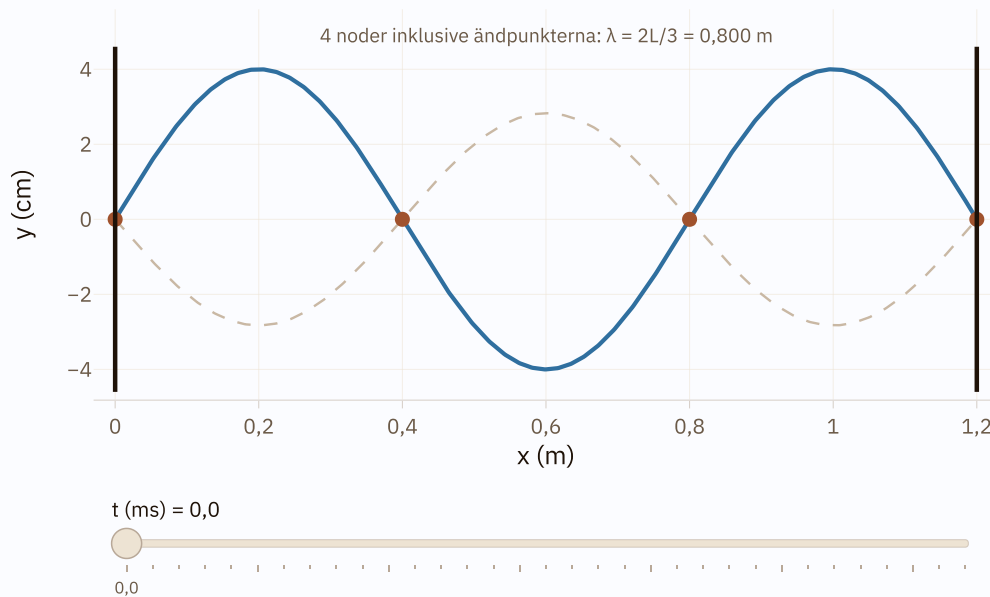
Ledtråd 3

Två fällor: biten väger 90/300 av hela snöret, men den är 1,20 m lång när den är uppspänd. Och den stående vågens amplitud är **dubbla** den propagerande vågens, $2a$. Mellan $T/4$ och $T/2$ har $\cos \omega t$ bytt tecken men inte nått -1 .

 Lösning

a) Vid $t = 0$ har den stående vågen max utslag. Efter Δt mellan $T/4$ och $T/2$ har den passerat jämviktsläget och ligger på andra sidan, med mindre utslag ($\cos \omega t$ mellan 0 och -1). Noderna ligger still.

Dra i reglaget för tiden. Den streckade kurvan är $\Delta t = 3T/8$, ett möjligt svar:



b) Massan hos den del av snöret som används:

$$m = \frac{15}{3} \cdot 0,900 = 4,50 \text{ g}$$

Längddensiteten när snöret är utsträckt:

$$\mu = \frac{m}{l} = \frac{0,0045}{1,2} = 0,00375 \text{ kg/m}$$

Vågornas hastighet på strängen:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{2,5}{0,00375}} = 25,8199 \text{ m/s}$$

Fysika: Fc2a (transversella vågor i sträng, $v = \sqrt{F/\rho l}$)

Fyra noder inklusive ändarna är den tredje moden, med tre halva våglängder på snöret:

$$\lambda = \frac{2L}{3} = \frac{2 \cdot 1,2}{3} = 0,800 \text{ m}$$

Frekvensen blir då

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{25,8199}{0,800} = 32,2749 \text{ Hz}$$

Fysika: Fc1 ($v = f \cdot \lambda$)

Den stående vågen är summan av två vågor med amplituden a som går åt var sitt håll, så amplituden i bukarna är

$$A = 2a = 2 \cdot 2,00 = 4,00 \text{ cm}$$

Fysika: Fc1a (stående våg $s = (a \sin kx + b \cos kx) \sin(\omega t - \delta)$)

Svar: $A = 4,00 \text{ cm}$, $\lambda = 0,800 \text{ m}$ och $f \approx 32 \text{ Hz}$

c) Vågtalet och vinkelfrekvensen:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 7,85 \text{ rad/m}, \quad \omega = 2\pi f = 202,789 \text{ rad/s}$$

Fysika: Fc1 ($k = 2\pi/\lambda$, $\omega = 2\pi f$)

Med nod vid $x = 0$ och max utslag vid $t = 0$:

Svar: $y = 4,00 \text{ cm} \cdot \sin(7,85x) \cos(203t)$

d) Partikelaccelerationen är andraderivatan av y med avseende på t , med störst belopp i en buk:

$$a_p = A\omega^2 = 0,04 \cdot 202,789^2 = 1644,93 \text{ m/s}^2$$

Fysika: Fc1 (partikelhastighet $v_p = ds/dt$; accelerationen är dv_p/dt)

Svar: $a_p \approx 1,6 \text{ km/s}^2$

Kontrollerat mot facit. Lärarens rad (9) skriver $0,04 \cdot 140,496^2$, men resultatet $1644,93 \text{ m/s}^2$ är $0,04 \cdot 202,789^2$; talet 140,496 är ett skrivfel.

2. Två högtalare, interferens och svävning

Två högtalare, A och B, är kopplade till samma tongenerator och sänder ut ljud vid frekvensen 1360 Hz. Avståndet L mellan högtalarna är 2,00 m och ljudhastigheten är 340 m/s.



- Hur många interferensminima kan en mikrofon registrera då den förs från högtalare A längs x-axeln? (1p)
- Låt mikrofonen befinna sig vid $x = 3,00 \text{ m}$. Om frekvensen nu vrids ner mot 50,0 Hz, hur många interferensmaxima kommer mikrofonen att detektera? (1p)
- Frekvensen är nu 50,0 Hz. Med vilken hastighet ska högtalare A röra sig i negativ x-riktning för att svävningsfrekvensen vid mikrofonen ska vara 2,00 Hz? (1p)

Totalpoäng: 3

Ledtråd 1

Interferens mellan två källor, **Svävning** och **Dopplereffekt**. Fysika: $Fc1$ ($v = f\lambda$), $Fc1a$ (superposition, svävningsfrekvens) och $Fc2$ (dopplereffekten hos ljud).

Ledtråd 2

Vägskillnaden till en punkt på x -axeln är $\Delta l = \sqrt{x^2 + L^2} - x$. Den är störst, L , vid högtalare A och går mot noll långt bort. Minimum när Δl är ett udda antal halva våglängder, maximum när den är ett helt antal våglängder.

Ledtråd 3

I a: räkna hur många udda halva våglängder som ryms under L . I b är Δl fast; skriv villkoret för max som $f = m v / \Delta l$ och räkna hur många m som ger en frekvens mellan 50 och 1360 Hz. I c: A rör sig bort från mikrofonen, så dess frekvens sjunker till 48 Hz.

Lösning

a) Vägskillnaden från högtalarna till en punkt på x -axeln:

$$\Delta l = \sqrt{x^2 + L^2} - x$$

Den är störst vid $x = 0$, där $\Delta l_{\max} = L$, och minskar mot noll när x växer. Våglängden:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{1360} = 0,250 \text{ m}$$

Fysika: Fc1 ($v = f \cdot \lambda$)

Interferensminimum när vägskillnaden är ett udda antal halva våglängder:

$$\Delta l = (2p - 1) \frac{\lambda}{2}, \quad p = 1, 2, 3, \dots$$

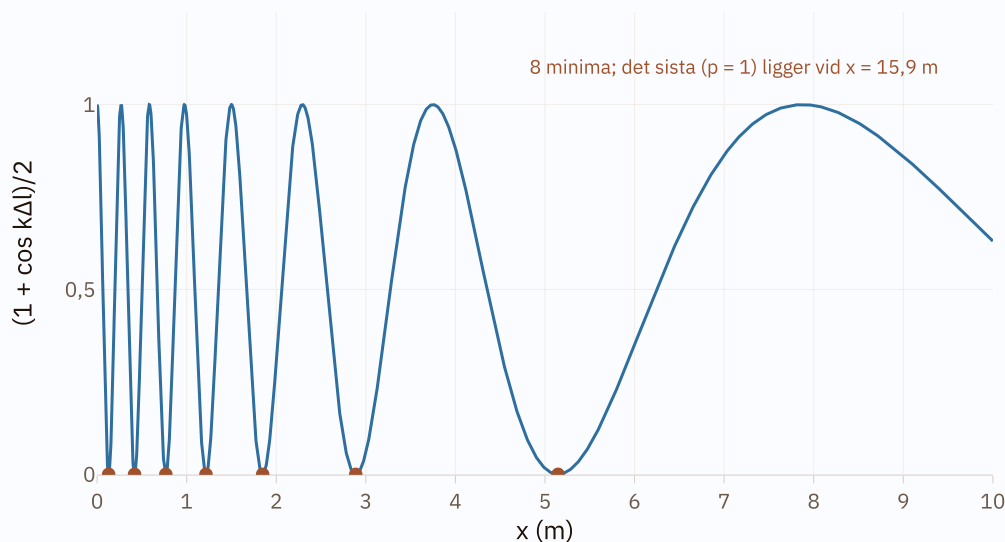
Fysika: Fc1a (superposition, $a^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos \Delta\phi$, minimum när $\Delta\phi$ är ett udda antal π)

Varje p med $\Delta l < L$ ger ett minimum någonstans på axeln:

$$(2p - 1) \frac{\lambda}{2} < L \Rightarrow p < \frac{L}{\lambda} + 0,5 = \frac{2}{0,25} + 0,5 = 8,5$$

Det största värdet p kan ha är alltså 8.

Svar: 8 minima



b) Vid $x = 3,00$ m är vägskillnaden fast:

$$\Delta l = \sqrt{9 + 4} - 3 = 0,6056 \text{ m}$$

Maximum när den är ett helt antal våglängder:

$$\Delta l = m\lambda = m \frac{v}{f} \Rightarrow f = m \frac{v}{\Delta l} = m \cdot 561,47 \text{ Hz}$$

Det ger $f_1 = 561,47$ Hz, $f_2 = 1122,94$ Hz och $f_3 = 1684,42$ Hz. Den tredje ligger utanför intervallet 50 till 1360 Hz.

Svar: 2 maxima

c) Högtalare B står still och ger 50,0 Hz vid mikrofonen. Svävningen ger frekvensen från A:

$$f_s = f_B - f_A \Rightarrow f_A = f_B - f_s = 50 - 2 = 48 \text{ Hz}$$

Fysika: Fc1a (svävningsfrekvens $f_{\text{svävning}} = |f_1 - f_2|$)

A rör sig bort från mikrofonen, så den dopplerskiftade frekvensen blir lägre:

$$f_A = f_0 \frac{v}{v + v_A} \Rightarrow v_A = v \left(\frac{f_0}{f_A} - 1 \right)$$

$$= 340 \left(\frac{50}{48} - 1 \right) = 14,2 \text{ m/s}$$

Fysika: Fc2 (dopplereffekten hos ljud, $f_m = f_s(v - v_m)/(v - v_s)$ med $v_m = 0$ och $v_s = -v_A$ eftersom källan rör sig från mottagaren)

Svar: $v_A \approx 14,2 \text{ m/s}$

Kontrollerat mot facit.

3. Solreflexen och solglasögonen

Sara står på en brygga vid en spegelblank sjö och njuter av solen, som är på väg ner, i sina nya polariserande solglasögon. Plötsligt märker Sara att solreflexen försvinner från vattenytan. Hon lutar då huvudet 15 grader åt sidan och kan åter se solljuset reflekteras från vattenytan. Betrakta hennes solglasögon som en ideal polarisator och utgå från att vattnets brytningsindex är 1,33. Hur stor del i % av det solljus som faller in mot vattenytan kan nu passera Saras solglasögon?

Totalpoäng: 3

Ledtråd 1

Brewsters vinkel, Fresnels formler och Malus lag. Allt står i Fysika: Fc3.

Ledtråd 2

Att reflexen försvinner helt betyder att solljuset faller in vid Brewstervinkeln: reflexen är då helt polariserad vinkelrätt mot infallsplanet (horisontellt), och glasögonen släpper bara igenom vertikalt ljus. Solljuset är opolariserat, så hälften av det är s-polariserat, och av den hälften reflekteras $R_{\perp}$.

Ledtråd 3

När Sara lutar huvudet 15° är vinkeln mellan glasögonens genomsläppsriktning och reflexens polarisation $90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$, inte 15° . Svaret ska vara en andel av det **infallande** solljuset, så både $R_\perp$ och faktorn $\frac{1}{2}$ ska med.

Lösning

Reflexen försvinner helt, så infallsvinkeln är Brewstervinkeln:

$$i = \tan^{-1}(1,33) = 53,06^\circ$$

Fysika: Fc3 (Brewstervinkeln, $\tan \theta_p = n_2/n_1$)

Vid Brewstervinkeln är reflekterad och bruten stråle vinkelräta, så brytningsvinkeln är

$$b = 90^\circ - i = 36,94^\circ$$

Det parallellpolariserade ljuset reflekteras inte alls, så vi behöver bara räkna på s-polariserat ljus. Hälften av det opolariserade solljuset är s-polariserat:

$$I_r = R_s I_{i,s} = \frac{\sin^2(i - b)}{\sin^2(i + b)} \cdot \frac{1}{2} I_0$$

Fysika: Fc3 (Fresnels formler för reflekterat ljus, $R_\perp$)

För att räkna ut hur mycket som passerar solglasögonen använder vi Malus lag, med vinkeln $\theta = 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$ mellan reflexens polarisation och glasögonens genomsläppsriktning:

$$I = I_r \cos^2 \theta = \frac{\sin^2(i - b)}{\sin^2(i + b)} \cdot \frac{1}{2} I_0 \cos^2 \theta$$

Fysika: Fc3 (Malus lag)

Numeriskt, med $\sin(i + b) = \sin 90^\circ = 1$:

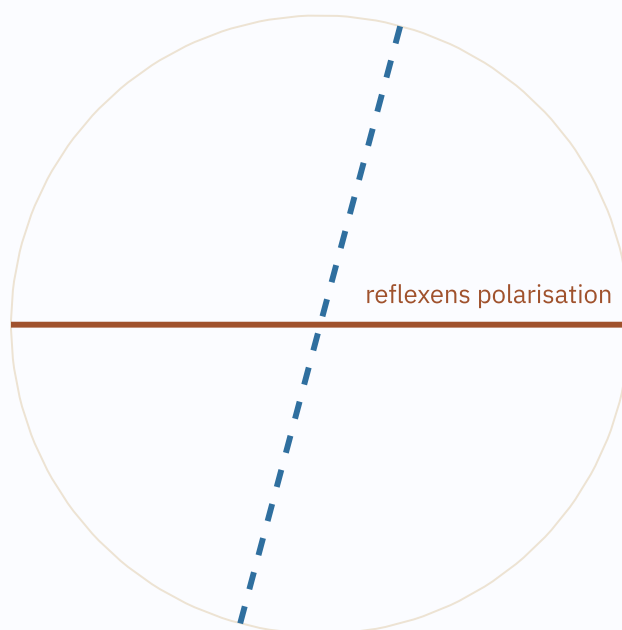
$$I = \sin^2(53,06^\circ - 36,94^\circ) \cdot 0,5 \cdot \cos^2 75^\circ I_0 = 0,002583 I_0$$

Svar: 0,26 %

Dra i reglaget för hur mycket Sara lutar huvudet. Vid 0° släcks reflexen helt, och även vid 90° släpps bara $R_\perp/2 = 3,9\%$ av solljuset igenom:

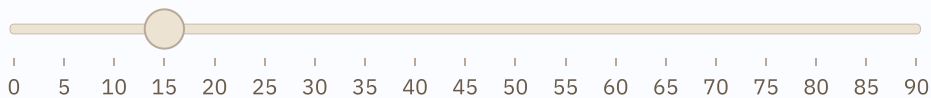
lutning 15° : vinkel mot reflexen 75°

$$I/I_0 = R_\perp \cdot \frac{1}{2} \cdot \cos^2(75^\circ) = 0,258\%$$



streckad: glasögonens genomsläppsriktning

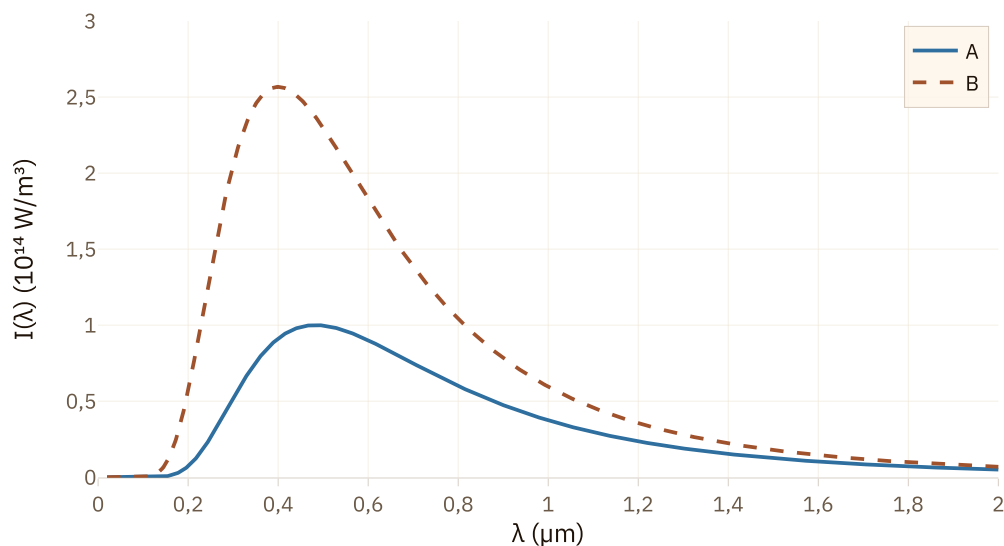
lutning (grader) = 15



Kontrollerat mot facit.

4. Två stjärnor och en rymdstation

I figuren nedan ses den spektrala emittansen för två stjärnor.



- a) Beräkna arean under den streckade röda linjen. (1p)
- b) Beskriv med en mening vad området mellan den streckade röda linjen och den heldragna blå linjen är fysikaliskt. (0,5p)
- c) En rymdstation befinner sig 149,6 Gm från en stjärna. Rymdstationens solpaneler har en yta på 155 m² och en verkningsgrad på 18,5 %. Solpanelerna producerar en effekt på 40,0 kW. Om stjärnan har en diameter på 1,392 Gm, vid vilken våglängd har den spektrala emittansen hos stjärnan sitt max? (1,5p)

Totalpoäng: 3

Ledtråd 1

Svartkroppsstrålning: Wiens förskjutningslag och Stefan-Boltzmanns lag. *Fysika: Fd4 och Te (σ).* Figuren är densamma som i oktober 2024 uppgift 4.

Ledtråd 2

Arean under en kurva $I(\lambda, T)$ är emittansen σT^4 , och T får du ur var kurvan har sitt max. I c går kedjan baklänges: panelernas effekt ger intensiteten vid stationen, $I = P/(\eta A)$, som ger stjärnans temperatur via $I = \sigma T^4 R^2/d^2$, och sedan Wien.

Ledtråd 3

Stjärnans **diameter** är given, så radien är $R = 0,696$ Gm. 4π förkortas mellan stjärnans totala effekt och intensiteten på avståndet d .

 Lösning

a) Areal under kurvan motsvarar hur mycket stjärnan strålar per kvadratmeter:

$$I = \sigma T^4$$

Fysika: Fd4 (Stefan-Boltzmanns lag)

Temperaturen fås från Wiens förskjutningslag, med den streckade kurvans max vid $0,40 \mu\text{m}$:

$$\lambda_{\text{max}} T = b \Rightarrow T = \frac{b}{\lambda_{\text{max}}}$$

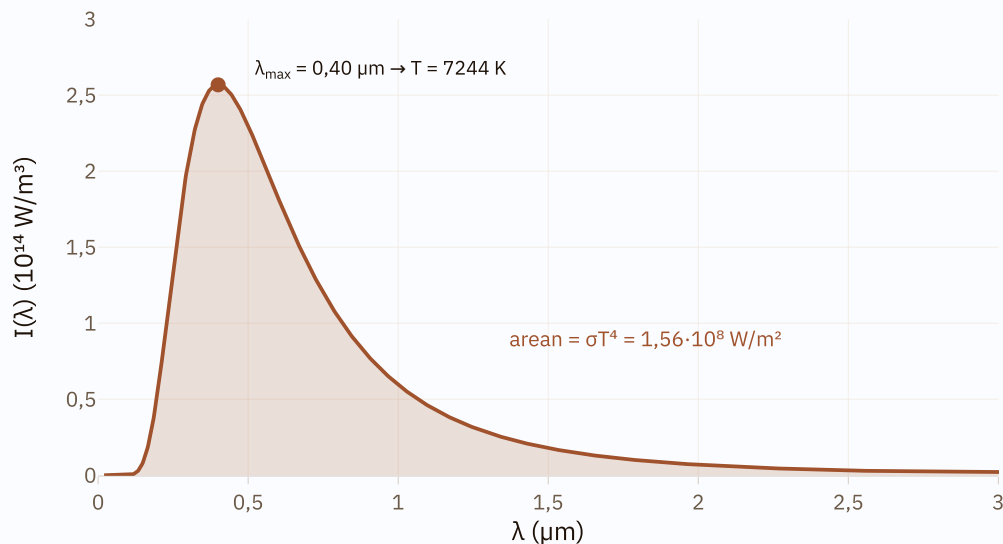
Fysika: Fd4 (Wiens förskjutningslag)

Då får vi

$$\begin{aligned} I &= \sigma \left(\frac{b}{\lambda_{\text{max}}} \right)^4 = 5,670 \cdot 10^{-8} \left(\frac{2,8978 \cdot 10^{-3}}{0,40 \cdot 10^{-6}} \right)^4 \\ &= 1,56 \cdot 10^8 \text{ W/m}^2 \end{aligned}$$

Fysika: Te (σ)

Svar: $1,56 \cdot 10^8 \text{ W/m}^2 \approx 0,16 \text{ GW/m}^2$



b) Arean under varje kurva är effekten per kvadratmeter yta, så området mellan kurvorna är skillnaden.

Svar: det är **hur mycket mer effekt som stjärna B avger per kvadratmeter** jämfört med stjärna A.

c) Vi börjar med strålningsflödet I vid rymdstationen, där I_s är den totala utstrålade effekten från stjärnan:

$$I = \frac{I_s}{4\pi d^2}$$

Fysika: Fc2 (intensitet $I = P/(4\pi r^2)$ för en sfärisk våg)

Enligt Stefan-Boltzmanns lag är stjärnans totala effekt

$$I_s = \sigma T^4 \cdot 4\pi R^2$$

Fysika: Fd4 (Stefan-Boltzmanns lag)

vilket ger

$$I = \frac{\sigma T^4 \cdot 4\pi R^2}{4\pi d^2} = \frac{\sigma T^4 R^2}{d^2}$$

Solpanelernas insamlade effekt är $P = \eta IA$, alltså $I = P/(\eta A)$. Insatt:

$$\frac{P}{\eta A} = \frac{\sigma T^4 R^2}{d^2} \Rightarrow T = \left(\frac{P d^2}{\eta A \sigma R^2} \right)^{1/4} = 5806 \text{ K}$$

Wiens förskjutningslag ger våglängden:

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T} = \frac{2,8978 \cdot 10^{-3}}{5806} = 499,1 \text{ nm}$$

Fysika: Fd4 (Wiens förskjutningslag, $b = 2,8978 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$)

Svar: $\lambda_{\max} \approx 499 \text{ nm}$

Kan du igen siffrorna?

149,6 Gm är jordens medelavstånd från solen och 1,392 Gm solens diameter, det vill säga två gånger radien 0,696 Gm (Fysika: T j1 för radien, T j3 för avståndet). Panelerna tar emot $40,0 / (0,185 \cdot 155) = 1395 \text{ W/m}^2$, nära solarkonstanten 1368 W/m^2 (T j2). Stjärnan är alltså i praktiken solen, och 5806 K ligger nära solens 5778 K.

Kontrollerat mot facit.

5. Finns det guld i provet? Röntgenspektrum

Utifrån röntgenspektrat ska det bestämmas om ett prov innehåller guld.

- Beskriv kortfattat, med ca 1–3 meningar, hur K_β strålning uppstår i ett röntgenspektra. (1p)
- Om elektronerna startar från vila, genom vilken spänningspotential ska dom accelereras för att kunna generera K_β strålning från eventuella guldatomer i provet? (0,5p)
- Om elektronerna accelereras från vila genom spänningspotentialen du beräknade i föregående uppgift, vilken är den kortaste våglängden du kan observera i den kontinuerliga delen av röntgenspektrat? (0,5p)
- Vilken våglängd har K_β fotonerna från guld? (0,5p)
- Genom vilken spänningspotential ska en elektron accelereras från vila för att ha samma våglängd som den du beräknade i föregående uppgift? (0,5p)

Totalpoäng: 3

 Ledtråd 1

Röntgenstrålning: karakteristiska linjer och bromsspektrumets gränsvåglängd. Guldets bindningsenergi står i *Fysika: T k1*, $\lambda_{\min}$, fotonenergin och de Broglie-våglängden i *Fysika: Fd3*.

 Ledtråd 2

K -linjer kräver ett hål i K -skalet, så den infallande elektronen måste ha minst K -skalets bindningsenergi. K_β är övergången $M \rightarrow K$, med fotonenergin $E_K - E_M$. Gränsvåglängden är $\lambda_{\min} = hc/(eU)$.

 Ledtråd 3

I e är det en **elektron** som ska ha våglängden från d, inte en foton: använd $\lambda = h/\sqrt{2mK}$, inte $E = hc/\lambda$. Och K i eV är direkt spänningen i volt.

 Lösning

Samma uppgift som **december 2025** uppgift 5.

a) En elektron i det innersta skalet (K) slås ut, och en elektron från M -skalet hoppar ner till den lediga platsen. Den emitterar då en foton med en energi som motsvarar energigapet mellan M - och K -skalet: det är K_β -strålning.

b) Bindningsenergin för K -skalet i guld är 80 724 eV. Den infallande elektronen måste ha minst så mycket rörelseenergi, $eU \geq E_K$:

$$U = \frac{E_K}{e} = 80,724 \text{ kV}$$

Fysika: T k1 (Au: $K = 80\,724$ eV)

Svar: $U = 80,7 \text{ kV}$

c) Hela rörelseenergin i en enda foton ger den kortaste våglängden:

$$eU = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{hc}{eU} = 15,359 \text{ pm}$$

Fysika: Fd3 (gränsvåglängd för kontinuerlig röntgenstrålning)

Svar: $\lambda_{\min} \approx 15,4 \text{ pm}$

d) Fotonen bär energiskillnaden mellan K - och M -skalet:

$$\Delta E = E_K - E_M = 80\,724 - 2\,207 = 78,517 \text{ keV}$$

$$\frac{hc}{\lambda} = \Delta E \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{\Delta E} = 15,791 \text{ pm}$$

Fysika: T k1 (Au: $M = 2\,207 \text{ eV}$), Fd3 (fotonenergi $E = hc/\lambda$)

Svar: $\lambda_{K\beta} \approx 15,8 \text{ pm}$

e) Nu ska en **elektron** ha de Broglie-våglängden 15,79 pm:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mK}}$$

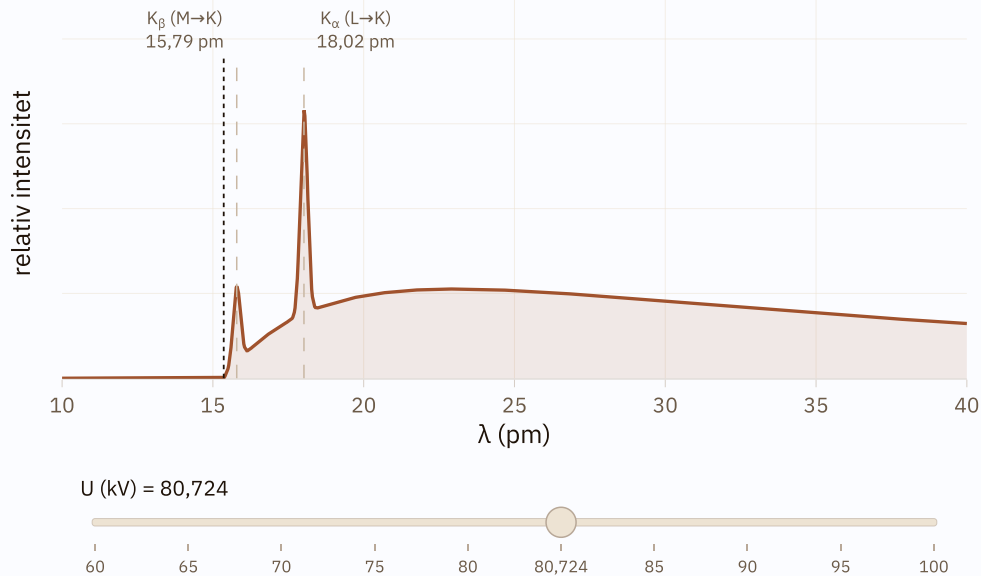
$$\Rightarrow K = \frac{h^2}{2m\lambda^2} = 9,6647 \cdot 10^{-16} \text{ J} = 6,03 \text{ keV}$$

Fysika: Fd3 (de Broglie-våglängden), Te (h , m_e)

En elektron från vila som accelereras genom U får $K = eU$, så

Svar: $U \approx 6,03 \text{ kV}$

Dra i reglaget för att se spektrumet vid olika spänningar. Under 80,7 kV finns bara bromsspektrumet. Vid 80,7 kV dyker K -linjerna upp, och $\lambda_{\min}$ (den prickade linjen) ligger då strax under K_{β} .



Kontrollerat mot facit. Lärarens rad (40) skriver nämnaren som $\sqrt{2m\lambda^2}$, men värdet $9,6647 \cdot 10^{-16} \text{ J}$ är $h^2/(2m\lambda^2)$ utan rottecken.

6. Partikel i en tvådimensionell låda

En 2D-lådpotential har sidlängden a i x -led och sidlängden b i y -led. För en lådpotential gäller att potentialen $U(x, y) = 0$ i lådan och $U(x, y) = \infty$ utanför lådan. Den tvådimensionella schrödingerekvationen har följande utseende

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \psi(x, y) + U(x, y) \psi(x, y) = E \psi(x, y)$$

och lösningen ges av

$$\psi(x, y) = A \sin(k_x x) \sin(k_y y)$$

- Hur ser randvillkoren ut för vår lådpotential? (1p)
- Bestäm k_x och k_y . (1p)
- Bestäm uttrycket för energinivåerna. (1p)

Totalpoäng: 3

Ledtråd 1

Partikel i tvådimensionell låda, en utvidgning av Partikel i låda till två dimensioner med Schrödingerekvationen. Fysika: Fd3 har den endimensionella lådan; den tvådimensionella står inte i Fysika.

Ledtråd 2

Där potentialen är oändlig kan partikeln inte finnas, så vågfunktionen måste vara noll på lådans fyra kanter. $\sin(k_x x)$ är redan noll vid $x = 0$; vid $x = a$ måste $k_x a$ vara en multipel av π .

Ledtråd 3

Andraderivatans av $\sin(k_x x)$ är $-k_x^2 \sin(k_x x)$. Sätt in ψ i ekvationen med $U = 0$ så förkortas $A \sin(k_x x) \sin(k_y y)$ bort, och E blir en summa av två bidrag, ett för varje riktning.

Lösning

a) Vågfunktionen måste vara noll på lådans kanter, där potentialen blir oändlig:

$$\begin{aligned}\psi(x, 0) &= 0, & \psi(x, b) &= 0 \\ \psi(0, y) &= 0, & \psi(a, y) &= 0\end{aligned}$$

b) $\sin(k_x x)$ och $\sin(k_y y)$ är redan noll vid $x = 0$ och $y = 0$. Vid $x = a$ och $y = b$ måste sinus också vara noll:

$$k_x a = n_x \pi \Rightarrow k_x = \frac{n_x \pi}{a}$$

$$k_y b = n_y \pi \Rightarrow k_y = \frac{n_y \pi}{b}$$

där n_x och n_y är positiva heltal större än 0 (med $n = 0$ blir ψ noll överallt).

Fysika: Fd3 (fri partikel i endimensionell låda, $\psi_n = \sqrt{2/a} \sin(n\pi x/a)$, samma villkor i varje riktning)

Svar: $k_x = \frac{n_x \pi}{a}$ och $k_y = \frac{n_y \pi}{b}$

c) Vi sätter in lösningen $\psi = A \sin(k_x x) \sin(k_y y)$ i Schrödingerekvationen med $U = 0$ i lådan. Varje andraderivata ger en faktor $-k^2$:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -k_x^2 \psi, \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -k_y^2 \psi$$

så att ekvationen blir

$$\begin{aligned} -\frac{\hbar^2}{2m} (-k_x^2 - k_y^2) \psi &= E \psi \\ \Rightarrow \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{n_x^2 \pi^2}{a^2} + \frac{n_y^2 \pi^2}{b^2} \right) &= E \end{aligned}$$

Fysika: Fd3 (jämför den endimensionella lådan $E_n = n^2 \pi^2 \hbar^2 / (2ma^2)$; här ett sådant bidrag per riktning)

Svar: $E = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m} \left(\frac{n_x^2}{a^2} + \frac{n_y^2}{b^2} \right)$

Kontrollerat mot facit.

Se även

- F0005T — kurssidan med alla tentor
- Stående våg · Våghastighet på en sträng · Längddensitet · Interferens · Svävning · Dopplereffekt
- Brewsters vinkel · Fresnels formler · Malus lag
- Svartkroppsstrålning · Wiens förskjutningslag · Stefan-Boltzmanns lag · Röntgenstrålning
- Partikel i låda · Partikel i tvådimensionell låda · Schrödingerekvationen