

F0005T-2024-12-19

19 okt. 2026, 17 min läsning

UTKAST

#tenta #fysik #vågrörelse #modern-fysik

Kurs: F0005T — Fysik 2 **Datum:** 2024-12-19 **Examinator:** Erik Olsson **Källa:** [originaltentamen](#) · [lärarens lösningar](#) **Hjälpmedel:** miniräknare och Fysika. 6 uppgifter, 18 poäng; betyg 3 vid 9 p, 4 vid 12,5 p och 5 vid 15,5 p.

Översikt

VÅG (uppgift 1–3):

- avläsning av en våg ur $y(x)$ och $y(t)$: våglängd, frekvens, riktning och faskonstant (1), samma uppgift som [december 2025](#) uppgift 1
- delvis polariserat ljus genom en polarisator och in i glas vid Brewstervinkeln (2), samma uppgift som [augusti 2025](#) uppgift 2 och [augusti 2026](#) uppgift 3
- dopplereffekt och svävning: två renar som visslar (3), samma uppgift som [december 2023](#) uppgift 2

MOF (uppgift 4–6):

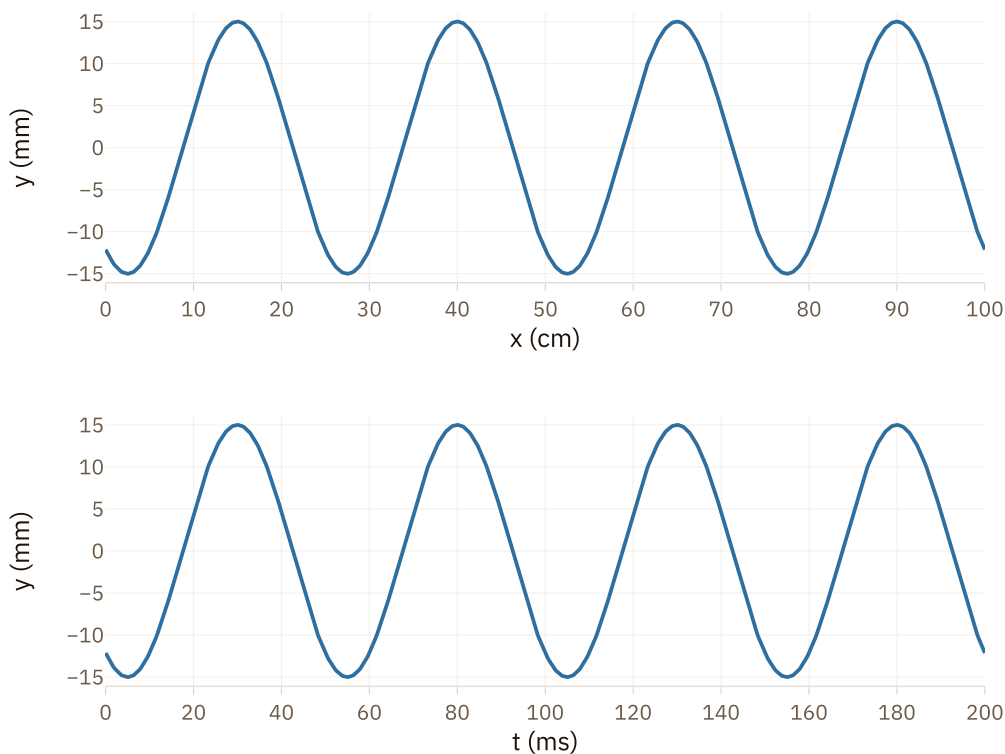
- svartkroppsstrålning från en stjärna som driver en solpanel (4), samma uppgift som [december 2025](#) uppgift 6
- Schrödingerekvationen: fri partikel, låda och barriär (5)
- Moseleys lag och röntgenspektrum från silver (6)

Så använder du sidan

Försök själv först, med Fysika framme som på tentan. Ledtråd 1 säger vilken sorts uppgift det är och var den står i Fysika, ledtråd 2 (inuti ledtråd 1) ger modellen och ledtråd 3 (inuti ledtråd 2) nyckelsteget eller fällan. **Lösning** är lärarens lösning med förklaringar mellan stegen; varje formel och tabellvärde har sin Fysika-kod. Där läraren bara gett svaret (seminarieuppgifter) är lösningsgången egen och svaret kontrollerat mot lärarens. Figurerna är interaktiva: håll muspekaren över kurvorna för exakta värden, och dra i reglagen där sådana finns.

1. Våg på en sträng: avläsning ur två grafer

I figuren nedan finns två grafer för en transversell våg som propagerar på en sträng. Den övre grafen är en bild av vågen vid tidpunkten $t = 60 \text{ ms}$. Den undre grafen visar partikelrörelsen i tiden vid koordinaten $x = 25 \text{ cm}$.



- Bestäm vågens våglängd och frekvens. (1p)
- I vilken riktning propagerar vågen? Motivera ditt svar. (1p)
- Utgå från att vågen beskrivs med en sinus-funktion och bestäm faskonstanten. Svara med ett värde mellan 0 och 2π . (1p)

Totalpoäng: 3

Ledtråd 1

Harmonisk våg och Fas och faskonstant: allt läses av i graferna. Fysika: Fc1 (propagerande harmonisk våg, $k = 2\pi/\lambda$, $\omega = 2\pi f$, $T = 1/f$, $v = f\lambda$).

Ledtråd 2

Den övre grafen är en ögonblicksbild, så avståndet mellan två toppar är λ . Den undre grafen är en tidsserie i en punkt, så avståndet mellan två toppar är periodtiden T . Riktningen får du genom att jämföra graferna: vad gör punkten $x = 25 \text{ cm}$ vid $t = 60 \text{ ms}$ enligt den undre grafen, och hur lutar vågen där i den övre?

Ledtråd 3

För c: skriv $y = A \sin(kx - \omega t + \alpha)$ och sätt in en punkt du känner exakt, till exempel en topp i den övre grafen (x och t kända, $\sin = 1$). Kontrollera med en andra punkt, eftersom $\sin \alpha$ ensamt ger två kandidater.

Lösning

Samma uppgift som **december 2025** uppgift 1. Läraren går igenom uppgiften på seminarium 1 och ger bara svaren i facit, så lösningsgången nedan är egen.

a) Topparna i den övre grafen ligger vid $x = 15, 40, 65, 90 \text{ cm}$, och topparna i den undre vid $t = 30, 80, 130, 180 \text{ ms}$:

$$\lambda = 40 - 15 = 25 \text{ cm}$$

$$T = 80 - 30 = 50 \text{ ms} \Rightarrow f = \frac{1}{T} = \boxed{20 \text{ Hz}}$$

Fysika: Fc1 ($T = 1/f$)

Svar: $\lambda = 25 \text{ cm}$ och $f = 20 \text{ Hz}$. Vågens fart blir då $v = f\lambda = 5,0 \text{ m/s}$ (*Fysika: Fc1*), som behövs i b.

b) Vid $t = 60 \text{ ms}$ visar den undre grafen att punkten $x = 25 \text{ cm}$ är på väg **uppåt** (den passerade en dal vid 55 ms och når en topp vid 80 ms). I den övre grafen ligger $x = 25 \text{ cm}$ på en sluttning som går nedåt mot dalen vid $27,5 \text{ cm}$. En punkt framför en dal rör sig uppåt bara om dalen redan har passerat, alltså om vågformen förflyttar sig åt $+x$.

Samma sak med siffror: dalen låg vid $x = 25 \text{ cm}$ när $t = 55 \text{ ms}$ och ligger vid $27,5 \text{ cm}$ när $t = 60 \text{ ms}$, det vill säga $2,5 \text{ cm}$ på $5 \text{ ms} = 5,0 \text{ m/s}$ åt $+x$, vilket stämmer med v från a.

Svar: vågen propagerar i **positiv x -riktning**.

c) Med $+x$ -riktning skrivs vågen

$$y = A \sin(kx - \omega t + \alpha), \quad k = \frac{2\pi}{0,25 \text{ m}}, \quad \omega = 2\pi \cdot 20 \text{ s}^{-1}$$

Fysika: Fc1 (Fysika skriver $s = a \cos(\omega t \pm kx + \delta)$; med sinus och $kx - \omega t$ ändras bara faskonstantens värde)

Toppen vid $x = 15 \text{ cm}$, $t = 60 \text{ ms}$ ger $\sin(\dots) = 1$:

$$\begin{aligned} \frac{2\pi}{25} \cdot 15 - 2\pi \cdot 20 \cdot 0,060 + \alpha &= \frac{\pi}{2} \\ 1,2\pi - 2,4\pi + \alpha &= 0,5\pi \Rightarrow \alpha = 1,7\pi \end{aligned}$$

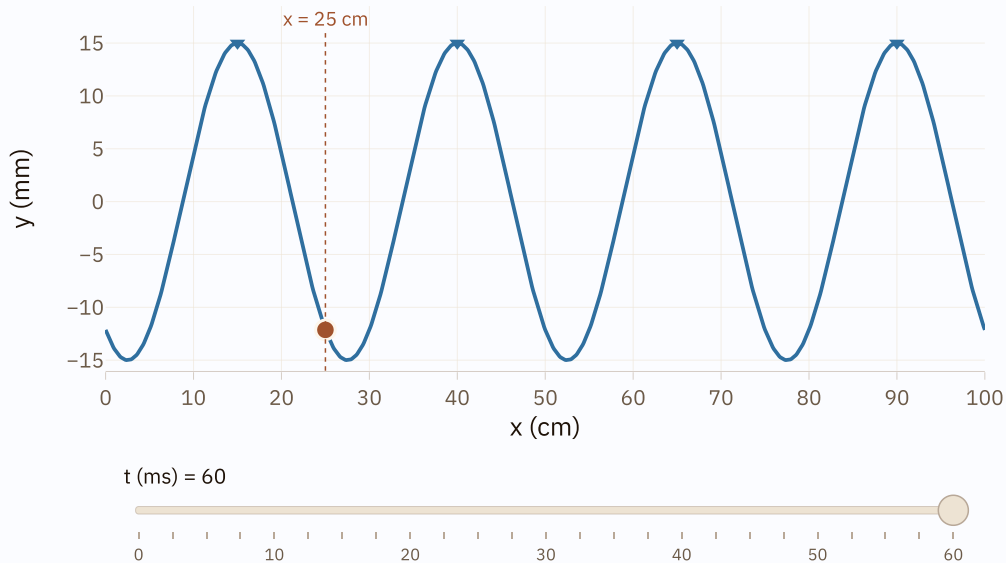
Kontroll med den undre grafen vid $t = 0$: $y(25 \text{ cm}, 0) = A \sin(2\pi + 1,7\pi) = 15 \sin(1,7\pi) \approx -12,1 \text{ mm}$, på väg nedåt mot dalen vid 5 ms , precis som i grafen.

Svar: $\alpha = \frac{17}{10}\pi$

❗ Varför fungerar kontrollen?

$\sin \alpha = -0,81$ har två lösningar i $[0, 2\pi)$: $1,3\pi$ och $1,7\pi$. Det som skiljer dem är tecknet på $\cos \alpha$, alltså om punkten är på väg upp eller ner. Därför räcker inte ett enda y -värde; man behöver en topp (där $\sin = 1$ är entydigt) eller riktningen på rörelsen.

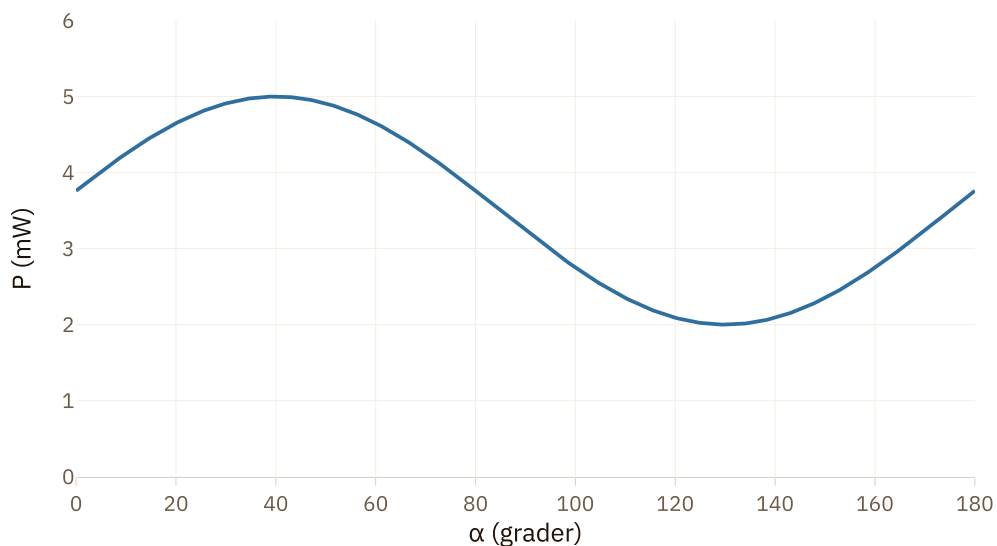
Dra i reglaget för att se vågen fram till $t = 60 \text{ ms}$: topparna (trianglarna) vandrar åt höger med 5 m/s , och punkten $x = 25 \text{ cm}$ gungar upp och ner på stället.



Svaret kontrollerat mot facit; lösningsgången är egen.

2. Delvis polariserat ljus och Brewstervinkeln

Delvis polariserat ljus analyseras med en polarisator. Effekten hos ljuset som passerat polarisatorn ses i figuren. Vinkeln α är polarisatorns genomsläppsriktning relativt horisonten.



a) Bestäm det opolariserade ljusets effekt, det polariserade ljusets effekt samt det polariserade ljusets polarisationsriktning relativt horisonten. (1,5p)

b) Polarisatorn ställs in så att genomsläppsriktningen är 85° . Ljuset som passerar polarisatorn får sedan träffa en glasyta som är orienterad på så sätt att ljuset träffar glasytan vid Brewstervinkeln med sin polarisation vinkelrät mot infallsplanet. Glaset har ett brytningsindex på 1,52. Beräkna effekten hos ljuset som går in i glaset. (1,5p)

Totalpoäng: 3

Ledtråd 1

Polarisation med Malus lag, och Brewsters vinkel med Fresnels formler. Allt står i Fysika: Fc3.

Ledtråd 2

En polarisator släpper igenom hälften av det opolariserade ljuset oavsett vinkel, och $P_p \cos^2(\alpha - \alpha_p)$ av det polariserade (Malus). Kurvan är alltså $P(\alpha) = P_o/2 + P_p \cos^2(\alpha - \alpha_p)$. För b: vid Brewstervinkeln är $i + b = 90^\circ$, och för ljus polariserat vinkelrätt mot infallsplanet gäller $R_\perp = \sin^2(i - b)/\sin^2(i + b)$.

Ledtråd 3

Minimum ger $P_o/2$ direkt (där släpps inget polariserat ljus igenom), och avståndet mellan max och min är P_p . Fällan i b: vid Brewstervinkeln reflekteras inget av det **parallellpolariserade** ljuset, men här är ljuset polariserat **vinkelrätt**, så en del reflekteras ändå.

Lösning

Samma uppgift som augusti 2026 uppgift 3. Läraren går igenom uppgiften på seminarium 3 och ger bara svaren i facit, så lösningsgången nedan är egen.

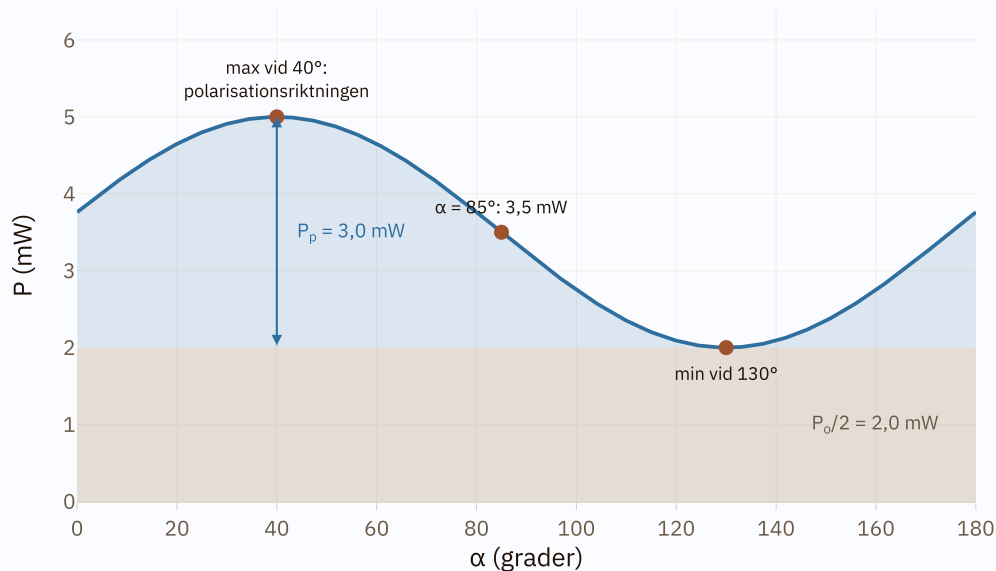
a) Efter polarisatorn är effekten

$$P(\alpha) = \frac{P_o}{2} + P_p \cos^2(\alpha - \alpha_p)$$

Fysika: Fc3 (Malus lag, $I = I_0 \cos^2 \theta$)

Ur figuren: maximum 5,0 mW vid 40° och minimum 2,0 mW vid 130°.

- Polarisationsriktningen är där kurvan har sitt max: $\alpha_p = 40^\circ$.
- Vid 130° (vinkelrätt mot α_p) släpps bara hälften av det opolariserade ljuset igenom: $P_o/2 = 2,0 \text{ mW}$, så $P_o = 4,0 \text{ mW}$.
- Vid 40° släpps dessutom allt polariserat ljus igenom: $P_p = 5,0 - 2,0 = 3,0 \text{ mW}$.



Svar: $P_o = 4,0 \text{ mW}$, $P_p = 3,0 \text{ mW}$ och polarisationsriktningen 40° mot horisonten.

b) Vid 85° är vinkeln mot polarisationsriktningen 45°:

$$P = \frac{P_o}{2} + P_p \cos^2 45^\circ = 2,0 + 3,0 \cdot \frac{1}{2} = 3,5 \text{ mW}$$

Fysika: Fc3 (Malus lag)

Ljuset efter polarisatorn är helt linjärpolariserat och träffar glaset vinkelrätt mot infallsplanet vid Brewstervinkeln:

$$\tan \theta_p = \frac{n_2}{n_1} = 1,52 \Rightarrow \theta_p = 56,66^\circ$$

Fysika: Fc3 (Brewstervinkeln)

Vid Brewstervinkeln är reflekterad och bruten stråle vinkelräta, så brytningsvinkeln är $b = 90^\circ - 56,66^\circ = 33,34^\circ$. Reflektansen för vinkelrät polarisation:

$$R_{\perp} = \frac{\sin^2(i - b)}{\sin^2(i + b)} = \frac{\sin^2(23,32^\circ)}{\sin^2(90^\circ)} = 0,157$$

Fysika: Fc3 (Fresnels formler för reflekterat ljus)

Det som inte reflekteras går in i glaset:

$$P_{\text{in}} = (1 - R_{\perp}) \cdot 3,5 \text{ mW} = 0,843 \cdot 3,5 = 2,95 \text{ mW}$$

Svar: $P_{\text{in}} \approx 3,0 \text{ mW}$ (2,95 mW)

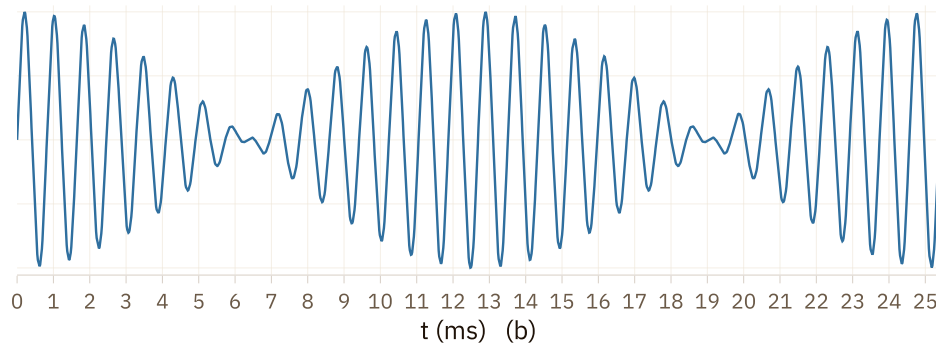
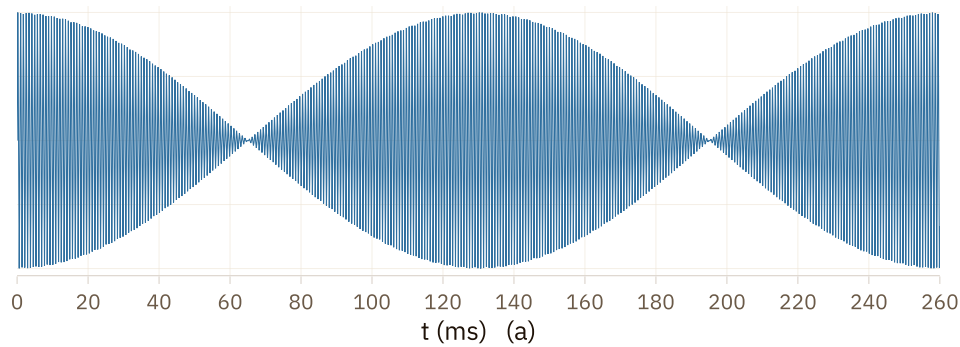
i Varför reflekteras något alls vid Brewstervinkeln?

Brewstervinkeln gör $R_{\parallel} = \tan^2(i - b) / \tan^2(i + b)$ till noll, eftersom $\tan(i + b) = \tan 90^\circ$ är oändlig. För $R_{\perp}$ står $\sin$ i nämnaren, och $\sin 90^\circ = 1$, så $R_{\perp}$ blir inte noll. Det är därför reflexer från glas vid den vinkeln är helt vinkelrätt polariserade.

Svaret kontrollerat mot facit; lösningsgången är egen. Facit ger polarisationsriktningen 40° , $P_o = 4,0 \text{ mW}$, $P_p = 3,0 \text{ mW}$ och $3,0 \text{ mW}$ in i glaset.

3. Rudolf, Adolf och svävningen

Renen Rudolf har en tvillingbror, Adolf, som faktiskt är något snabbare än Rudolf. Tomten bestämmer sig för att ta reda på hur snabbt Adolf faktiskt kan springa. Till sin hjälp har han utrustning för att mäta tryckförändringar, som uppstår av till exempel ljudvågor. Han låter först bägge renarna springa mot honom samtidigt som dom visslar. (Alla tomtens renar visslar med en frekvens på 1224 Hz). Han får då mätresultatet i figur (a) nedan. Därefter vänder Adolf om och springer från Tomten medan Rudolf fortfarande springer mot Tomten som då får mätresultatet i figur (b) nedan. Utgå från att ljudhastigheten är 340 m/s och bestäm hur fort Adolf springer. (3p)



Totalpoäng: 3

Ledtråd 1

Dopplereffekt för en källa som rör sig mot eller från en stillastående mottagare, och **Svävning** när två toner med nästan samma frekvens överlagras. *Fysika*: f_{c2} (dopplereffekten hos ljud) och f_{c1a} (svävningsfrekvens).

Ledtråd 2

Graferna visar svävningar. Tiden mellan två ställen där signalen nästan försvinner är svävningsperioden, och $f_{sv} = |f_1 - f_2|$. Ställ upp Fysikas dopplerformel för Rudolf mot tomten, Adolf mot tomten och Adolf från tomten. Okända är Rudolfs och Adolfs farter.

Ledtråd 3

Adolf är snabbast, så i (a) är hans ton högst. I (b) är Rudolfs ton högst, eftersom Adolfs nu ligger under 1224 Hz. Lägg ihop de två svävningsfrekvenserna: då försvinner Rudolf helt, och kvar står skillnaden mellan Adolfs ton på väg mot och på väg från tomten.

 Lösning

Samma uppgift som **december 2023** uppgift 2. Läraren går igenom uppgiften på seminarium 2 och ger bara svaret i facit, så lösningsgången nedan är egen.

Avläsning. I båda graferna blir signalen nästan noll med jämna mellanrum: två toner med nästan samma frekvens växlar mellan att förstärka och släcka ut varandra. Tiden mellan två sådana minima är svärningsperioden T_{sv} , och svärningsfrekvensen är skillnaden mellan tonerna:

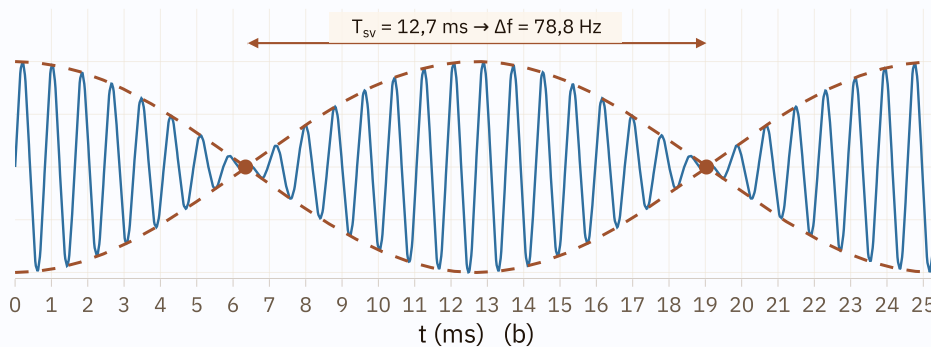
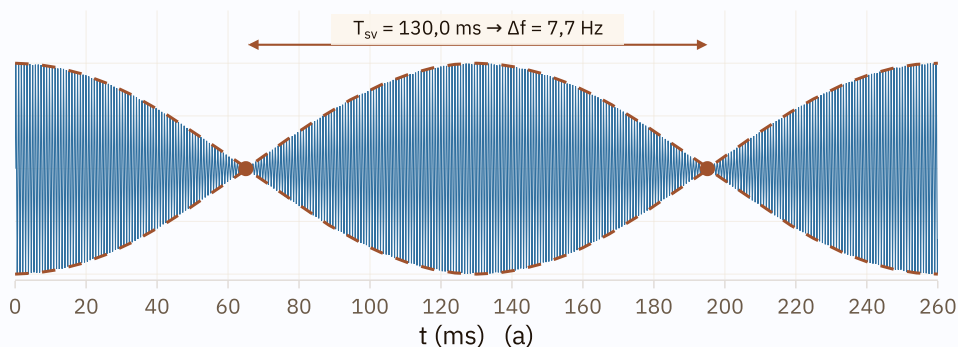
$$f_{sv} = |f_1 - f_2| = \frac{1}{T_{sv}}$$

Fysika: Fc1a (svärningsfrekvens)

I (a) ligger minima vid ungefär 65 och 195 ms, i (b) vid ungefär 6,3 och 19,0 ms:

$$\Delta f_a = \frac{1}{0,130 \text{ s}} = 7,69 \text{ Hz}$$

$$\Delta f_b = \frac{1}{0,0127 \text{ s}} = 78,7 \text{ Hz}$$



Dopplerskiftet. Tomten står still ($v_m = 0$). En ren som springer mot honom med farten u ger frekvensen $f_0 v / (v - u)$, och en som springer ifrån honom $f_0 v / (v + u)$:

$$f_m = f_s \frac{v - v_m}{v - v_s}$$

Fysika: Fc2 (dopplereffekten hos ljud; v_s positiv om källan rör sig mot mottagaren)

Kalla Rudolfs fart u_R och Adolfs u_A . I (a) springer båda mot tomten och Adolf är snabbast, så hans ton är högst. I (b) springer Adolf ifrån tomten och hans ton ligger under f_0 , medan Rudolfs fortfarande ligger över:

$$\Delta f_a = \frac{f_0 v}{v - u_A} - \frac{f_0 v}{v - u_R}$$

$$\Delta f_b = \frac{f_0 v}{v - u_R} - \frac{f_0 v}{v + u_A}$$

Summan tar bort Rudolf:

$$\Delta f_a + \Delta f_b = \frac{f_0 v}{v - u_A} - \frac{f_0 v}{v + u_A} = \frac{2f_0 v u_A}{v^2 - u_A^2}$$

$$= 7,69 + 78,7 = 86,4 \text{ Hz}$$

Med $\Delta f = 86,4 \text{ Hz}$ blir det en andragradsekvation i u_A :

$$\Delta f u_A^2 + 2f_0 v u_A - \Delta f v^2 = 0$$

$$\Rightarrow u_A = \frac{-f_0 v + \sqrt{(f_0 v)^2 + (\Delta f v)^2}}{\Delta f} = 11,99 \text{ m/s}$$

Svar: $u_A \approx 12 \text{ m/s}$ (cirka 43 km/h)

Snabbare med en approximation

Eftersom $u_A \ll v$ är $v^2 - u_A^2 \approx v^2$, och då blir $\Delta f \approx 2f_0 u_A / v$, alltså $u_A \approx \Delta f v / (2f_0) = 86,4 \cdot 340 / 2448 = 12,0 \text{ m/s}$. Med u_A känd ger Δf_a också Rudolfs fart, $u_R \approx 10 \text{ m/s}$.

Svaret kontrollerat mot facit; lösningsgången är egen.

4. Stjärnan och rymdstationens solpaneler

Den spektrala emittansen från en stjärna med en radie på 1,88 Gm har sitt max vid en våglängd som kan excitera väte från det första exciterade tillståndet till det andra exciterade tillståndet. Hur stora solpaneler skulle en rymdstation behöva ha för att kunna producera en effekt på 0,450 MW om verkningsgraden var 27,5 % och rymdstationen befann sig 235 Gm från stjärnan?

Totalpoäng: 3

Ledtråd 1

Bohrs modell för väteatomen ger våglängden, Wiens förskjutningslag temperaturen och Stefan-Boltzmanns lag den utstrålade effekten. Fysika: $Fd3$ (energinivåer för väte), $Fd4$ (Wien, Stefan-Boltzmann) och Te (E_H , σ).

Ledtråd 2

Kedjan: λ_m ur väteets nivåer, sedan $T = b/\lambda_m$, sedan $P = \sigma T^4 \cdot 4\pi r^2$ från hela stjärnnytan, sedan intensiteten $I = P/(4\pi d^2)$ på avståndet d , och sist $P_r = \eta IA$.

Ledtråd 3

“Första exciterade” är $n = 2$ och “andra exciterade” är $n = 3$: övergången $2 \rightarrow 3$ är Balmers H_α -linje. 4π förkortas mellan P och I , så $I = \sigma T^4 (r/d)^2$.

Lösning

Samma uppgift som december 2025 uppgift 6.

Våglängden. Excitation från $n = 2$ till $n = 3$ i väte:

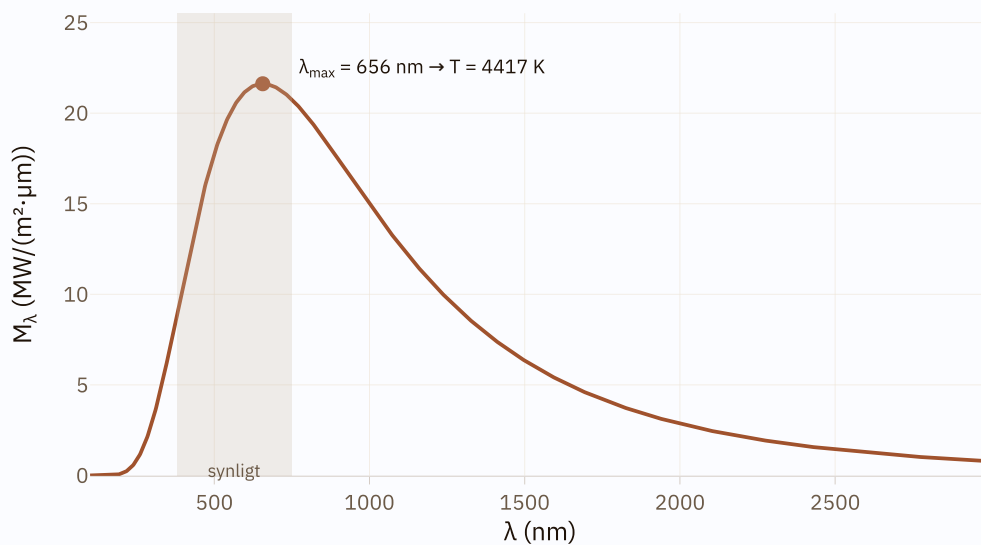
$$\begin{aligned}\frac{hc}{\lambda_m} &= E_3 - E_2 = 13,6057 \text{ eV} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right) \\ &= 1,8897 \text{ eV} = 3,0276 \cdot 10^{-19} \text{ J} \\ \Rightarrow \lambda_m &= \frac{hc}{E_3 - E_2} = 6,561 \cdot 10^{-7} \text{ m}\end{aligned}$$

Fysika: Fd3 (energinivåer för väte, $E_n = -E_H Z^2/n^2$), $T_e (E_H)$

Stjärnans temperatur:

$$T = \frac{b}{\lambda_m} = \frac{2,8978 \cdot 10^{-3}}{6,561 \cdot 10^{-7}} = 4416,6 \text{ K}$$

Fysika: Fd4 (Wiens förskjutningslag, $\lambda_m T = b$)



Totalt utstrålad effekt från stjärnans hela yta $4\pi r^2$:

$$\begin{aligned} P &= \sigma T^4 \cdot 4\pi r^2 = 5,670 \cdot 10^{-8} \cdot 4416,6^4 \cdot 4\pi (1,88 \cdot 10^9)^2 \\ &= 9,583 \cdot 10^{26} \text{ W} \end{aligned}$$

Fysika: Fd4 (Stefan-Boltzmanns lag, $I = \sigma T^4$), $T_e (\sigma)$

Intensiteten vid rymdstationen. Effekten sprids över en sfär med radien d :

$$I = \frac{P}{4\pi d^2} = \sigma T^4 \cdot \frac{r^2}{d^2} = 1380,9 \text{ W/m}^2$$

Fysika: Fc2 (intensitet $I = P/(4\pi r^2)$ för en sfärisk våg)

Panelarean:

$$P_r = I \cdot A \cdot \eta \Rightarrow A = \frac{P_r}{I \cdot \eta} = \frac{0,450 \cdot 10^6}{1380,9 \cdot 0,275} = 1185 \text{ m}^2$$

Svar: $A \approx 1,19 \cdot 10^3 \text{ m}^2$

Kontrollerat mot facit.

5. Schrödingerekvationen: fri partikel, låda och barriär

Den 1-dimensionella Schrödingerekvationen har följande utseende.

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + U(x)\psi(x) = E\psi(x)$$

- Hur ser den 1-dimensionella Schrödingerekvationen för en fri partikel ut? (0,5p)
- Hur ser lösningen till ekvationen i uppgift a) ut? Inkludera sambandet mellan vågtalet och energin. (1p)
- Hur ser randvillkoren för lösningen till Schrödingerekvationen för en 1-dimensionell lådpotential som sträcker sig från $-l/2$ till $l/2$ ut? (0,5p)
- Låt en potentialbarriär ha höjden U_0 och sträcka sig från a till $2a$ i x -led. Rita en principskiss över $\psi(x)$ från $x = 0$ till $x = 3a$ för en partikel med en total energi $E > U_0$. (1p)

Totalpoäng: 3

Ledtråd 1

Schrödingerekvationen i områden med konstant potential, Partikel i låda och potentialbarriärer.
Fysika: Fd3 (fri partikel i låda, tunneleffekt, de Broglie-våglängden).

Ledtråd 2

En fri partikel har $U(x) = 0$. Ekvationen $\psi'' = -k^2\psi$ har sinus och cosinus (eller $e^{\pm ikx}$) som lösningar. I en låda med oändligt höga väggar kan partikeln inte finnas i väggarna.

Ledtråd 3

Över barriären är $E > U_0$, så ψ oscillerar fortfarande, men med rörelseenergin $E - U_0$ i stället för E . Mindre rörelseenergi ger mindre k : längre eller kortare våglängd?

Lösning

a) För en fri partikel är $U(x) = 0$:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi(x)}{dx^2} = E\psi(x)$$

b) Ekvationen kan skrivas $\psi'' = -k^2\psi$, och lösningen har följande utseende:

$$\psi(x) = A \sin(kx) + B \cos(kx)$$

eller, på komplex form,

$$\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$$

där vågtalet hänger ihop med energin genom

$$k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$$

Fysika: Fd3 (de Broglie-våglängden $\lambda = h/\sqrt{2mK}$, som med $k = 2\pi/\lambda$ ger samma samband), Fc1 ($k = 2\pi/\lambda$)

c) Partikeln kan inte finnas i lådans väggar, och vågfunktionen är kontinuerlig, så den måste vara noll vid väggarna:

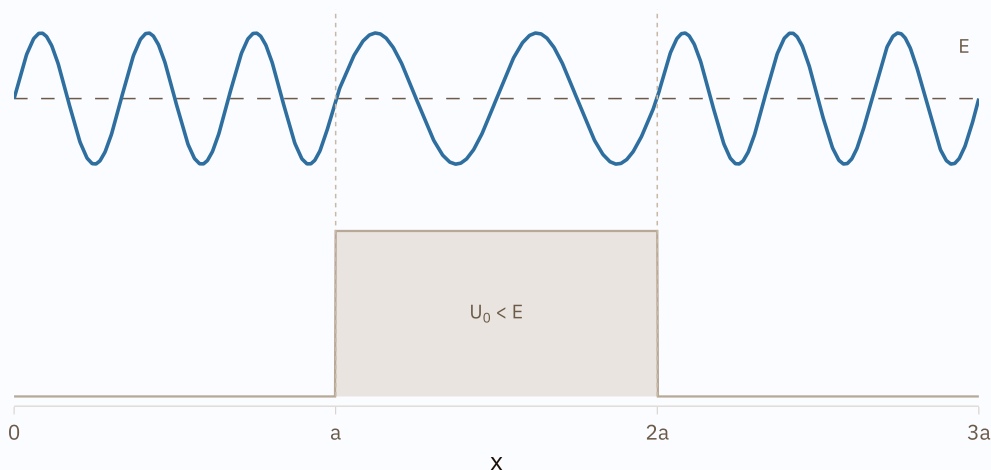
$$\psi(-l/2) = \psi(l/2) = 0$$

Fysika: Fd3 (fri partikel i endimensionell låda; där sträcker sig lådan från 0 till a , och $\psi_n = \sqrt{2/a} \sin(n\pi x/a)$ är noll i båda ändarna)

d) Vågfunktionen har längre våglängd i barriärområdet, eftersom partikeln har mer potentiell energi och därmed mindre rörelseenergi där:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m(E - U)}}$$

Fysika: Fd3 (de Broglie-våglängden)



I lärarens skiss är våglängden $a/3$ utanför och $a/2$ i barriären. Med $\lambda \propto 1/\sqrt{K}$ motsvarar det $K_{in}/K_{ut} = (2/3)^2 = 4/9$, alltså $U_0 = 5E/9$.

Blir amplituden densamma?

Inte riktigt. Där partikeln rör sig långsammare är sannolikheten att hitta den större, så en noggrannare skiss har något större amplitud över barriären. Dessutom reflekteras en del av vågen vid stegen, så till vänster blir det en blandning av inkommande och reflekterad våg. I en principskiss är det våglängden som ska visas.

Kontrollerat mot facit. Facit skriver i a $d\psi(x)/dx$ (förstaderivatan); det ska vara andraderivatan $d^2\psi(x)/dx^2$, som i uppgiftens ekvation.

6. Moseleys lag och silver i ett prov

a) I Moseleys lag ingår termen $(Z - 1)$. Förklara varför. (1p)

- b) Om man vill undersöka förekomsten av silver i ett prov genom att granska röntgenspektrat som uppstår då provet bombarderas med elektroner, vilken är den längsta de Broglie våglängd som elektronerna bör ha? (1,5p)
- c) Om provet bombarderas med elektroner som har den De Broglie våglängd du beräknade i uppgift (b), vilken är den kortaste våglängd som den resulterande röntgenstrålningen kan ha? (0,5p)

Totalpoäng: 3

Ledtråd 1

Moseleys lag och Röntgenstrålning, med De Broglie-våglängd för elektronerna. Fysika: Fd3 (Moseleys lag, de Broglie-våglängden, $\lambda_{\min}$) och T_{K1} (bindningsenergier för silver).

Ledtråd 2

K_{α} -strålning uppstår när en elektron faller från L -skalet ner i ett hål i K -skalet. Hur stor laddning "ser" den elektronen? För b: silvrets karakteristiska linjer kräver att elektronerna kan slå ut en K -elektron.

Ledtråd 3

I K -skalet sitter två elektroner, och när den ena slagits ut är den andra kvar och skärmar en elementarladdning. Minsta rörelseenergi ger längsta de Broglie-våglängd. I c får en foton hela elektronens rörelseenergi.

Lösning

Läraren går igenom uppgiften på seminarium 6 och ger bara svaren på b och c i facit, så lösningsgången nedan är egen. Deluppgift b och c är samma räkning som december 2023 uppgift 4a–b, och en liknande uppgift finns i maj 2023 uppgift 4.

a) Moseleys lag för K_{α} :

$$\frac{1}{\lambda} = a(Z - 1)^2$$

Fysika: Fd3 (Moseleys lag, $a = 8,23 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1}$)

K_α -strålning uppstår när en elektron i L -skalet faller ner och fyller ett hål i K -skalet. K -skalet har två platser, så när den ena elektronen har slagits ut sitter den andra kvar närmare kärnan än L -elektronen. Den skärmar ungefär en elementarladdning, och L -elektronen känner därför en effektiv kärnladdning $(Z - 1)e$ i stället för Ze . Med den laddningen i ett väteliknande system blir fotonens energi proportionell mot $(Z - 1)^2$:

$$E_{K_\alpha} \approx E_H(Z - 1)^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right)$$

Fysika: Fd3 (energinivåer för väteliknande system), Te (E_H)

b) För att silvrets K -linjer ska synas måste elektronerna kunna slå ut en elektron ur K -skalet. De måste alltså ha minst rörelseenergin $K = 25,514 \text{ keV}$:

Fysika: T k1 (Ag: $K = 25\,514 \text{ eV}$)

Minsta rörelseenergi ger längsta de Broglie-våglängd:

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{h}{\sqrt{2m_e K}} = \frac{6,62607 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9,1094 \cdot 10^{-31} \cdot 25\,514 \cdot 1,6022 \cdot 10^{-19}}} \\ &= 7,678 \cdot 10^{-12} \text{ m} \end{aligned}$$

Fysika: Fd3 (de Broglie-våglängden), Te (h, m_e, e)

Svar: $\lambda = 7,678 \text{ pm}$

c) Den kortaste våglängden i röntgenstrålningen kommer från bromsstrålningen: en foton som fått hela elektronens rörelseenergi.

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{K} = \frac{6,62607 \cdot 10^{-34} \cdot 299\,792\,458}{25\,514 \cdot 1,6022 \cdot 10^{-19}} = 48,59 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

Fysika: Fd3 (gränsvåglängd för kontinuerlig röntgenstrålning, $\lambda_{\min} = hc/(eU)$)

Svar: $\lambda_{\min} = 48,59 \text{ pm}$

Hur bra stämmer $(Z - 1)$ för silver?

Moseleys lag ger $\lambda_{K_\alpha} = 1/(8,23 \cdot 10^6 \cdot 46^2) = 57,4 \text{ pm}$, och tabellvärdet i T k1 är $55,98 \text{ pm}$. Skärmningen är alltså nästan precis en elementarladdning, även för ett så tungt grundämne.

Svaret kontrollerat mot facit; lösningsgången är egen. Facit saknar svar på a.

Se även

- [F0005T](#) — kurssidan med alla tentor
- [Harmonisk våg](#) · [Fas och faskonstant](#) · [Polarisation](#) · [Malus lag](#) · [Brewsters vinkel](#) · [Fresnels formler](#) · [Dopplereffekt](#) · [Svävning](#)
- [Svartkroppsstrålning](#) · [Wiens förskjutningslag](#) · [Stefan-Boltzmanns lag](#) · [Bohrs modell för väteatomen](#)
- [Schrödingerekvationen](#) · [Partikel i låda](#) · [Kvantmekanisk tunnling](#) · [Moseleys lag](#) · [Röntgenstrålning](#) · [De Broglie-våglängd](#)