

F0005T-2023-10-24

19 okt. 2026, 15 min läsning

UTKAST

#tenta #fysik #vågrörelse #modern-fysik

Kurs: F0005T — Fysik 2 **Datum:** 2023-10-24 **Examinator:** Erik Olsson **Källa:** [originaltentamen](#) · [lärarens lösningar](#) **Hjälpmedel:** miniräknare och Fysika. 6 uppgifter, 18 poäng; betyg 3 vid 9 p, 4 vid 12,5 p och 5 vid 15,5 p.

Översikt

VÅG (uppgift 1–3):

- partikelrörelsen i två punkter på en sträng: frekvens, våglängd och faskonstant (1), samma uppgift som [augusti 2024](#) uppgift 1
- fyra högtalare, en i motfas: var den fjärde ska stå för minimum (2)
- polariserat ljus genom en glasskiva vid Brewstervinkeln (3)

MOF (uppgift 4–6):

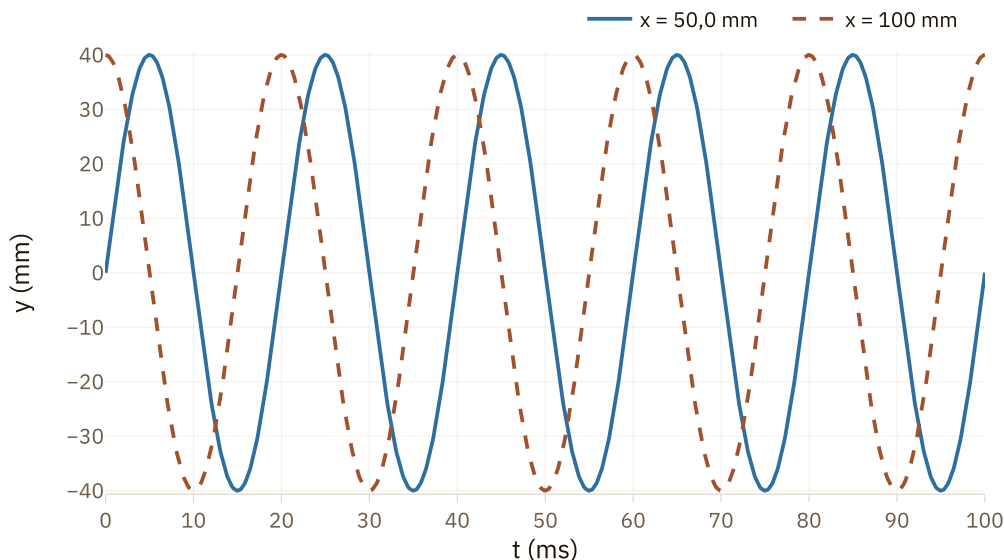
- en stjärnas spektrum och hur långt bort en satellit med solpaneler kan vara (4), samma uppgift som [augusti 2024](#) uppgift 4
- comptonspredning: elektronens största vinkel mot x -axeln (5)
- Schrödingerekvationen för en fri partikel och en partikel i en låda (6)

Så använder du sidan

Försök själv först, med Fysika framme som på tentan. Ledtråd 1 säger vilken sorts uppgift det är och var den står i Fysika, ledtråd 2 (inuti ledtråd 1) ger modellen och ledtråd 3 (inuti ledtråd 2) nyckelsteget eller fällan. **Lösning** är lärarens lösning med förklaringar mellan stegen; varje formel och tabellvärde har sin Fysika-kod. Där läraren bara gett svaret (seminarieuppgifter) är lösningsgången egen och svaret kontrollerat mot lärarens. Figurerna är interaktiva: håll muspekaren över kurvorna för exakta värden, och dra i reglagen där sådana finns.

1. Två punkter på en sträng: frekvens, våglängd och faskonstant

En transversell våg propagerar i negativ x -riktning längs en sträng. I figuren nedan kan du se hur två punkter på strängen rör sig i tiden, avståndet mellan punkterna är mindre än en våglängd. Bestäm den propagerande vågens frekvens, våglängd och faskonstant. Utgå från att vågen ska beskrivas med en sinus-funktion och ange ett värde på faskonstanten mellan 0 och 2π .



Totalpoäng: 3

Ledtråd 1

Harmonisk våg och Fas och faskonstant, avläst ur två tidsserier. Fysika: Fc1 (propagerande harmonisk våg, $T = 1/f$, $k = 2\pi/\lambda$, $v = f\lambda$).

Ledtråd 2

Avståndet mellan två toppar i samma kurva är periodtiden T . Vågen går åt $-x$, så den når $x = 100 \text{ mm}$ först och $x = 50 \text{ mm}$ en stund senare: tidsförskjutningen mellan kurvorna och avståndet 50 mm ger farten.

Ledtråd 3

Skriv $y = a \sin(kx + \omega t + \alpha)$ (plus för $-x$ -riktning) och sätt in en topp du känner exakt, till exempel den streckade kurvans topp vid $t = 20 \text{ ms}$, där sinus är 1.

 Lösning

Samma uppgift som **augusti 2024** uppgift 1.

Frekvensen. Vi kan avläsa periodtiden ur figuren (avståndet mellan två toppar i samma kurva) och få frekvensen på det sättet:

$$T = 20 \text{ ms} \Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,020} = 50 \text{ Hz}$$

Fysika: Fc1 ($T = 1/f$)

Våglängden. För att bestämma våglängden måste vi först bestämma vågens hastighet. Vågen propagerar i negativ x -riktning, så en topp passerar först $x = 100 \text{ mm}$ (streckad kurva, $t = 0$) och sedan $x = 50 \text{ mm}$ (heldragen kurva, $t = 5 \text{ ms}$). Vi läser alltså från den streckade till den heldragna kurvan, åt höger i grafen eftersom tiden ökar:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0,05 \text{ m}}{0,005 \text{ s}} = 10 \text{ m/s}$$

Det ger oss våglängden

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{10}{50} = 0,20 \text{ m}$$

Fysika: Fc1 ($v = f \cdot \lambda$)

Avståndet 50 mm är mindre än $\lambda = 200 \text{ mm}$, som uppgiften kräver. (Med $\Delta t = 25 \text{ ms}$ i stället blir $\lambda = 40 \text{ mm}$, mindre än avståndet, så den tolkningen faller bort.)

Faskonstanten. Vi utgår från följande våg, med plustecken för utbredning i negativ x -riktning:

$$y = a \sin(kx + \omega t + \alpha)$$

Fysika: Fc1 (propagerande harmonisk våg, $s = a \cos(\omega t \pm kx + \delta)$; sinus i stället för cosinus ändrar bara faskonstantens värde)

Då $x = 100 \text{ mm}$ och $t = 20 \text{ ms}$ är sinusfunktionen lika med 1, vilket ger oss

$$kx + \omega t + \alpha = \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{0,20} \cdot 0,100 - 2\pi \cdot 50 \cdot 0,020 = -\frac{5\pi}{2}$$

Lägg till 4π för att få ett värde mellan 0 och 2π : $\alpha = 3\pi/2$. Kontroll med den heldragna kurvan: $y(50 \text{ mm}, 0) = 40 \sin(\pi/2 + 3\pi/2) = 0$, och y ökar därefter, som i figuren.

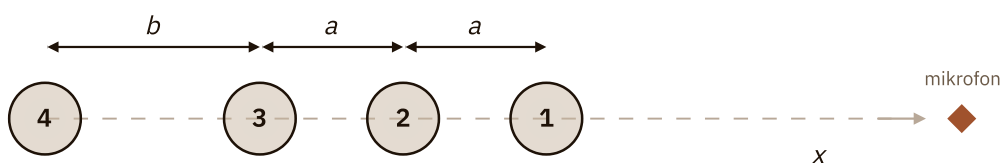
Svar: $f = 50 \text{ Hz}$, $\lambda = 0,20 \text{ m}$ och $\alpha = \frac{3}{2}\pi$.

Kontrollerat mot facit.

2. Fyra högtalare, en i motfas

Tre högtalare är placerade längs x -axeln. Alla 3 högtalare ger samma ljudintensitet, $I = 2,50 \text{ mW/m}^2$ vid en mikrofon på x -axeln. Alla 3 högtalare är kopplade till samma tongenerator men högtalare 3 är kopplad i motfas mot högtalare 1 och 2. Den sänder ut ljud vid 425 Hz och ljudhastigheten är under rådande förhållanden 340 m/s . Avståndet a är $0,100 \text{ m}$.

Hur långt till vänster om högtalare 3 ska en fjärde högtalare, som också genererar en ljudintensitet på $2,50 \text{ mW/m}^2$ vid mikrofonen, placeras om den kopplas till samma tongenerator och i fas med högtalare 1 och 2 för att den resulterande ljudintensiteten ska bli minimum?



Totalpoäng: 3

Ledtråd 1

Superposition av vågor med visare i det komplexa talplanet (Vågor på komplex form). Fysika: $Fc1$ ($k = 2\pi/\lambda$, vågor på komplex form) och $Fc1a$ (superposition).

Ledtråd 2

Alla fyra vågorna har samma amplitud vid mikrofonen. Räkna fasskillnaden mot våg 1: extravägen gånger k , plus π för högtalaren i motfas. Rita visarna efter varandra; den fjärde ska peka rakt tillbaka mot origo.

Ledtråd 3

$ka = \pi/4$, så visare 2 ligger på 45° och visare 3 på $2ka + \pi = 3\pi/2$, rakt nedåt. Summan av de tre första har längden $\sqrt{3}$, längre än visare 4, så det blir ett minimum men ingen total utsläckning.

Lösning

Vi räknar först ut våglängden:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{425} = 0,800 \text{ m}$$

Fysika: Fc1 ($v = f \cdot \lambda$)

Vågen från högtalare 2 går sträckan a längre än vågen från 1. Fasskillnaden mellan våg 2 och 1 ges av

$$\Delta\beta_{21} = ka = \frac{2\pi}{\lambda}a = \frac{2\pi}{0,8} \cdot 0,1 = \frac{\pi}{4}$$

Fysika: Fc1 ($k = 2\pi/\lambda$)

Vågen från högtalare 3 går $2a$ längre och är dessutom i motfas. Fasskillnaden mellan våg 3 och 1 ges av

$$\Delta\beta_{31} = 2ka + \pi = 2 \cdot \frac{2\pi}{0,8} \cdot 0,1 + \pi = \frac{3\pi}{2}$$

Vi ritar ut dessa vågor i komplexa talplanet, med $A_1 = A_2 = A_3 = A_0$ (alla ger samma intensitet vid mikrofonen):

Fysika: Fc1 (vågor på komplex form, $S = Ae^{i(\omega t \pm kx)}$), Fc1a (superpositionsprincipen)

Summan av de tre första visarna har realdelen $x = A_0 + A_0 \cos(\pi/4)$ och imaginärdelen $-y$, där $y = A_0 - A_0 \sin(\pi/4)$. Den fjärde högtalaren ligger $2a + b$ längre bort än högtalare 1 och är i fas med den, så $\Delta\beta_{41} = 2ka + kb = \pi/2 + kb$. Intensiteten blir minst när A_4 pekar rakt mot origo, och då ger figuren fasen vi söker:

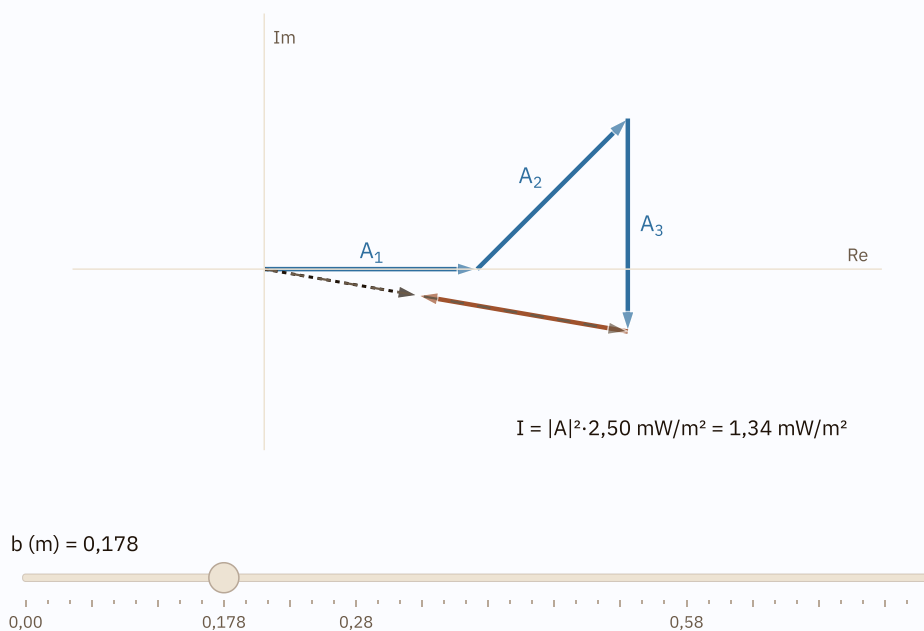
$$kb = \tan^{-1}\left(\frac{x}{y}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{A_0 + A_0 \cos \frac{\pi}{4}}{A_0 - A_0 \sin \frac{\pi}{4}}\right) = 1,4009 \text{ rad}$$

vilket ger oss

$$b = \frac{\lambda}{2\pi} \cdot 1,4009 = \frac{0,8}{2\pi} \cdot 1,4009 = 0,1784 \text{ m}$$

Svar: $b \approx 0,178 \text{ m}$

Dra i reglaget för b och se hur A_4 vrider sig kring spetsen av A_3 . Intensiteten vid mikrofonen är $|A|^2$ gånger $2,50 \text{ mW/m}^2$ och blir minst vid $b = 0,178 \text{ m}$:



Varför blir det inte tyst?

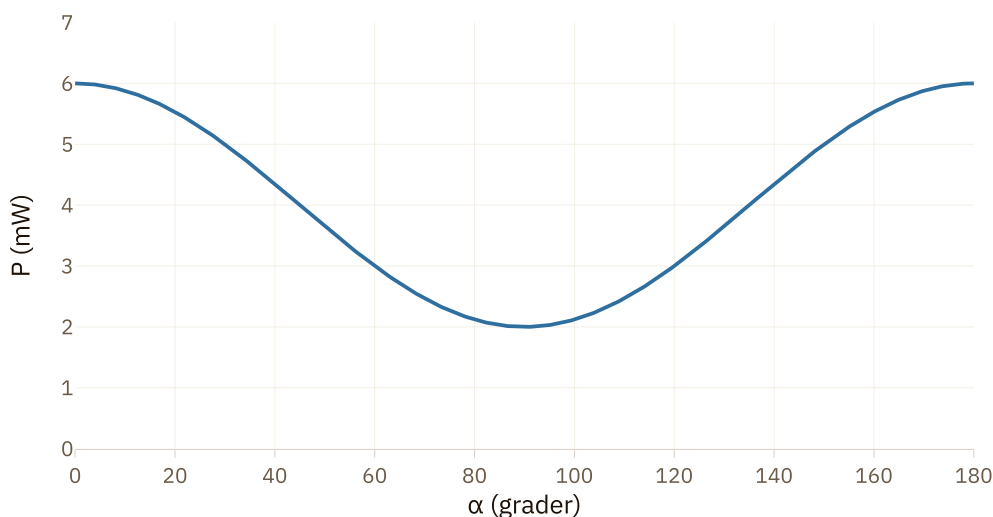
De tre första visarna summerar till längden $|A_1 + A_2 + A_3| = \sqrt{3}A_0 \approx 1,73A_0$, och A_4 har bara längden A_0 . Det bästa den fjärde högtalaren kan göra är att dra bort A_0 : kvar blir $(\sqrt{3} - 1)A_0$, det vill säga intensiteten $(\sqrt{3} - 1)^2 \cdot 2,50 = 1,34 \text{ mW/m}^2$, mot $3 \cdot 2,50 = 7,50 \text{ mW/m}^2$ med enbart de tre.

Kontrollerat mot facit.

3. Polariserat ljus genom en glasskiva vid Brewstervinkeln

En parallell monokromatisk laserstråle med våglängden 633 nm träffar en glasskiva med brytningsindex $1,62$ vid Brewstervinkeln. Det infallande ljuset analyseras med en polarisator och en effektmätare och resultatet ses i figuren. Vinkeln α är polarisatorns genomsläppsriktning relativt infallsplanets normalvektor. Om polarisatorn och effektmätaren istället flyttas till andra sidan glasskivan för att undersöka ljuset som gått igenom glaset, hur skulle motsvarande mätkurva se ut då?

(Ta endast hänsyn till den första strålen som kommer ut ur glaset)



Totalpoäng: 3

Ledtråd 1

Brewsters vinkel, Fresnels formler och Polarisation. Allt står i *Fysika: Fc3* (Brewstervinkeln, Fresnels formler, reflekterad intensitet $I_r = R_{\parallel}I_{\parallel} + R_{\perp}I_{\perp}$).

Ledtråd 2

Dela upp ljuset i två delar: polariserat vinkelrätt mot infallsplanet (s , $\alpha = 0^\circ$) och parallellt med det (p , $\alpha = 90^\circ$). Läs av effekten i varje del i figuren. Det som inte reflekteras transmitteras, $T = 1 - R$, och det gäller vid **båda** glasytorna.

Ledtråd 3

Vid Brewstervinkeln är $R_{\parallel} = 0$, så p -delen går igenom helt. s -delen förlorar andelen $R_{\perp}$ vid framsidan och lika mycket vid baksidan, där ljuset träffar ytan i vinkeln b (som också är en Brewstervinkel, från glaset sett).

Lösning

Strålen bryts in i glaset vid den första ytan och ut i luften vid den andra. Effekterna betecknas P_{is} , P_{ip} (infallande), P_{rs} , P_{rp} (reflekterat) och P_{ts} , P_{tp} (transmitterat), med s vinkelrätt och p parallellt med infallsplanet.

Från grafen kan vi avläsa att $P_{is} = 6,0 \text{ mW}$ (vid $\alpha = 0^\circ$ släpper polarisatorn igenom ljuset som svänger längs infallsplanets normal) och att $P_{ip} = 2,0 \text{ mW}$ (vid $\alpha = 90^\circ$). Brewstervinkeln ger oss infallsvinkeln och brytningsvinkeln:

$$i = \tan^{-1}(n) = \tan^{-1}(1,62) = 58,3136^\circ$$

$$b = 90^\circ - i = 31,6864^\circ$$

Fysika: Fc3 (Brewstervinkeln $\tan \theta_p = n_2/n_1$; vid Brewstervinkeln är reflekterad och bruten stråle vinkelräta)

Vi har då följande reflektions- och transmissionskoefficienter:

$$R_p = 0 \Rightarrow T_p = 1$$

$$R_s = \frac{\sin^2(i - b)}{\sin^2(i + b)} = 0,2009 \Rightarrow T_s = 1 - R_s = 0,7991$$

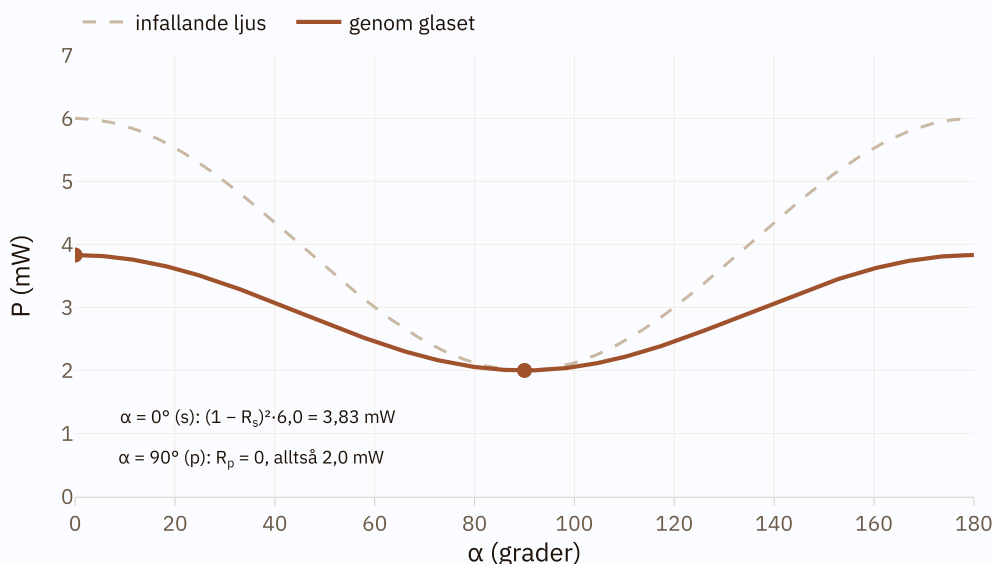
Fysika: Fc3 (Fresnels formler för reflekterat ljus, $R_{\parallel} = \tan^2(i - b)/\tan^2(i + b)$ och $R_{\perp} = \sin^2(i - b)/\sin^2(i + b)$)

Vid den andra ytan går ljuset från glas till luft med infallsvinkeln b och brytningsvinkeln i .
Formlerna ger samma R_s och R_p där, så för den transmitterade strålen gäller

$$P_{tp} = T_p^2 P_{ip} = 2,0 \text{ mW}$$

$$P_{ts} = T_s^2 P_{is} = 0,7991^2 \cdot 6,0 = 3,8 \text{ mW}$$

Då får vi följande mätresultat på transmissionssidan, $P(\alpha) = 3,8 \cos^2 \alpha + 2,0 \sin^2 \alpha$ i mW:



Fysika: Fc3 (Malus lag, $I = I_0 \cos^2 \theta$, för varje polarisationsdel)

Svar: en kurva av samma form, med $3,8 \text{ mW}$ vid $\alpha = 0^\circ$ och 180° och oförändrat $2,0 \text{ mW}$ vid $\alpha = 90^\circ$.

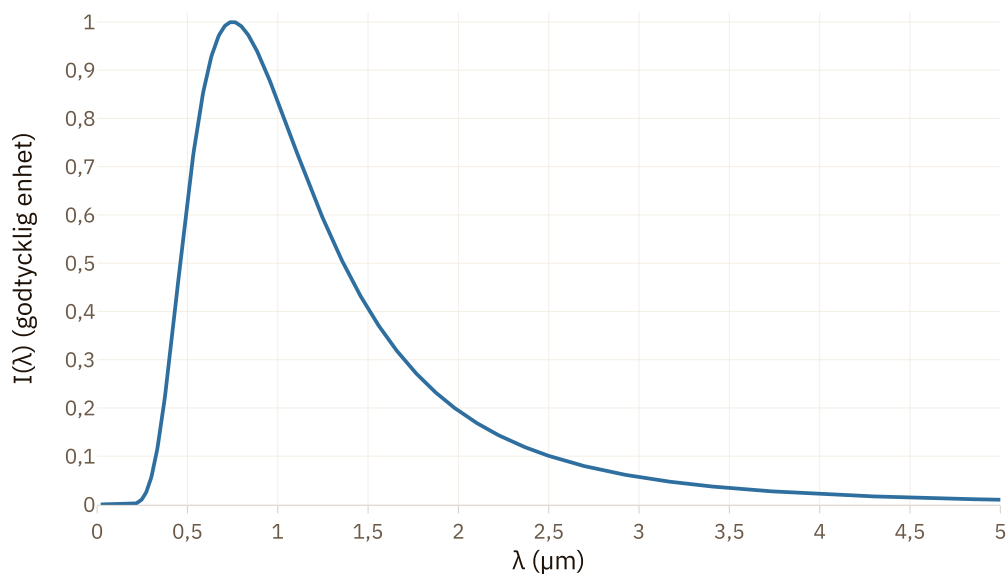
Varför är baksidan också en Brewstervinkel?

Från glaset sett gäller $\tan b = 1/n = n_{\text{luft}}/n_{\text{glas}}$, eftersom $b = 90^\circ - i$ och $\tan(90^\circ - i) = 1/\tan i$. Därför går p -ljuset igenom båda ytorna utan förlust, och varje passage genom en sådan skiva gör ljuset mer p -polariserat. En bunt glasskivor vid Brewstervinkeln fungerar som en polarisator.

Kontrollerat mot facit.

4. Stjärnan och satellitens solpaneler

Den spektrala emittansen från en stjärna ses i figuren nedan, stjärnan har en diameter på 3,0 Gm. En forskningssatellit ska placeras i omloppsbana runt stjärnan. Satelliten är utrustad med 24 m² solpaneler som har en verkningsgrad på 19 %. Om satelliten behöver producera 2,50 kW för att all utrustning ombord ska fungera, hur långt från stjärnan får satelliten maximalt befinna sig?



Totalpoäng: 3

Ledtråd 1

Svartkroppsstrålning: Wiens förskjutningslag ger temperaturen och Stefan-Boltzmanns lag den utstrålade effekten. Fysika: Fd^4 (Wien, Stefan-Boltzmann), Fc^2 (intensitet $I = P/(4\pi r^2)$) och Te (σ).

Ledtråd 2

Läs av våglängden där kurvan har sitt max; skalan på I -axeln spelar ingen roll. Kedjan: $T = b/\lambda_{\max}$, sedan $P = \sigma T^4 \cdot 4\pi r^2$ från hela stjärnytan, sedan $I = P/(4\pi d^2)$ vid satelliten och sist $P_{\text{el}} = IA\eta$.

Ledtråd 3

Diametern är 3,0 Gm, så radien är $r = 1,5$ Gm. 4π förkortas, så $I = \sigma T^4 (r/d)^2$, och d blir det enda okända.

Lösning

Samma uppgift som **augusti 2024** uppgift 4.

Vi kan avläsa vid vilken våglängd som stjärnan strålar som mest, $\lambda_{\max} = 0,75 \mu\text{m}$, och bestämma yttemperaturen med Wiens förskjutningslag:

$$\lambda_{\max} T = b \Rightarrow T = \frac{b}{\lambda_{\max}} = \frac{2,8978 \cdot 10^{-3}}{0,75 \cdot 10^{-6}} = 3864 \text{ K}$$

Fysika: Fd4 (Wiens förskjutningslag, $b = 2,8978 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$)

Den totalt utstrålade effekten från stjärnan ges då av

$$P_{\text{stjärna}} = \sigma T^4 \cdot 4\pi r^2$$

där r är stjärnans radie.

Fysika: Fd4 (Stefan-Boltzmanns lag, $I(T) = \sigma T^4$), $T_e(\sigma)$

Vid satelliten, på avståndet d från stjärnan, har den strålningen intensiteten

$$I = \frac{P_{\text{stjärna}}}{4\pi d^2} = \sigma T^4 \frac{r^2}{d^2}$$

Fysika: Fc2 (intensitet $I = P/(4\pi r^2)$)

Satelliten kan då producera effekten

$$P = IA\eta = \sigma T^4 \frac{r^2}{d^2} A\eta$$

Vi löser ut det sökta avståndet d :

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{\frac{\sigma T^4 r^2 A \eta}{P}} \\ &= \sqrt{\frac{5,670374 \cdot 10^{-8} \cdot 3864^4 \cdot (1,5 \cdot 10^9)^2 \cdot 24 \cdot 0,19}{2500}} \\ &= 228 \text{ Gm} \end{aligned}$$

Svar: $d \approx 2,3 \cdot 10^{11} \text{ m}$

Kontrollerat mot facit.

5. Comptonspridning: elektronens största vinkel

En foton med våglängden $0,150 \text{ nm}$ färdas längs x -axeln och träffar en stillastående elektron. Vilken är den största vinkeln som elektronens rörelseriktning kan ha relativt x -axeln efter stöten?

Totalpoäng: 3

Ledtråd 1

Comptonspridning med bevarad rörelsemängd. *Fysika: Fd3* (Comptonspridning, de Broglie $p = h/\lambda$) och T_e (elektronens comptonvåglängd $h/(m_e c)$).

Ledtråd 2

Kalla fotonens spridningsvinkel θ och elektronens vinkel β under x -axeln. Rörelsemängden före är h/λ längs x . Efter stöten delas den mellan fotonen, h/λ' i vinkeln θ , och elektronen. Ställ upp p_x och p_y för elektronen och bilda $\tan \beta = p_y/p_x$.

Ledtråd 3

Använd $1 - \cos \theta = 2 \sin^2(\theta/2)$ och $\sin \theta = 2 \sin(\theta/2) \cos(\theta/2)$. Fundera på vad som händer med β när fotonen nästan inte avböjs alls.

 Lösning

Vi räknar på Comptonspridning: fotonen sprids i vinkeln θ och elektronen far iväg i vinkeln β under x-axeln. Fotonens nya våglängd ges av

$$\lambda' = \lambda + \frac{h}{mc}(1 - \cos \theta)$$

Fysika: Fd3 (Comptonspridning)

Eftersom rörelsemängden ska bevaras får elektronen rörelsemängden

$$p_x = \frac{h}{\lambda} - \frac{h}{\lambda'} \cos \theta, \quad p_y = \frac{h}{\lambda'} \sin \theta$$

Fysika: Fd3 (fotonens rörelsemängd $p = h/\lambda$), Fb7a (rörelsemängden bevaras)

Vinkeln β ges då av

$$\tan \beta = \frac{p_y}{p_x} = \frac{\frac{h}{\lambda'} \sin \theta}{\frac{h}{\lambda} - \frac{h}{\lambda'} \cos \theta} = \frac{\sin \theta}{\frac{\lambda'}{\lambda} - \cos \theta}$$

Med $\lambda'/\lambda = 1 + \frac{h}{mc\lambda}(1 - \cos \theta) = 1 + \frac{hf}{mc^2}(1 - \cos \theta)$ blir nämnaren $(1 - \cos \theta)(1 + hf/(mc^2))$:

$$\tan \beta = \frac{\sin \theta}{(1 - \cos \theta)(1 + \frac{hf}{mc^2})} = \frac{2 \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2}}{2 \sin^2 \frac{\theta}{2} (1 + \frac{hf}{mc^2})}$$

Förkorta med $2 \sin(\theta/2)$:

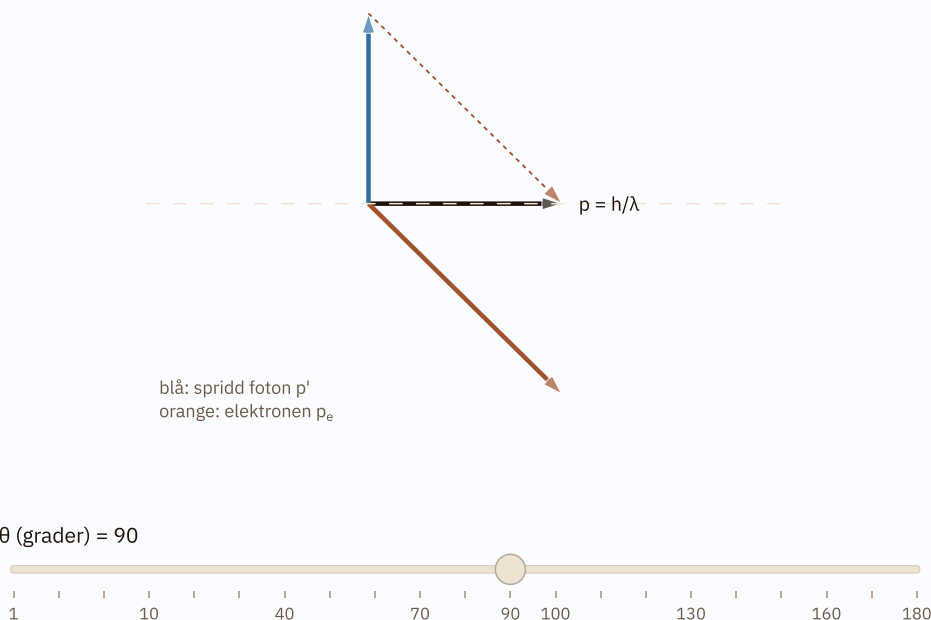
$$\tan \beta = \frac{\cot \frac{\theta}{2}}{1 + \frac{hf}{mc^2}} \Rightarrow \cot \beta = (1 + \frac{hf}{mc^2}) \tan \frac{\theta}{2}$$

Vilket innebär att $\beta \rightarrow 90^\circ$ då $\theta \rightarrow 0$.

Svar: vinkeln kan komma godtyckligt nära $\boxed{\beta \rightarrow 90^\circ}$, för fotoner som knappt avböjs; elektronen får då en mycket liten rörelsemängd rakt åt sidan.

Dra i reglaget för θ . Elektronens rörelsemängd $p_e = p - p'$ vrider sig mot lodrätt när θ blir liten, samtidigt som den krymper:

$$\theta = 90^\circ: \lambda' = 0,15243 \text{ nm}, |p_e| = 1,403 \cdot h/\lambda, \beta = 44,5^\circ$$



En annan tolkning, som facit också godkänner: när $\theta = 90^\circ$ får elektronen mest rörelsemängd i y-riktningen. Fotonens nya våglängd ges av

$$\lambda' = \lambda + \frac{h}{mc}(1 - \cos 90^\circ) = \lambda + \frac{h}{mc} = 0,15243 \text{ nm}$$

Fysika: Fd3 (Comptonspridning), Te (comptonvåglängden $h/(m_e c) = 2,426 \cdot 10^{-12} \text{ m}$)

Elektronens rörelsemängd efter stöten är då i x-led och y-led

$$p_x = \frac{h}{\lambda} = 4,41738 \cdot 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$p_y = -\frac{h}{\lambda'} = -4,34706 \cdot 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

och vinkeln β ges av

$$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{|p_y|}{|p_x|}\right) = 44,5^\circ$$

Svar med den tolkningen: $\beta = 44,5^\circ$

Kontrollerat mot facit. Facit godkänner båda tolkningarna, och svarsraden anger $44,5^\circ$. I facits ekvation (25) står hf/m^2 där det ska stå $hf/(mc^2)$.

6. Schrödingerekvationen: fri partikel och partikel i en låda

Schrödingerekvationen har följande utseende.

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi(x)}{dx^2} + U(x)\Psi(x) = E\Psi(x)$$

a) Lös Schrödingerekvationen för en fri partikel och visa att energin blir densamma som för en klassisk lösning. (1p)

b) Lös Schrödingerekvationen för en lådpotential med bredden L så att du får normaliserade vågfunktioner och tillhörande energinivåer. (2p)

Totalpoäng: 3

Ledtråd 1

Vågfunktion och Partikel i låda. Fysika: Fd3 (fri partikel i endimensionell låda, de Broglie-våglängden) och Fc1 ($k = 2\pi/\lambda$).

Ledtråd 2

En fri partikel har $U = 0$ överallt, så ekvationen blir $\Psi'' = -k^2\Psi$ med $k^2 = 2mE/\hbar^2$. Lösningarna är sinus och cosinus (eller $e^{\pm ikx}$). I lådan är $U = 0$ inuti och oändlig utanför, så Ψ måste vara noll vid väggarna.

Ledtråd 3

Koppla k till rörelsemängden med de Broglie: $p = h/\lambda = \hbar k$. I lådan ger $\Psi(0) = 0$ att cosinustermen försvinner och $\Psi(L) = 0$ att $kL = n\pi$. Normeringen $\int_0^L |\Psi|^2 dx = 1$ ger amplituden.

 Lösning

Läraren går igenom uppgiften på seminarium 6, och facit innehåller varken lösning eller svar, så lösningsgången nedan är egen.

a) För en fri partikel är $U(x) = 0$, och ekvationen blir

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} = -\frac{2mE}{\hbar^2}\Psi = -k^2\Psi, \quad k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$$

Den allmänna lösningen är en harmonisk våg:

$$\Psi(x) = A \sin kx + B \cos kx$$

(eller $Ce^{ikx} + De^{-ikx}$). Insättning visar att den uppfyller ekvationen för varje $E \geq 0$, med

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

Vågtalet hör ihop med våglängden, $k = 2\pi/\lambda$, och de Broglie-våglängden med rörelsemängden, $\lambda = h/p$. Alltså är $\hbar k = \frac{h}{2\pi} \cdot \frac{2\pi}{\lambda} = p$:

Fysika: Fc1 ($k = 2\pi/\lambda$), Fd3 (de Broglie-våglängden $\lambda = h/p$)

$$E = \frac{(\hbar k)^2}{2m} = \frac{p^2}{2m} = \frac{(mv)^2}{2m} = \frac{mv^2}{2}$$

Svar: $E = \frac{p^2}{2m} = \frac{mv^2}{2}$, precis den klassiska rörelseenergin för en fri partikel.

b) I lådan är $U = 0$ för $0 < x < L$ och $U = \infty$ utanför. Utanför måste $\Psi = 0$, och eftersom vågfunktionen är kontinuerlig gäller randvillkoren $\Psi(0) = \Psi(L) = 0$. Inuti är lösningen densamma som i a:

$$\Psi(x) = A \sin kx + B \cos kx$$

$\Psi(0) = B = 0$ tar bort cosinustermen, och $\Psi(L) = A \sin kL = 0$ kräver (med $A \neq 0$)

$$kL = n\pi \Rightarrow k_n = \frac{n\pi}{L}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

($n = 0$ ger $\Psi = 0$ överallt, ingen partikel.) Energienivåerna blir

$$E_n = \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m} = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$$

Normering: sannolikheten att hitta partikeln någonstans i lådan är 1:

$$\int_0^L A^2 \sin^2\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx = A^2 \frac{L}{2} = 1 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2}{L}}$$

Svar:

$$\boxed{\Psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right), \quad E_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2mL^2}}$$

Fysika: Fd3 (fri partikel i endimensionell låda med storlek a : samma E_n och ψ_n med $a = L$)

Facit ger varken lösning eller svar (uppgiften går igenom på seminarium 6); lösningsgången är egen och kontrollerad mot Fysika Fd3.

Se även

- [F0005T](#) — kurssidan med alla tentor
- [Harmonisk våg](#) · [Fas och faskonstant](#) · [Superposition av vågor](#) · [Fasordiagram](#) · [Vågor på komplex form](#)
- [Polarisation](#) · [Brewsters vinkel](#) · [Fresnels formler](#)
- [Svartkroppsstrålning](#) · [Wiens förskjutningslag](#) · [Stefan-Boltzmanns lag](#) · [Comptonspridning](#) · [Vågfunktion](#) · [Partikel i låda](#)