

F0005T-2024-03-22

19 okt. 2026, 17 min läsning

UTKAST

#tenta #fysik #vågrörelse #modern-fysik

Kurs: F0005T — Fysik 2 **Datum:** 2024-03-22 **Examinator:** Erik Olsson **Källa:** [originaltentamen](#) · [lärarens lösningar](#) **Hjälpmedel:** miniräknare och Fysika. 6 uppgifter, 18 poäng; betyg 3 vid 9 p, 4 vid 12,5 p och 5 vid 15,5 p.

Översikt

VÅG (uppgift 1–3):

- harmonisk våg ur två punkters acceleration och hastighet: riktning, λ , f , amplitud och faskonstant (1)
- två cyklister med horn: svävning och dopplereffekt (2)
- reflexer från en glasplatta vid Brewstervinkeln: största och minsta intensitet (3)

MOF (uppgift 4–6):

- joniserat helium i Bohrs modell: rörelsemängd och potentiell energi (4)
- förklaringsfrågor om fotoelektrisk effekt och bromsstrålning (5)
- principskisser av vågfunktioner vid barriärer, brunnar och i en låda (6)

Så använder du sidan

Försök själv först, med Fysika framme som på tentan. Ledtråd 1 säger vilken sorts uppgift det är och var den står i Fysika, ledtråd 2 (inuti ledtråd 1) ger modellen och ledtråd 3 (inuti ledtråd 2) nyckelsteget eller fällan. **Lösning** är lärarens lösning med förklaringar mellan stegen; varje formel och tabellvärde har sin Fysika-kod. Där läraren bara gett svaret (seminarieuppgifter) är lösningsgången egen och svaret kontrollerat mot lärarens. Figurerna är interaktiva: håll muspekaren över kurvorna för exakta värden, och dra i reglagen där sådana finns.

1. Två punkter på en sträng

En transversell harmonisk våg propagerar längs en sträng utbredd längs x -axeln. Vid en tidpunkt $t = 0$ har en punkt A maximal acceleration, $|a| = 394,8 \text{ m/s}^2$, i negativ y -riktning. Vid samma tidpunkt har en annan punkt B lokaliserad 60 mm i positiv x -riktning från punkt A maximal hastighet, $|v| = 3,142 \text{ m/s}$ i negativ y -riktning. Avståndet mellan A och B är mindre än en halv våglängd,

- Rita ut vågen (minst två våglängder) och markera punkterna A och B . (0,25p)
- I vilken riktning propagerar vågen? Motivera ditt svar. (0,25p)
- Bestäm vågens våglängd, frekvens och amplitud. (1,5p)
- Hur lång tid tar det innan punkt B har maximal acceleration i negativ y -riktning? (0,5p)
- Låt vågen beskrivas med en $\sin$ -funktion och punkten A vara lokaliserad vid x -koordinaten $40,0 \text{ mm}$. Bestäm faskonstanten. (0,5p)

Totalpoäng: 3

Ledtråd 1

Harmonisk våg, Fashastighet och partikelhastighet och Fas och faskonstant. Fysika: Fc1
(harmonisk våg, partikelhastighet, $k = 2\pi/\lambda$, $\omega = 2\pi f$).

Ledtråd 2

Varje punkt svänger harmoniskt, så accelerationen är $-\omega^2 y$: störst nedåt där y är störst, alltså i en topp. Hastigheten är störst i jämviktsläget. Amplituderna är $a_{\max} = A\omega^2$ och $v_{\max} = A\omega$.

Ledtråd 3

A ligger i en topp och B i jämviktsläget, närmare än en halv våglängd: avståndet är en kvarts våglängd. För riktningen: B ligger på sluttningen ner från toppen och rör sig nedåt. Vilket håll måste toppen då gå för att B ska följa efter? I d måste B hamna i en topp.

 Lösning

Läraren går igenom uppgiften på seminarium 1 och ger bara svaren i facit, så lösningsgången nedan är egen.

a) En punkt i en harmonisk våg har accelerationen $-\omega^2 y$. Största acceleration nedåt har därför en punkt i en **topp**, och största fart en punkt i **jämviktsläget**. A ligger alltså i en topp och B i jämviktsläget på väg nedåt, en kvarts våglängd längre åt $+x$ (en kvarts våglängd är det enda avståndet mellan en topp och ett jämviktsläge som är mindre än en halv våglängd). Vågen vid $t = 0$ är den blå kurvan i figuren nedan, med B på den nedåtgående sluttningen till höger om toppen A .

b) B ligger på sluttningen mellan toppen A och nästa dal och rör sig nedåt, mot dalen. Det betyder att dalen till höger om B är på väg mot B , alltså att vågformen flyttar sig åt vänster.

Svar: vågen propagerar i **negativ x -riktning**.

c) Avståndet AB är en kvarts våglängd:

$$\frac{\lambda}{4} = 60 \text{ mm} \Rightarrow \lambda = 240 \text{ mm}$$

Partikelhastigheten och partikelaccelerationen har amplituderna $v_{\max} = A\omega$ och $a_{\max} = A\omega^2$, så kvoten ger vinkelfrekvensen:

$$\omega = \frac{a_{\max}}{v_{\max}} = \frac{394,8}{3,142} = 125,65 \text{ rad/s} \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = 20,00 \text{ Hz}$$

Fysika: Fc1 (partikelhastighet $v_p = ds/dt$, $\omega = 2\pi f$)

Amplituden:

$$A = \frac{v_{\max}}{\omega} = \frac{3,142}{125,65} = 25,00 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Svar: $\lambda = 240 \text{ mm}$, $f = 20,0 \text{ Hz}$ och $A = 25,0 \text{ mm}$

d) B har maximal acceleration nedåt när den är i en topp. Från jämviktsläget på väg nedåt går B först ner till en dal ($T/4$), tillbaka till jämviktsläget ($T/2$) och upp till toppen ($3T/4$):

$$t = \frac{3T}{4} = \frac{3}{4f} = \frac{3}{4 \cdot 20,0} = 37,5 \text{ ms}$$

Fysika: Fc1 ($T = 1/f$)

Samma sak sett från vågen: närmaste topp till höger om B ligger $3\lambda/4 = 180 \text{ mm}$ bort och kommer mot B med farten $v = \lambda f = 4,8 \text{ m/s}$, vilket tar $0,180/4,8 = 37,5 \text{ ms}$.

Svar: $t = 37,5 \text{ ms}$

e) En våg i negativ x -riktning skrivs

$$y = A \sin(kx + \omega t + \alpha)$$

Fysika: Fc1 (propagerande harmonisk våg; Fysika skriver $s = a \cos(\omega t \pm kx + \delta)$, och med sinus ändras bara faskonstantens värde)

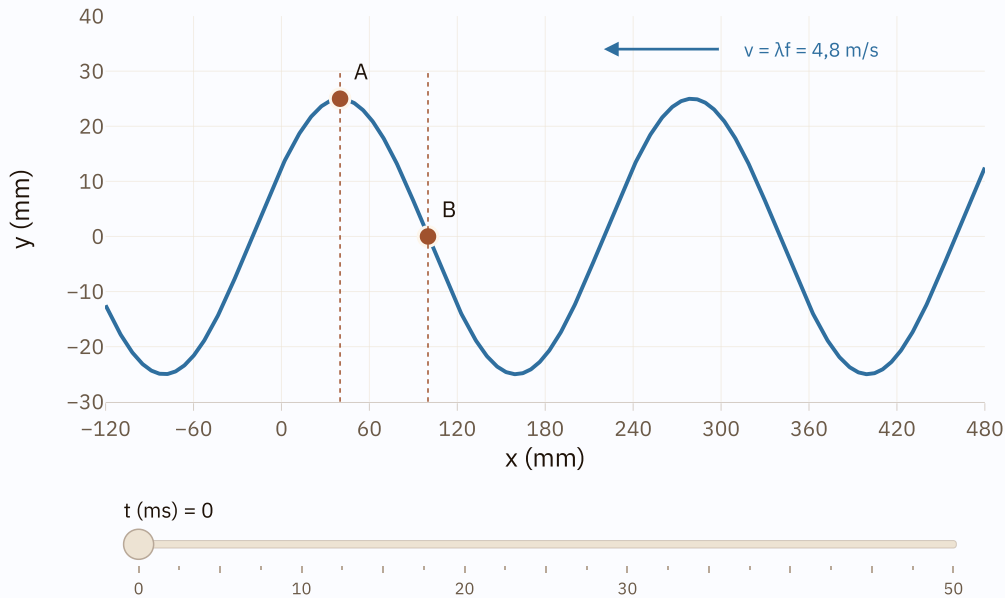
Vid $t = 0$ ligger toppen A vid $x = 40,0 \text{ mm}$, där $\sin(\dots) = 1$:

$$\frac{2\pi}{240} \cdot 40 + \alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6}$$

Kontroll med B vid $x = 100 \text{ mm}$: fasen är $5\pi/6 + \pi/6 = \pi$, så $y = 0$, och $\partial y / \partial t = A\omega \cos \pi = -A\omega$, alltså största fart nedåt.

Svar: $\alpha = \frac{\pi}{6}$

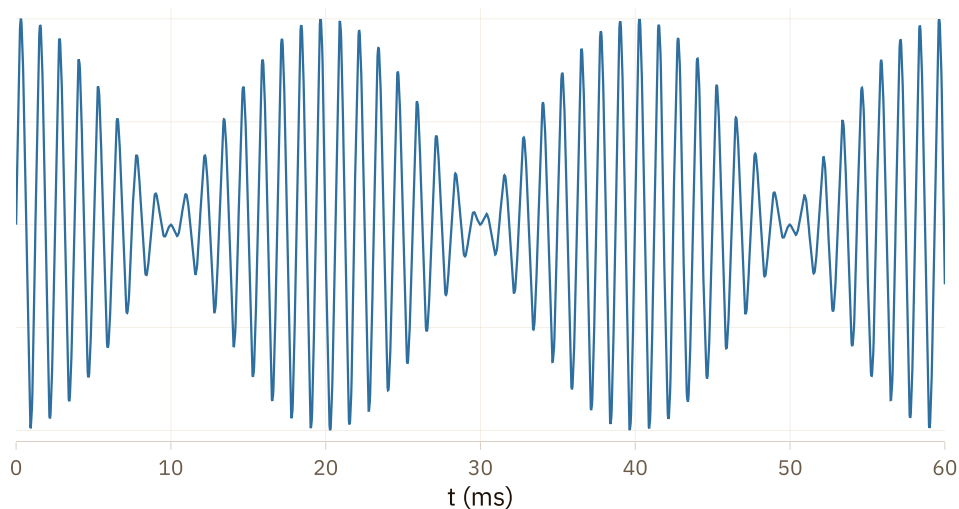
Dra i reglaget: vågen vandrar åt vänster, A sjunker och B går först ner. Vid $t = 37,5 \text{ ms}$ står B i en topp.



Svaret kontrollerat mot facit; lösningsgången är egen. Facit ger svar på a, b, c och faskonstanten, men sätter faskonstanten under rubriken d och saknar svar på d (tiden).

2. Två cyklister med horn

Du står längs en väg där två cyklister kommer farandes på ett led mot dig. Dom cyklar lika fort och det är 10 meter mellan dom. När den första cyklisten passerat dig med 5 meter blåser bägge cyklisterna samtidigt i ett varsitt horn som ljuder vid 800 Hz och du detekterar trycket i figuren nedan med ditt fysik-hobbykit. Hur fort cyklade dom? Utgå från en ljudhastighet på 340 m/s. (3p)



Totalpoäng: 3

Ledtråd 1

Svävning mellan två **dopplerskiftade** toner. *Fysika: Fc1a* (svävningsfrekvens) och *Fc2* (dopplereffekten hos ljud).

Ledtråd 2

Läs av svävningsperioden i figuren och få $f_{sv} = 1/T_{sv}$. Den ena cyklisten kör mot dig och den andra från dig, med samma fart v_c . Svävningsfrekvensen är skillnaden mellan de två dopplerskiftade frekvenserna.

Ledtråd 3

Avstånden (10 m och 5 m) behövs inte i räkningen: de ser bara till att båda cyklisterna är lika långt bort, så att ljudet kommer fram samtidigt och med lika stor amplitud. Ekvationen för v_c blir en andragradsekvation.

Lösning

Det vi ser i figuren är en svävning med periodtiden $T_{sv} = 20 \text{ ms}$ (signalen dör ut vid 10, 30 och 50 ms), vilket ger svävningsfrekvensen

$$f_{sv} = \frac{1}{T_{sv}} = 50 \text{ Hz}$$

Fysika: Fc1a (svävningsfrekvens $f_{sv} = |f_1 - f_2|$)

Svävningen uppstår genom interferens mellan två dopplerskiftade ljudsignaler: den bakre cyklisten kör mot dig och den främre från dig. Med ljudhastigheten v , cyklisternas fart v_c och hornens frekvens f_0 :

$$f_m = f_s \frac{v - v_m}{v - v_s}$$

Fysika: Fc2 (dopplereffekten hos ljud; v_s positiv om källan rör sig mot mottagaren)

Skillnaden mellan de två frekvenserna:

$$\begin{aligned}
 f_{sv} &= f_0 \frac{v}{v - v_c} - f_0 \frac{v}{v + v_c} = f_0 v \frac{(v + v_c) - (v - v_c)}{v^2 - v_c^2} \\
 &\Rightarrow v^2 f_{sv} - v_c^2 f_{sv} = 2 f_0 v v_c \\
 &\Rightarrow v_c^2 + \frac{2 f_0 v}{f_{sv}} v_c - v^2 = 0
 \end{aligned}$$

Den positiva roten:

$$\begin{aligned}
 v_c &= -\frac{f_0 v}{f_{sv}} + \sqrt{\left(\frac{f_0 v}{f_{sv}}\right)^2 + v^2} \\
 &= -\frac{800 \cdot 340}{50} + \sqrt{\left(\frac{800 \cdot 340}{50}\right)^2 + 340^2} = 10,6 \text{ m/s}
 \end{aligned}$$

Svar: $v_c = 10,6 \text{ m/s}$

Vad gör avstånden i uppgiften?

Båda cyklisterna är 5 m från dig när de blåser, så de två tonerna når dig samtidigt och med samma amplitud. Då släcker de ut varandra helt när de är i motfas.

Kontrollerat mot facit.

3. Reflexer från en glasplatta vid Brewstervinkeln

Koherent och svagt divergent ljus med intensiteten $4,00 \text{ mW/m}^2$ träffar en glasplatta vid Brewstervinkeln. Det infallande ljusets polarisering ligger $30,0$ grader från normalen till infallsplanet. Om glaset har ett brytningsindex $n = 1,50$, vilken är den maximala respektive minimala intensiteten som kan observeras i det reflekterade ljuset? (Ledning, räkna bara med två strålar). (3p)

Totalpoäng: 3

Ledtråd 1

Brewsters vinkel, Fresnels formler och interferens mellan två reflexer (Interferens i tunna skikt).
Fysika: Fc3 (Brewstervinkeln, Fresnels formler) och Fc4a (interferens mellan två vågor).

Ledtråd 2

Dela upp ljuset i en del vinkelrätt mot infallsplanet (s) och en parallell (p). Vid Brewstervinkeln är $R_{\parallel} = 0$, så bara s-delen reflekteras, med $R_{\perp} = \sin^2(i - b)/\sin^2(i + b)$. Reflex 1 kommer från framsidan och reflex 2 från baksidan.

Ledtråd 3

Normalen till infallsplanet är s-riktningen, så s-delen har intensiteten $I_0 \cos^2 30^\circ$. Inne i glaset träffar ljuset baksidan vid vinkeln b , som är Brewstervinkeln från glassidan: samma $R_{\perp}$ igen. Reflex 2 passerar framsidan två gånger.

Lösning

Ljuset faller in vid Brewstervinkeln, så den del som är polariserad i infallsplanet reflekteras inte alls. Vi behöver bara räkna på den del som är polariserad vinkelrätt mot infallsplanet (s-polariserad, "sagittal"). Polariseringen ligger 30° från normalen till infallsplanet, alltså 30° från s-riktningen:

$$I_s = I_0 \cos^2 30^\circ = \frac{3}{4} I_0 = 3,00 \text{ mW/m}^2$$

Fysika: Fc3 (Malus lag, $I = I_0 \cos^2 \theta$; reflekterad intensitet $I_r = R_{\parallel} I_{i\parallel} + R_{\perp} I_{i\perp}$)

Infallsvinkeln är Brewstervinkeln:

$$\theta_i = \tan^{-1} \frac{1,50}{1} = 56,31^\circ$$

Fysika: Fc3 (Brewstervinkeln, $\tan \theta_p = n_2/n_1$)

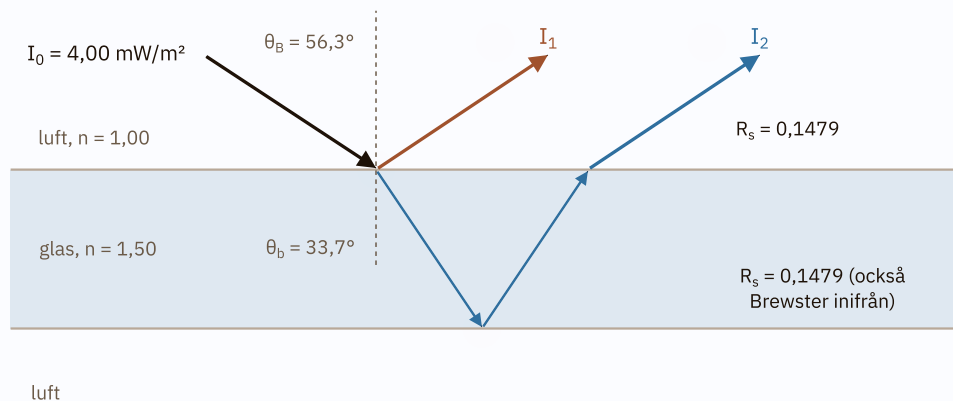
Vid Brewstervinkeln är reflekterad och bruten stråle vinkelräta, så brytningsvinkeln blir

$$\theta_b = 90^\circ - \theta_i = 33,69^\circ$$

Reflektansen för s-polariserat ljus:

$$R_s = \frac{\sin^2(\theta_i - \theta_b)}{\sin^2(\theta_i + \theta_b)} = \sin^2(\theta_i - \theta_b) = \sin^2 22,62^\circ = 0,1479$$

Fysika: Fc3 (Fresnels formler för reflekterat ljus, $R_\perp$)



De två första reflexerna. Reflex 2 transmittas genom framsidan, reflekteras mot baksidan och transmittas ut igen. Vid baksidan träffar ljuset glas-luft-ytan vid vinkeln θ_b , som är Brewstervinkeln från glassidan ($\tan \theta_b = 1/1,50$), så reflektansen är samma R_s :

$$I_1 = \frac{3}{4} I_0 \cdot R_s = 0,4438 \text{ mW/m}^2$$

$$I_2 = \frac{3}{4} I_0 \cdot R_s (1 - R_s)^2 = 0,3222 \text{ mW/m}^2$$

Ljuset är svagt divergent, så alla fasskillnader förekommer. Tvåstråleinterferens:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\beta$$

Fysika: Fc4a (interferens mellan två vågor)

Störst och minst med $\cos \Delta\beta = \pm 1$:

$$I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} = 1,522 \text{ mW/m}^2$$

$$I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} = 0,0097 \text{ mW/m}^2$$

Svar: $I_{\max} \approx 1,52 \text{ mW/m}^2$ och $I_{\min} \approx 0,0097 \text{ mW/m}^2$

En snabbare väg till R_s

Vid Brewstervinkeln är $\sin \theta_i = n/\sqrt{1+n^2}$ och $\cos \theta_i = 1/\sqrt{1+n^2}$, och $\theta_b = 90^\circ - \theta_i$. Då blir $\sin(\theta_i - \theta_b) = -\cos 2\theta_i = (n^2 - 1)/(n^2 + 1)$, så $R_s = \left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 1}\right)^2 = (1,25/3,25)^2 = 0,1479$.

Kontrollerat mot facit. Facit räknar med de avrundade vinklarna $56,3^\circ$ och $33,7^\circ$ och får $R_s = 0,14768$ och $I_{\min} = 0,009663 \text{ mW/m}^2$; svarsraden skriver $0,00996 \text{ mW/m}^2$, vilket är ett skrivfel för $0,00966$. Med oavrundade vinklar blir $I_{\min} = 0,0097 \text{ mW/m}^2$.

4. Joniserat helium i Bohrs modell

En joniserad heliumatom har endast en elektron kvar och den befinner sig i det andra exciterade tillståndet.

- Enligt Bohrs modell, vilken rörelsemängd har den elektronen? (2p)
- Enligt Bohrs modell, vilken potentiell energi har den elektronen? (1p)

Totalpoäng: 3

Ledtråd 1

Bohrs atommodell för ett Väteliknande system (He^+ , $Z = 2$). Fysika: $Fd3$ (banradie och energinivåer för väteliknande system) och Te (a_0 , E_H , $\hbar$).

Ledtråd 2

Bohrs kvantvillkor: rörelsemängdsmomentet är $L = m_e v r = n\hbar$, och banradien är $r_n = a_0 n^2 / Z$. Den potentiella energin är Coulombenergin $U = -Ze^2 / (4\pi\epsilon_0 r_n)$.

Ledtråd 3

“Andra exciterade” är $n = 3$. Med $E_H = e^2 / (8\pi\epsilon_0 a_0)$ (Te) blir $U_n = 2E_n$: den potentiella energin är dubbelt så stor som totalenergin, och lika negativ.

Lösning

Läraren går igenom uppgiften på seminarium 4 och ger bara svaren i facit, så lösningsgången nedan är egen.

Heliumjonen har $Z = 2$, och det andra exciterade tillståndet är $n = 3$.

a) Banradien i Bohrs modell:

$$r_n = a_0 \frac{n^2}{Z} = 5,2918 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{9}{2} = 2,381 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

Fysika: Fd3 (banradie i bana n för väte och väteliknande system), Te (a_0)

Bohrs kvantvillkor säger att rörelsemängdsmomentet är $L = pr = n\hbar$:

$$p = \frac{n\hbar}{r_n} = \frac{Z\hbar}{n a_0} = \frac{2 \cdot 1,05457 \cdot 10^{-34}}{3 \cdot 5,2918 \cdot 10^{-11}} = 1,329 \cdot 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Fysika: Te ($\hbar$, a_0); kvantvillkoret $L = n\hbar$ står inte i Fysika

Svar: $p \approx 1,33 \cdot 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

b) Den potentiella energin är elektronens Coulombenergi i kärnans fält:

$$U = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_n} = -\frac{Z^2 e^2}{4\pi\epsilon_0 a_0 n^2} = -2E_H \frac{Z^2}{n^2}$$

Fysika: Fe1 (Coulombs lag, $k = 1/(4\pi\epsilon_0)$; potentialenergin $U = -kZe^2/r$ följer därur), Te ($E_H = e^2/(8\pi\epsilon_0 a_0)$)

Insatt:

$$U = -2 \cdot 13,6057 \cdot \frac{4}{9} = -12,09 \text{ eV}$$

Fysika: Fd3 (energinivåer $E_n = -E_H Z^2/n^2$), Te (E_H)

Svar: $U \approx -12,1 \text{ eV}$

Kontroll med rörelseenergin

Totalenergin är $E_3 = -E_H \cdot 4/9 = -6,05 \text{ eV}$, och rörelseenergin $K = E - U = +6,05 \text{ eV}$.
Då är $p = \sqrt{2m_e K} = 1,329 \cdot 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$, samma som i a. I en Coulombbana är alltid $K = -E$ och $U = 2E$.

Svaret kontrollerat mot facit; lösningsgången är egen. Facit anger $p = 1,322 \cdot 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ och $U = -12,0946 \text{ eV}$; med Fysikas konstanter blir det $1,329 \cdot 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ och $-12,094 \text{ eV}$, så facits p avviker i tredje värdesiffran.

5. Fotoelektrisk effekt och bromsstrålning

a) Den fotoelektriska lagen säger att den maximala kinetiska energin en elektron som frigörs från metallen kan ha ges av

$$K_{\max} = hf - \Phi$$

Förklara varför det finns en övre gräns och vad det beror på att en frigjord elektron kan ha mindre kinetisk energi än den i ekvationen ovan. (1p)

b) För bromsstrålningen i ett röntgenspektra så gäller följande

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eU}$$

Vad är eU fysikaliskt i den ekvationen? (1p)

c) Förklara varför det finns en minsta våglängd i bromsstrålningen. (1p)

Totalpoäng: 3

Ledtråd 1

Fotoelektriska effekten och Bromsstrålning. Båda sambanden står i Fysika: Fd3.

Ledtråd 2

I båda fallen ger eller tar en enda foton energi från en enda elektron. Φ är utträdesarbetet, och eU är det arbete som spänningen U uträttar på elektronen.

Ledtråd 3

Uträdesarbetet är den **minsta** energin som behövs för att få loss en elektron. Elektroner som sitter hårdare bundna får mindre över. En foton kan högst få **all** energi som en elektron har.

Lösning

a) Fotonens energi hf går till en enda elektron.

$$K_{max} = hf - \Phi$$

Fysika: Fd3 (fotoelektriska effekten)

Uträdesarbetet Φ är den minsta energi som behövs för att frigöra en elektron från metallen, och det som blir över blir rörelseenergi. Därför finns en övre gräns. En del elektroner behöver mer energi än Φ för att frigöras (de sitter djupare i metallen eller hårdare bundna), och då blir det mindre energi kvar av den infallande fotonens energi till rörelseenergi hos den frigjorda elektronen.

b) eU är den rörelseenergi som en elektron har efter att ha accelererats från vila genom spänningen U .

Fysika: Fd3 (gränsvåglängd för kontinuerlig röntgenstrålning, $eU = K_{\max}$)

c) En foton i bromsstrålningen får sin energi från en enda elektron. Den energirikaste fotonen är alltså den som har fått all energi elektronen hade, $E = eU$. Den högsta energin en foton kan ha motsvarar den kortaste våglängden den kan ha:

$$E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{hc}{eU}$$

Fysika: Fd3 (fotonenergi)

Samma idé åt två håll

Fotoelektrisk effekt och bromsstrålning är varandras omvändning: i den ena ger en foton all sin energi till en elektron, i den andra ger en elektron (högst) all sin energi till en foton. Därför har båda en skarp gräns, $K_{\max}$ respektive $\lambda_{\min}$, som bara beror på energins kvantisering i fotoner och inte på materialet (bortsett från Φ).

Kontrollerat mot facit.

6. Principskisser av vågfunktioner

Rita potentialen och en principiell skiss av elektronens vågfunktion i intervallet $x = [-L, 2L]$ för dom olika fallen nedan. Motivera och förklara utseendet på vågfunktionerna. Elektronens totala energi är E .

- En potentialbarriär mellan $x = [0, L]$ där $U_0 < E$. (0,5p)
- En potentialbarriär mellan $x = [0, L]$ där $U_0 > E$. Elektronen befinner sig initialt i området $x > L$. (0,5p)
- En potentialbrunn mellan $x = [0, L]$ där $U_0 < E$. (0,5p)
- En potentialbrunn mellan $x = [0, L]$ där $U_0 > E$. Elektronen befinner sig i grundtillståndet. (0,5p)
- En lådpotential mellan $x = [0, L]$. Elektronen befinner sig i grundtillståndet. (0,5p)
- Vilken av elektronerna i uppgift d) och e) har högst energi? Motivera ditt svar. (0,5p)

Totalpoäng: 3

Ledtråd 1

Schrödingerekvationen i områden med konstant potential: **Kvantmekanisk tunnling**, **Partikel i potentialbrunn** och **Partikel i låda**. *Fysika: Fd3* (tunneleffekt, fri partikel i låda).

Ledtråd 2

Där $E > U$ oscillerar ψ med vågtalet $k = \sqrt{2m(E - U)}/\hbar$: ju större rörelseenergi, desto kortare våglängd. Där $E < U$ avtar eller växer ψ exponentiellt med $\kappa = \sqrt{2m(U - E)}/\hbar$. ψ och $d\psi/dx$ är kontinuerliga vid ändliga potentialsteg.

Ledtråd 3

I lådan är $\psi = 0$ vid väggarna. I den ändliga brunnen läcker ψ ut i väggarna, så våglängden inne i brunnen blir längre än i lådan. Vad betyder längre våglängd för rörelseenergin?

Lösning

Läraren går igenom uppgiften på seminarium 5, och facit innehåller varken lösning eller svar. Lösningen nedan är egen.

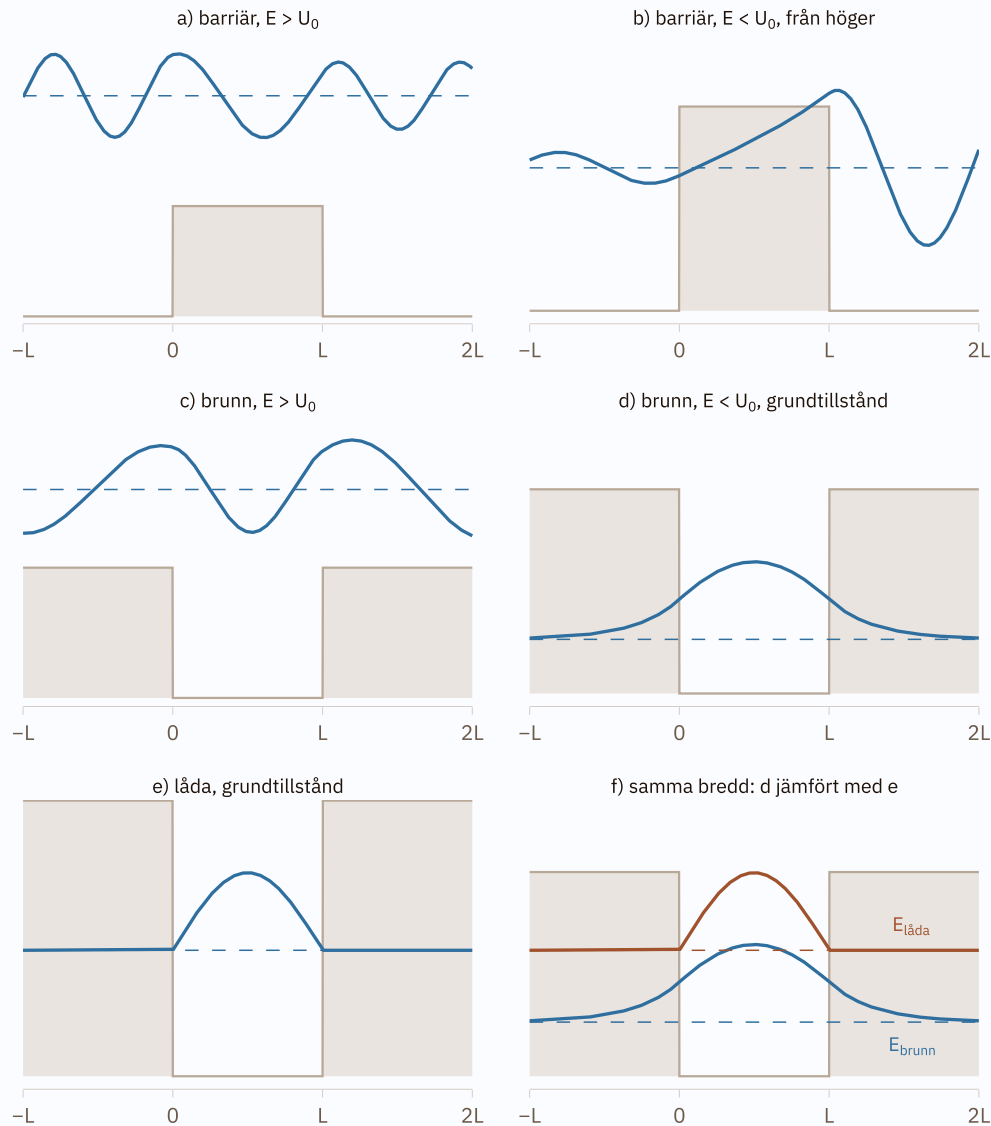
I ett område med konstant potential U har Schrödingerekvationen lösningar som beror på tecknet på $E - U$:

$$E > U : \quad \psi = A \sin kx + B \cos kx, \quad k = \frac{\sqrt{2m(E - U)}}{\hbar}$$

$$E < U : \quad \psi = Ce^{\kappa x} + De^{-\kappa x}, \quad \kappa = \frac{\sqrt{2m(U - E)}}{\hbar}$$

Fysika: Fd3 (tunneleffekt, $\kappa = \sqrt{2m_p(U_0 - E_p)}/\hbar$; de Broglie-våglängden $\lambda = h/\sqrt{2mK}$)

Där rörelseenergin $K = E - U$ är stor blir våglängden $\lambda = 2\pi/k$ kort. Vid ett ändligt potentialsteg är ψ och $d\psi/dx$ kontinuerliga, så kurvan går mjukt över gränsen. Skisserna nedan visar potentialen (grått), energin E (streckat) och vågfunktionen ritad kring E -nivån:



a) Barriär med $E > U_0$: ψ oscillerar överallt. Över barriären är rörelseenergin $E - U_0$ mindre, så våglängden är **längre** där. Utanför är våglängden densamma på båda sidorna.

b) Barriär med $E < U_0$, elektronen kommer från höger: till höger oscillerar ψ (inkommande och reflekterad våg). I barriären är $E < U_0$, så ψ **avtar exponentiellt** åt vänster. Till vänster om barriären finns en svagare oscillerande våg med samma våglängd som till höger: elektronen har en liten sannolikhet att tunnla igenom.

c) Brunn med $E > U_0$: ψ oscillerar överallt, men i brunnen är rörelseenergin E större än utanför ($E - U_0$), så våglängden är **kortare** i brunnen.

d) Brunn med $E < U_0$, grundtillståndet: i brunnen en cosinusliknande puckel utan noder, och i väggarna, där $E < U_0$, avtar ψ exponentiellt mot noll. Funktionen är symmetrisk kring mitten.

e) Låda (oändligt höga väggar), grundtillståndet: en halv sinusperiod, $\psi = \sqrt{2/L} \sin(\pi x/L)$, som är exakt noll vid $x = 0$ och $x = L$ och noll utanför.

Fysika: Fd3 (fri partikel i endimensionell låda, $\psi_n(x) = \sqrt{2/a} \sin(n\pi x/a)$)

f) I lådan måste en halv våglängd få plats exakt mellan väggarna, $\lambda = 2L$. I den ändliga brunnen tränger ψ in i väggarna, så den halva våglängden får “mer plats” och blir längre än $2L$. Längre våglängd betyder mindre rörelsemängd och mindre rörelseenergi:

$$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{h^2}{2m\lambda^2}$$

Fysika: Fd3 (de Broglie-våglängden)

Svar: elektronen i **lådan (e)** har högst energi (räknat från botten av brunnen).

Facit saknar lösning och svar; lösningen är egen.

Se även

- [F0005T](#) — kurssidan med alla tentor
- [Harmonisk våg](#) · [Fas](#) · [Fas hastighet](#) och [partikelhastighet](#) · [Fas](#) och [faskonstant](#) · [Svängning](#) · [Dopplereffekt](#)
- [Brewsters vinkel](#) · [Fresnels formler](#) · [Interferens i tunna skikt](#)
- [Bohrs atommodell](#) · [Väteliknande system](#) · [Fotoelektriska effekten](#) · [Bromsstrålning](#)
- [Schrödingerekvationen](#) · [Kvantmekanisk tunnling](#) · [Partikel i potentialbrunn](#) · [Partikel i låda](#)