

F0005T-2023-05-25

19 okt. 2026, 16 min läsning

UTKAST

#tenta #fysik #vågrörelse #modern-fysik

Kurs: F0005T — Fysik 2 **Datum:** 2023-05-25 **Examinator:** Erik Olsson **Källa:** [originaltentamen](#) · [lärarens lösningar](#) **Hjälpmedel:** miniräknare och Fysika. 6 uppgifter, 18 poäng; betyg 3 vid 9 p, 4 vid 12,5 p och 5 vid 15,5 p.

Översikt

VÅG (uppgift 1–3):

- två ögonblicksbilder av en våg på en kopparsträng: vågens ekvation och tiden mellan bilderna (1), samma figur och sträng som [maj 2026](#) uppgift 1
- tre högtalare i rad: avståndet som ger minimum och ljudnivån där (2), samma uppgift som [augusti 2024](#) uppgift 3
- delvis polariserat ljus genom en polarisator och in i glas vid Brewstervinkeln (3), samma uppgift som [maj 2026](#) uppgift 3 (där uppdelad i a–d) och [augusti 2026](#) uppgift 3

MOF (uppgift 4–6):

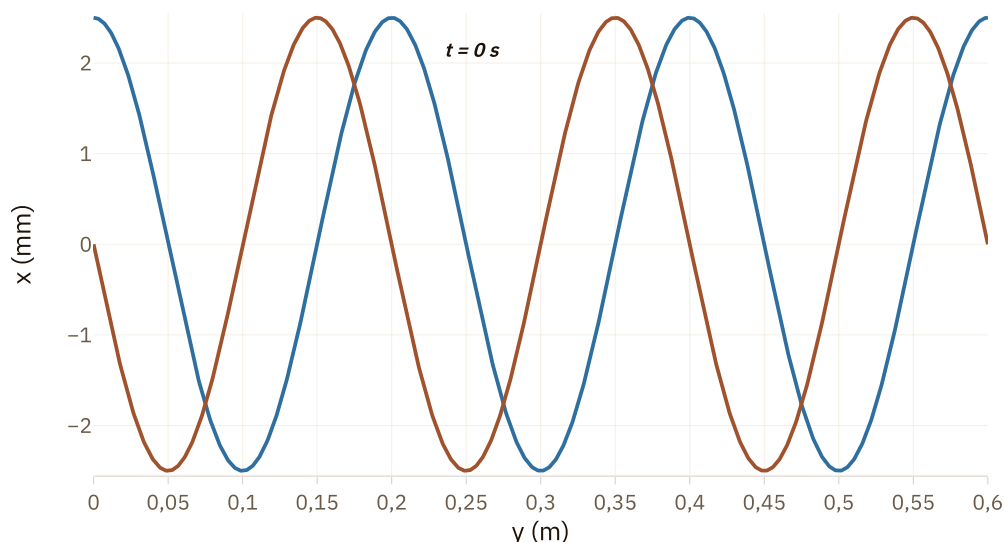
- Moseleys lag och röntgenstrålning från silver (4), samma uppgift som [december 2024](#) uppgift 6
- kristallstrukturer: koppars densitet och avståndet mellan natriumatomer (5)
- elektron i en tvådimensionell låda (6), samma uppgift som [augusti 2025](#) uppgift 6

Så använder du sidan

Försök själv först, med Fysika framme som på tentan. Ledtråd 1 säger vilken sorts uppgift det är och var den står i Fysika, ledtråd 2 (inuti ledtråd 1) ger modellen och ledtråd 3 (inuti ledtråd 2) nyckelsteget eller fällan. **Lösning** är lärarens lösning med förklaringar mellan stegen; varje formel och tabellvärde har sin Fysika-kod. Där läraren bara gett svaret (seminarieuppgifter) är lösningsgången egen och svaret kontrollerat mot lärarens. Figurerna är interaktiva: håll muspekaren över kurvorna för exakta värden, och dra i reglagen där sådana finns.

1. Våg på en kopparsträng: två ögonblicksbilder

I figuren nedan ses två ögonblicksbilder av en propagerande våg på en kopparsträng. Strängen har en diameter på 1,00 mm och den är uppspänd med en kraft på 6,31 N. Tiden mellan bilderna är mindre än vågens halva periodtid.



a) Ange vågens ekvation med en sin-funktion och numeriska värden på alla ingående konstanter. (2p)

b) Hur lång tid har förflutit mellan bilderna? (1p)

Totalpoäng: 3

Ledtråd 1

Harmonisk våg och Våghastighet på en sträng. Fysika: Fc1 (propagerande harmonisk våg, $k = 2\pi/\lambda$, $\omega = 2\pi f$, $v = f\lambda$), Fc2a (transversella vågor i sträng) och T g1 (koppars densitet).

Ledtråd 2

Amplitud och våglängd läses av i figuren. Farten kommer inte ur figuren utan ur strängen: $v = \sqrt{F/\rho_l}$, där längddensiteten är $\rho_l = \rho\pi r^2$. Sedan ger $v = f\lambda$ vinkelfrekvensen.

Ledtråd 3

Observera axlarna: utslaget heter x och läget längs strängen y . Mindre än en halv period betyder att vågen har flyttat sig mindre än $\lambda/2$; jämför topparna och se vilket håll det blir. Faskonstanten får du ur toppen vid $y = 0$, $t = 0$.

 Lösning

Samma figur och sträng som **maj 2026** uppgift 1, där frågorna är andra.

a) Den blå kurvan är bilden vid $t = 0$. Den andra bilden har sina toppar vid $y = 0,15, 0,35$ och $0,55$ m, och den blå vid $0, 0,20$ och $0,40$ m. Förskjutningen är alltså antingen $0,05$ m åt $-y$ eller $0,15$ m åt $+y$. Eftersom tiden mellan bilderna är mindre än en halv periodtid måste vågen ha propagerat en sträcka som är kortare än en halv våglängd, alltså i **negativ y -riktning**. Vågen ges då av

$$x = a \sin(ky + \omega t + \alpha)$$

Fysika: Fc1 (propagerande harmonisk våg; plustecknet ger utbredning åt $-y$)

Amplituden läser vi av i figuren till $a = 2,5$ mm och våglängden till $\lambda = 0,20$ m. Då kan vi beräkna vågtalet:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 10\pi = 31,41 \text{ rad/m}$$

Fysika: Fc1 ($k = 2\pi/\lambda$)

Vågens hastighet ges av strängens spännkraft och längddensitet, $\rho_l = \rho \pi r^2$, där densiteten för koppar är $\rho = 8920 \text{ kg/m}^3$:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho_l}} = \sqrt{\frac{F}{\rho \pi r^2}} = \sqrt{\frac{6,31}{8920 \cdot \pi \cdot (0,5 \cdot 10^{-3})^2}} = 30,0115 \text{ m/s}$$

Fysika: Fc2a (transversella vågor i sträng, $v = \sqrt{F/\rho_l}$), T g1 (Cu: densitet $8,92 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$)

Då kan vi beräkna vinkelfrekvensen:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \frac{v}{\lambda} = 942,838 \text{ rad/s}$$

Fysika: Fc1 ($\omega = 2\pi f$, $v = f\lambda$)

Vågen har ett max då både $y = 0$ och $t = 0$, så $\sin \alpha = 1$ och faskonstanten är $\alpha = \pi/2$. Vågens ekvation blir, med $k = 31,4 \text{ rad/m}$ och $\omega = 943 \text{ rad/s}$ (y i meter, t i sekunder),

$$x = 2,5 \text{ mm} \cdot \sin(31,4y + 943t + \frac{\pi}{2})$$

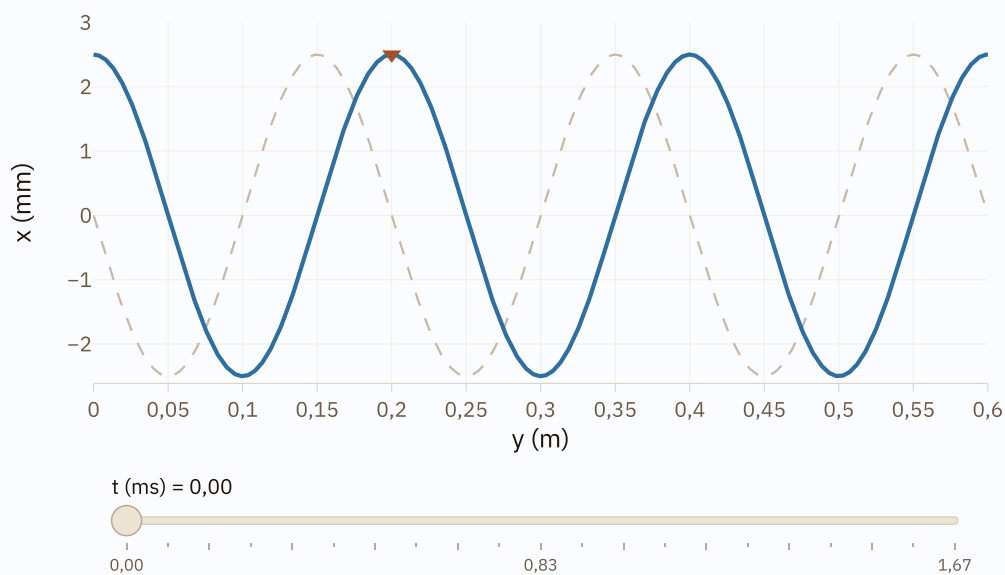
Svar: $x = 2,5 \text{ mm} \cdot \sin(31,4y + 943t + \pi/2)$ med y i meter och t i sekunder.

b) Vågen har färdats sträckan $s = 0,05 \text{ m}$ mellan bilderna, vilket innebär att det tog tiden

$$\Delta t = \frac{s}{v} = \frac{0,05}{30,0115} = 1,666 \text{ ms}$$

Svar: $\Delta t \approx 1,67 \text{ ms}$ (en kvarts period, $T = 6,66 \text{ ms}$).

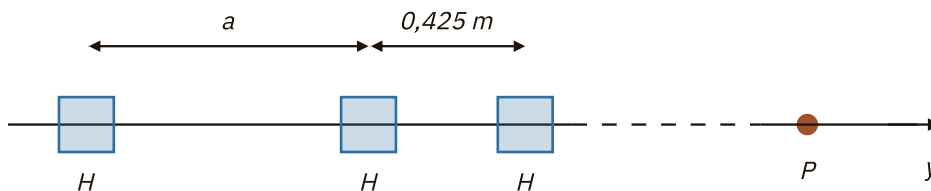
Dra i reglaget: toppen vid $y = 0,20 \text{ m}$ vandrar åt vänster och når $0,15 \text{ m}$ efter $1,67 \text{ ms}$, där den blå kurvan ligger på den andra bilden.



Kontrollerat mot facit.

2. Tre högtalare och minimal ljudintensitet

Tre högtalare är kopplade till samma tongenerator och sänder ut ljud med frekvensen 200 Hz. De är placerade längs y -axeln enligt figuren. Ljudet detekteras i en punkt P på y -axeln långt borta och ljudintensiteten från varje högtalare för sig är $20,0 \text{ mW/m}^2$ i den punkten. Ljudhastigheten är 340 m/s.



- a) Beräkna det kortaste avståndet a som ger minimal ljudintensitet i punkten P . (1,5p)
- b) Vilken blir den resulterande ljudintensitetsnivå i P utifrån avståndet beräknat i uppgift a? (1,5p)

Totalpoäng: 3

Ledtråd 1

Superposition av vågor med visare, och Ljudintensitet och ljudnivå. Fysika: Fc1 ($k = 2\pi/\lambda$), Fc1a (superposition) och Fc2 (intensitet $I \propto a^2$, ljudintensitetsnivå).

Ledtråd 2

Alla tre vågorna har samma amplitud i P . Den som startar längre bort ligger efter i fas med k gånger extrasträckan. Rita tre lika långa visare och addera dem; intensiteten är proportionell mot summans längd i kvadrat.

Ledtråd 3

$\lambda = 1,70 \text{ m}$, så $0,425 \text{ m}$ är en kvarts våglängd: de två närmaste visarna står vinkelrätt och ger summan $\sqrt{2}$. Den tredje visaren har bara längden 1, så den kan inte släcka ut allt; minimum är när den pekar rakt mot summan av de två andra.

 Lösning

Läraren går igenom uppgiften på seminarium 2 och ger bara svaren i facit, så lösningsgången nedan är egen.

Samma uppgift som **augusti 2024** uppgift 3.

a) Våglängden och vågtalet är

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{200} = 1,70 \text{ m}, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Fysika: Fc1 ($v = f\lambda$, $k = 2\pi/\lambda$)

Numrera högtalarna 1, 2, 3 från vänster. Punkten P ligger långt bort på samma linje, så vågen från högtalare 2 går 0,425 m längre än vågen från högtalare 3, och vågen från högtalare 1 går $a + 0,425$ m längre. Med vågen från 3 som referens ligger de andra efter i fas med

$$\Delta\varphi_2 = k \cdot 0,425 = \frac{2\pi \cdot 0,425}{1,70} = \frac{\pi}{2}$$

$$\Delta\varphi_1 = \frac{\pi}{2} + ka$$

Alla tre har samma amplitud A i P , eftersom intensiteterna var för sig är lika. Visarna för 3 och 2 står vinkelrätt mot varandra, så deras summa har längden $\sqrt{2}A$ och ligger 45° efter visare 3:

Fysika: Fc1a (superposition: $a^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos \Delta\varphi$ med $\Delta\varphi = 90^\circ$)

Intensiteten blir minst när visare 1 pekar rakt mot den summan, alltså ligger 180° från den: $\pi/4 + \pi = 5\pi/4$ efter visare 3.

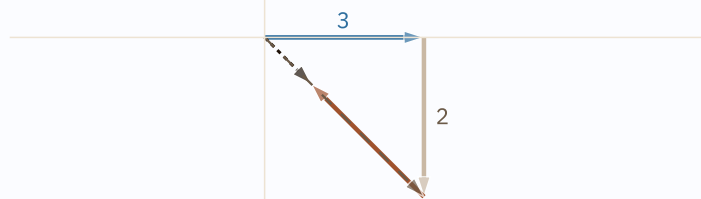
$$\frac{\pi}{2} + ka = \frac{5\pi}{4} \Rightarrow ka = \frac{3\pi}{4}$$

$$\Rightarrow a = \frac{3\lambda}{8} = \frac{3 \cdot 1,70}{8} = 0,6375 \text{ m}$$

Svar: $a \approx 0,638 \text{ m}$ (eller 0,638 m plus ett helt antal våglängder).

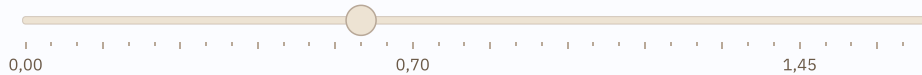
Dra i reglaget för a och se hur visare 1 vrider sig. Intensiteten och ljudnivån i P står nederst:

Varje visare har längden 1 (20,0 mW/m² var för sig). Minimum när 1 pekar mot 2 + 3.



$$I_p = |\text{summa}|^2 \cdot 20,0 \text{ mW/m}^2 = 3,43 \text{ mW/m}^2, L = 95,4 \text{ dB}$$

a (m) = 0,6375



b) Vid minimum är den resulterande amplituden $(\sqrt{2} - 1)A$. Intensiteten är proportionell mot amplituden i kvadrat:

$$I = (\sqrt{2} - 1)^2 \cdot 20,0 \text{ mW/m}^2 = 0,1716 \cdot 20,0 = 3,43 \text{ mW/m}^2$$

Fysika: Fc2 (intensitet $I = \frac{1}{2}\rho v \omega^2 a^2$, alltså $I \propto a^2$)

Ljudintensitetsnivån blir

$$L_I = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \frac{3,43 \cdot 10^{-3}}{1,0 \cdot 10^{-12}} = 95,35 \text{ dB}$$

Fysika: Fc2 (ljudintensitetsnivå, $I_0 = 1,0 \cdot 10^{-12} \text{ W/m}^2$)

Svar: $L_I \approx 95,4 \text{ dB}$

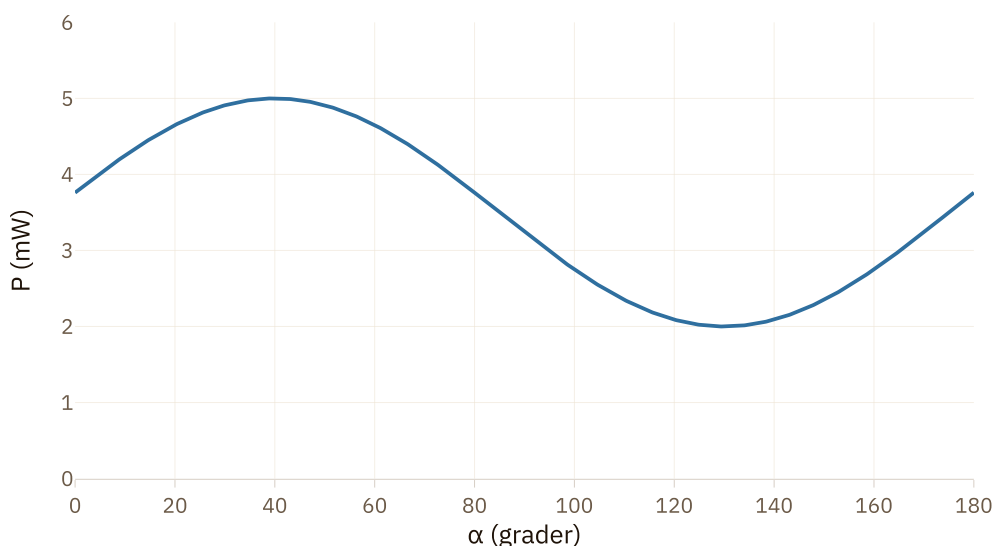
Varför blir det inte tyst?

Tre lika långa visare kan bara ta ut varandra helt om de bildar en liksidig triangel, med 120° mellan varje. Här är vinkeln mellan visare 3 och 2 låst till 90° av avståndet $0,425\text{ m}$, så bara visare 1 kan vridas. Bästa resultatet är att dra bort 1 från $\sqrt{2}$.

Svaret kontrollerat mot facit; lösningsgången är egen.

3. Delvis polariserat ljus och Brewstervinkeln

Delvis polariserat ljus analyseras med en polarisator. Effekten hos ljuset som passerat polarisatorn ses i figuren. Vinkeln α är polarisatorns genomsläppsriktning relativt horisonten.



- Bestäm det opolariserade ljusets effekt, det polariserade ljusets effekt samt det polariserade ljusets polarisationsriktning relativt horisonten. (1,5p)
- Polarisatorn ställs in så att genomsläppsriktningen är 85 grader. Ljuset som passerar polarisatorn får sedan träffa en glasyta som är orienterad på så sätt att ljuset träffar glasytan vid Brewstervinkeln med sin polarisation vinkelrät mot infallsplanet. Glaset har ett brytningsindex på 1,52. Beräkna effekten hos ljuset som går in i glaset. (1,5p)

Totalpoäng: 3

Ledtråd 1

Polarisation med Malus lag, och Brewsters vinkel med Fresnels formler. Allt står i Fysika: Fc3.

Ledtråd 2

En polarisator släpper igenom hälften av det opolariserade ljuset oavsett vinkel, och $P_p \cos^2(\alpha - \alpha_p)$ av det polariserade (Malus). Kurvan är alltså $P(\alpha) = P_o/2 + P_p \cos^2(\alpha - \alpha_p)$. För b: vid Brewstervinkeln är $i + b = 90^\circ$, och för ljus polariserat vinkelrätt mot infallsplanet gäller $R_\perp = \sin^2(i - b)/\sin^2(i + b)$.

Ledtråd 3

Minimum ger $P_o/2$ direkt (där släpps inget polariserat ljus igenom), och avståndet mellan max och min är P_p . Fällan i b: vid Brewstervinkeln reflekteras inget av det **parallellpolariserade** ljuset, men här är ljuset polariserat **vinkelrätt**, så en del reflekteras ändå.

Lösning

Läraren går igenom uppgiften på seminarium 3 och ger bara svaren i facit, så lösningsgången nedan är egen.

Samma uppgift som **augusti 2026** uppgift 3 och **maj 2026** uppgift 3.

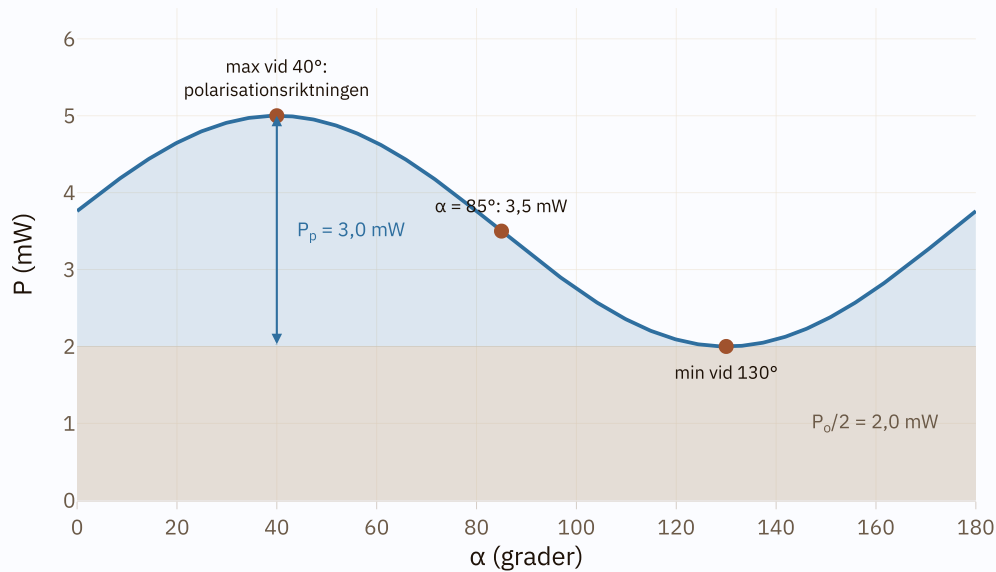
a) Efter polarisatorn är effekten

$$P(\alpha) = \frac{P_o}{2} + P_p \cos^2(\alpha - \alpha_p)$$

Fysika: Fc3 (Malus lag, $I = I_0 \cos^2 \theta$)

Ur figuren: maximum 5,0 mW vid 40° och minimum 2,0 mW vid 130° .

- Polarisationsriktningen är där kurvan har sitt max: $\alpha_p = 40^\circ$.
- Vid 130° (vinkelrätt mot α_p) släpps bara hälften av det opolariserade ljuset igenom: $P_o/2 = 2,0 \text{ mW}$, så $P_o = 4,0 \text{ mW}$.
- Vid 40° släpps dessutom allt polariserat ljus igenom: $P_p = 5,0 - 2,0 = 3,0 \text{ mW}$.



Svar: $P_o = 4,0 \text{ mW}$, $P_p = 3,0 \text{ mW}$ och polarisationsriktningen 40° mot horisonten.

b) Vid 85° är vinkeln mot polarisationsriktningen 45° :

$$P = \frac{P_o}{2} + P_p \cos^2 45^\circ = 2,0 + 3,0 \cdot \frac{1}{2} = 3,5 \text{ mW}$$

Fysika: Fc3 (Malus lag)

Ljuset efter polarisatorn är helt linjärpolariserat och träffar glaset vinkelrätt mot infallsplanet vid Brewstervinkeln:

$$\tan \theta_p = \frac{n_2}{n_1} = 1,52 \Rightarrow \theta_p = 56,66^\circ$$

Fysika: Fc3 (Brewstervinkeln)

Vid Brewstervinkeln är reflekterad och bruten stråle vinkelräta, så brytningsvinkeln är $b = 90^\circ - 56,66^\circ = 33,34^\circ$. Reflektansen för vinkelrät polarisation:

$$R_\perp = \frac{\sin^2(i - b)}{\sin^2(i + b)} = \frac{\sin^2(23,32^\circ)}{\sin^2(90^\circ)} = 0,157$$

Fysika: Fc3 (Fresnels formler för reflekterat ljus)

Det som inte reflekteras går in i glaset:

$$P_{\text{in}} = (1 - R_{\perp}) \cdot 3,5 \text{ mW} = 0,843 \cdot 3,5 = 2,95 \text{ mW}$$

Svar: $P_{\text{in}} \approx 3,0 \text{ mW}$ (2,95 mW)

 Varför reflekteras något alls vid Brewstervinkeln?

Brewstervinkeln gör $R_{\parallel} = \tan^2(i - b) / \tan^2(i + b)$ till noll, eftersom $\tan(i + b) = \tan 90^\circ$ är oändlig. För $R_{\perp}$ står $\sin$ i nämnaren, och $\sin 90^\circ = 1$, så $R_{\perp}$ blir inte noll. Det är därför reflexer från glas vid den vinkeln är helt vinkelrätt polariserade.

Svaret kontrollerat mot facit; lösningsgången är egen.

4. Moseleys lag och röntgenstrålning från silver

- I Moseleys lag ingår termen $(Z - 1)$. Förklara varför. (1p)
- Om man vill undersöka förekomsten av silver i ett prov genom att granska röntgenspektrat som uppstår då provet bombarderas med elektroner, vilken är den längsta de Broglie-våglängd som elektronerna bör ha? (1,5p)
- Om provet bombarderas med elektroner som har den de Broglie-våglängd du beräknade i uppgift (b), vilken är den kortaste våglängd som den resulterande röntgenstrålningen kan ha? (0,5p)

Totalpoäng: 3

 Ledtråd 1

Moseleys lag och Röntgenstrålning, De Broglie-våglängd och Bromsstrålning. Fysika: Fd3 (Moseleys lag, de Broglie-våglängden, gränsvåglängd för kontinuerlig röntgenstrålning) och Tk1 (bindningsenergi för silver).

Ledtråd 2

Moseleys lag gäller K_α -linjen, övergången $L \rightarrow K$. Tänk på vad elektronen i L -skalet "ser" när det finns ett hål i K -skalet. För b: de karakteristiska linjerna kräver att en K -elektron slås ut.

Ledtråd 3

Minst energi betyder **längst** de Broglie-våglängd, så elektronerna ska ha precis K -skalets bindningsenergi. I c går hela den rörelseenergin till en enda foton: $\lambda_{\min} = hc/(eU)$ med $eU = K$.

Lösning

Läraren går igenom uppgiften på seminarium 6 och ger bara svaren i facit (inget för a), så lösningsgången nedan är egen.

Samma uppgift som **december 2024** uppgift 6.

a) K_α -strålning uppstår när en elektron slagits ut ur K -skalet och en elektron från L -skalet faller ner i hålet. Före övergången finns en elektron kvar i K -skalet. Den ligger mellan kärnan och L -elektronen och skärmar av en av kärnans Z laddningar, så L -elektronen ser i stort sett laddningen $(Z - 1)e$. Övergången blir då som i ett väteliknande system med kärnladdningen $(Z - 1)e$, vilket ger $(Z - 1)^2$ i Moseleys lag.

$$\lambda^{-1} = a(Z - 1)^2, \quad a = 8,23 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1}$$

Fysika: Fd3 (Moseleys lag; energinivåer för väteliknande system $E_n = -E_H Z^2/n^2$ med Z utbytt mot $Z - 1$)

b) Bindningsenergin för en elektron i K -skalet i silver är

$$E_K = 25\,514 \text{ eV}$$

Fysika: T k1 (Ag: $K = 25\,514 \text{ eV}$)

Elektronerna måste ha minst den rörelseenergin för att kunna slå ut en K -elektron. Den längsta de Broglie-våglängden hör till den minsta rörelseenergin:

$$\begin{aligned}\lambda_{\max} &= \frac{h}{\sqrt{2m_e E_K}} \\ &= \frac{6,62607 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9,10938 \cdot 10^{-31} \cdot 25\,514 \cdot 1,602177 \cdot 10^{-19}}} \\ &= 7,678 \cdot 10^{-12} \text{ m}\end{aligned}$$

Fysika: Fd3 (de Broglie-våglängden $\lambda = h/\sqrt{2mK}$), Te (h , m_e , e)

Svar: $\lambda_{\max} \approx 7,68 \text{ pm}$

c) Den kortaste våglängden i röntgenspektrat uppstår när en elektron ger hela sin rörelseenergi $K = eU = 25\,514 \text{ eV}$ till en enda foton:

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eU} = \frac{1,239842 \cdot 10^{-6} \text{ eV} \cdot \text{m}}{25\,514 \text{ eV}} = 4,8595 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

Fysika: Fd3 (gränsvåglängd för kontinuerlig röntgenstrålning), Te (hc i $\text{eV} \cdot \text{m}$)

Svar: $\lambda_{\min} \approx 48,6 \text{ pm}$

i Ligger K_{α} -linjen innanför spektrat?

Silvers $K_{\alpha 1}$ -linje ligger vid 55,98 pm (Fysika: T k1), alltså längre än $\lambda_{\min} = 48,6 \text{ pm}$. Linjen syns i spektrat, ovanpå bromsstrålningen.

Svaret kontrollerat mot facit; lösningsgången är egen.

5. Kristallstrukturer: koppar och natrium

a) Beräkna densiteten för koppar utifrån kännedom om atommassan och kristallstrukturen. (1,5p)

b) Beräkna det kortaste avståndet mellan atomkärnorna i natrium. (1,5p)

Totalpoäng: 3

Ledtråd 1

Kristallgitter: kubiska enhetsceller (FCC och BCC). Kristallstruktur, gitterkonstant och atomvikt står i *Fysika: T k3*, atommassenheten i *Te*.

Ledtråd 2

Densiteten är massan i en enhetscell delad med cellens volym a^3 . Räkna hur många atomer en FCC-cell innehåller: hörnatomer delas av 8 celler, ytatomer av 2.

Ledtråd 3

I BCC nuddar atomerna varandra längs **rymddiagonalen**, inte längs kanten. Rymddiagonalen är $\sqrt{3}a$ och rymmer $4r$: en hel mittatom och två halva hörnatomer.

Lösning

a) Koppar har FCC-struktur och gitterkonstanten $a = 3,61 \text{ Å}$. Atommassan är 63,546 u:

*Fysika: T k3 (Cu: FCC, $a = 3,61 \text{ Å}$, atomvikt 63,546 u), *Te* (1 u = $1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$)*

En FCC-cell innehåller $8 \cdot \frac{1}{8} + 6 \cdot \frac{1}{2} = 4$ atomer (hörnen och ytornas mittpunkter). Då får vi densiteten enligt

$$\rho = \frac{4m}{a^3} = \frac{4 \cdot 63,546 \cdot 1,66054 \cdot 10^{-27}}{(3,61 \cdot 10^{-10})^3} = 8972 \text{ kg/m}^3$$

Svar: $\rho \approx 8,97 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$

Tabellvärdet är $8,92 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ (*Fysika: T g1*), så modellen stämmer på en halv procent när.

b) Natrium har BCC-struktur och gitterkonstanten $a = 4,23 \text{ Å}$:

Fysika: T k3 (Na: BCC, $a = 4,23 \text{ Å}$)

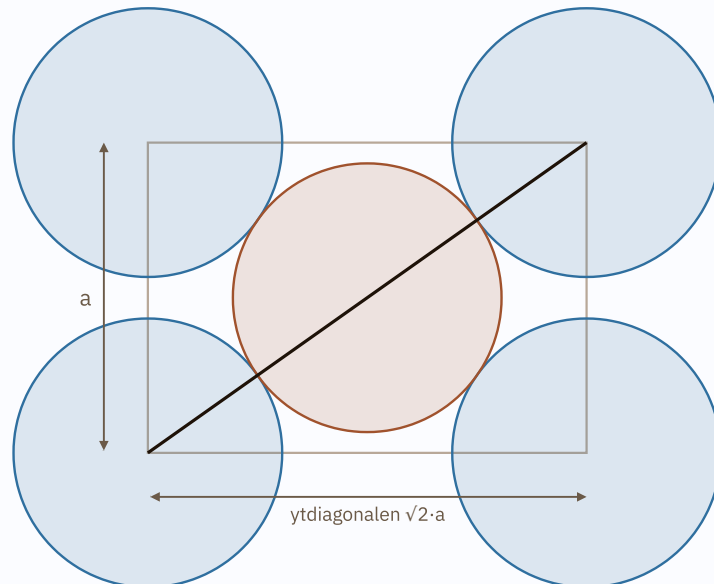
I BCC nuddar mittatomen hörnatomerna längs rymddiagonalen. Rymddiagonalen har längden $\sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = \sqrt{3}a$ och rymmer fyra atomradier, vilket ger sambandet mellan atomradien och gitterkonstanten:

$$3a^2 = 16r^2 \Rightarrow 2r = \sqrt{\frac{3}{4}} a$$

$$= \sqrt{\frac{3}{4}} \cdot 4,23 \cdot 10^{-10} = 3,66 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

Det kortaste avståndet mellan två atomkärnor är avståndet mellan två atomer som nuddar varandra, $2r$.

rymddiagonalen $\sqrt{3} \cdot a = 4r$: hörnatom, mittatom och hörnatom nuddar varandra



Svar: $2r \approx 3,66 \text{ \AA}$

Kontrollerat mot facit.

6. Elektron i en tvådimensionell låda

Den tvådimensionella Schrödingerekvationen har följande utseende

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2 \psi(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi(x,y)}{\partial y^2} \right) + U(x,y)\psi(x,y) = E\psi(x,y)$$

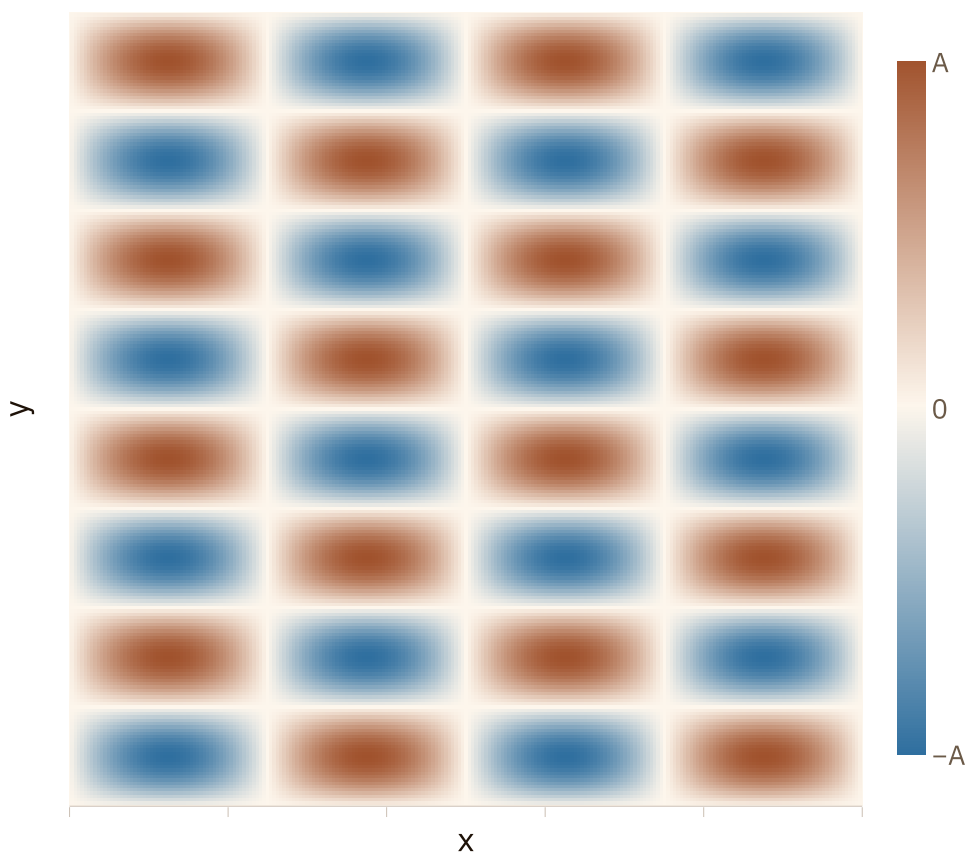
och lösningen för en elektron i en kvadratisk lådpotential med sidlängden L ges av

$$\psi(x,y) = A \sin\left(\frac{n_x \pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{n_y \pi y}{L}\right).$$

a) Bestäm energinivåerna. (0,5p)

b) Beskriv hur A kan bestämmas och förklara varför A bestäms på det sättet. (1p)

c) Vågfunktionen för elektronen ges av figuren nedan. Om $L = 10,0 \text{ nm}$, vilken våglängd har fotonen som emitteras då elektronen återgår till grundtillståndet? (1,5p)



Totalpoäng: 3

Ledtråd 1

Partikel i tvådimensionell låda och Vågfunktion (normering). Fysika: Fd3 (fri partikel i endimensionell låda, fotonenergi) och Te ($\hbar$, m_e , c).

Ledtråd 2

Inuti lådan är $U = 0$. Andraderivatan av $\sin(n\pi x/L)$ är $-(n\pi/L)^2$ gånger sig själv, så insättning ger E direkt. För b: $|\psi|^2 dx dy$ är en sannolikhet.

Ledtråd 3

Räkna halvperioder i figuren: varje färgad fläck är en halv våglängd. Antalet fläckar längs x är n_x , längs y är n_y . Grundtillståndet är $n_x = n_y = 1$, inte 0.

Lösning

Samma uppgift som **augusti 2025** uppgift 6.

a) Insättning av lösningen i Schrödingerekvationen med $U = 0$ inuti lådan: varje andraderivata ger en faktor $-(n\pi/L)^2$, och då blir

$$E_{n_x n_y} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} (n_x^2 + n_y^2)$$

Fysika: Fd3 (fri partikel i endimensionell låda, $E_n = n^2 \pi^2 \hbar^2 / (2ma^2)$); i två dimensioner adderas bidragen från x och y)

Svar:
$$E_{n_x n_y} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} (n_x^2 + n_y^2)$$

b) Sannolikheten att finna elektronen i ett område $dx dy$ i närheten av punkten (x, y) ges av

$$|\psi(x, y)|^2 dx dy$$

Integralen av det uttrycket över hela lådan måste då vara lika med 1, eftersom vi vet att elektronen befinner sig i lådan:

$$\int_0^L \int_0^L A^2 \sin^2\left(\frac{n_x \pi x}{L}\right) \sin^2\left(\frac{n_y \pi y}{L}\right) dx dy = 1$$

Lösningen av ekvationen ger ett värde på A . En vågfunktion som uppfyller integralen ovan sägs vara normerad. Varje $\sin^2$ -integral blir $L/2$, så $A^2(L/2)^2 = 1$ och $A = 2/L$.

c) Enligt figuren är $n_x = 4$ (fyra halvperioder längs x) och $n_y = 8$ (åtta längs y). Vid en återgång till grundtillståndet $n_x = n_y = 1$ gäller

$$\frac{hc}{\lambda} = \Delta E = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} (4^2 + 8^2 - 1^2 - 1^2)$$

Fysika: Fd3 (fotonenergi $E = hc/\lambda$)

$$\lambda = \frac{2hcmL^2}{78\hbar^2\pi^2} = 4,22716 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Fysika: Te ($h, \hbar, c, m_e$)

Svar: $\lambda \approx 4,23 \mu\text{m}$

Kontrollerat mot facit.

Se även

- F0005T — kurssidan med alla tentor
- Harmonisk våg · Våghastighet på en sträng · Superposition av vågor · Fasordigram · Ljudintensitet och ljudnivå
- Polarisation · Malus lag · Brewsters vinkel · Fresnels formler
- Moseleys lag · Röntgenstrålning · Bromsstrålning · De Broglie-våglängd · Kristallgitter · Partikel i tvådimensionell låda · Vågfunktion