

F0006T

Fysik 3

Kurskompendium från Pelles Moln · 20 noter · 2026-10-19
pellesmoln.org/kurser/F0006T

Innehåll

Fysik 1-repetition

Kinematik	3
Newtons lagar	9
Arbete och kinetisk energi	15

Modern fysik

Relativitetsteori	22
Kärnfysik	24
Scintillationsräknare	26
Inre konversion	28

Rotationsmekanik

Masscentrum	29
Rotation	30
Rotationsmekanik	34
Masströghetsmoment	38
Momentekvationen	52
Allmän rörelse	57
Rörelsemängdsmoment	61
Svängning	65

Övrig mekanik

Polära koordinater	68
Icke-konstant acceleration	80
Gravitation	82
Momentancentrum	84

Examination

F0006T Labb 1 – Radioaktivitet	86
--------------------------------------	----

Kinematik

19 okt. 2026, 4 min läsning

UTKAST

#mekanik #kinematik

Kapitel: 2.1–2.6 · Kurs: F0004T Förkunskaper: Integraler

1. Grundläggande begrepp

1.1 Definition

Definition: Kinematik

Kinematik är läran om hur saker rör sig — utan att ta hänsyn till *varför* de rör sig. Man studerar position, hastighet och acceleration, men ignorerar krafter.

1.2 Fart kontra hastighet

En av de viktigaste distinktionerna i mekanik:

Storhet	Typ	Beskrivning
Fart	Skalär	Alltid positiv, $\ v\ $
Hastighet	Vektor	Kan vara negativ, har riktning
Acceleration	Vektor	Hastighetsförändring per tid

Intuition: Fart vs hastighet

En bil som kör i en cirkel med konstant fart 50 km/h ändrar ändå hela tiden sin *hastighet*, eftersom riktningen ändras. Farten är storleken av hastighetsvektorn.

1.3 De grundläggande sambanden

Hastighet är derivatan av position, och acceleration är derivatan av hastighet:

$$v = \frac{dx}{dt}, \quad a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

Integrering ger den omvända riktningen:

- Integrera $a(t) \rightarrow$ hastighetsändring
- Integrera $v(t) \rightarrow$ förflyttning

2. När ökar och minskar farten?

2.1 Teckensregeln

v_x och a_x	Resultat	Fysikalisk tolkning
Lika tecken	Farten ökar	Accelerationen förstärker rörelsen
Olika tecken	Farten minskar	Accelerationen motverkar rörelsen

☰ Exempel: Teckentolkning

- $v_x > 0$ och $a_x > 0$: Rör sig framåt och gasar — farten ökar.
- $v_x > 0$ och $a_x < 0$: Rör sig framåt men bromsar — farten minskar.
- $v_x < 0$ och $a_x < 0$: Backar och “gasar bakåt” — farten ökar (backar snabbare).
- $v_x < 0$ och $a_x > 0$: Backar men bromsas — farten minskar.

3. Formler vid konstant acceleration

3.1 De tre rörelseekvationerna

Dessa tre samband gäller *enbart vid konstant acceleration*. Motivera alltid att accelerationen är konstant innan du använder dem.

$$v = v_0 + at$$

$$x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

Den tredje formeln är "tidlös" – den kopplar samman hastigheter och sträcka utan att tidpunkten t behöver vara känd.

Välja rätt formel

Lista vad du vet och vad du söker:

- Vet du t ? → Använd formel 1 eller 2.
- Saknar du t ? → Använd formel 3.
- Saknar du a ? → Kombinera formlerna.

Vanligt misstag: Villkoren glöms bort

Dessa formler gäller **bara vid konstant acceleration**. Elfgren betonar: "Gör till vana att alltid motivera val av formel." Om en formel hämtas från formelsamlingen (Fysika FB2), ange det.

Exempel: Bromsande bil

En bil kör med $v_0 = 30 \text{ m/s}$ och bromsar med $a = -6,0 \text{ m/s}^2$.

Hur lång bromssträcka behövs för att stanna?

Sökt: x då $v = 0$.

Välj formel 3 (tidlös):

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

$$0 = (30)^2 + 2(-6,0)(x)$$

$$x = \frac{900}{12} = 75 \text{ m}$$

4. Grafiska samband

4.1 Att läsa av grafer

Från → Till	Operation	Grafisk tolkning
$x-t \rightarrow v-t$	Derivera	Lutningen på $x-t$ -kurvan = hastigheten
$v-t \rightarrow a-t$	Derivera	Lutningen på $v-t$ -kurvan = accelerationen
$a-t \rightarrow v-t$	Integrera	Arean under $a-t$ -kurvan = hastighetsändring
$v-t \rightarrow x-t$	Integrera	Arean under $v-t$ -kurvan = förflyttning

4.2 Igenkänning av grafter

Graf	Form	Vad det innebär
$x-t$	Horisontell linje	Stillastående ($v = 0$)
$v-t$	Horisontell linje	Konstant hastighet ($a = 0$)
$v-t$	Rät linje	Konstant acceleration
$x-t$	Parabel	Konstant acceleration

Intuition: Arean som förflyttning

Arean under en $v-t$ -graf har enheten $\text{m/s} \times \text{s} = \text{m}$, vilket är en sträcka. Det är inte en tillfällighet — det följer direkt ur att förflyttning är integralen av hastighet.

Läsning

- [Chapter 2 Motion Along a Straight Line](#)
- [Chapter 3 Motion in Two or Three Dimensions](#)

Se även

- [Vektorer och rörelse](#) — kinematik i 2D och 3D
- [Cirkelrörelse](#) — acceleration utan fartändring

- [Newtons lagar](#) — varför saker rör sig som de gör
-

Resurser

Videor

- [Khan Academy — 1D Kinematics](#) — grundlig genomgång av rätlinjig rörelse

Wikipedia

- [Kinematics](#)

Fördjupning

- University Physics with Modern Physics (Freedman & Young) kap 2
 - Fysika upplaga 5, kap 2
-

Föreläsningsanteckningar

Från föreläsning: 2025-11-03, F0004T Föreläsare: Erik Elfgren

2025-11-03 – MEK1

Kinematik = hur saker rör sig

Rätlinjig rörelse (1D)

- **Fart** är alltid positiv (skalär storhet)
- **Hastighet** kan vara negativ (vektorstorhet)

Teckensregel för fart

Relation	Resultat
v_x och a_x lika tecken	Farten ÖKAR
v_x och a_x olika tecken	Farten MINSKAR

Samband mellan graferna

Från → Till	Operation	Resultat
x-t → v-t	Derivera (beräkna lutning)	Hastighet
v-t → a-t	Derivera (beräkna lutning)	Acceleration
a-t → v-t	Integrera (beräkna area)	Hastighetsförändring
v-t → x-t	Integrera (beräkna area)	Förflyttning

Exempel: Konstant acceleration från vila

Graf	Form	Formel
x-t	Parabel	$x = \frac{1}{2}at^2$
v-t	Rät linje	$v = at$
a-t	Horisontell linje	$a = \text{konstant}$

Gäller alltid: $v = \frac{dx}{dt}$, $a = \frac{dv}{dt}$

Vid konstant acceleration: $v = v_0 + at$ $x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$ $v^2 = 2a(x - x_0) + v_0^2$

Om man använder en formel som endast gäller vid konstant acceleration är det viktigt att markera villkoren. "Gör till vana att alltid motivera val av formel."

Rekomenderat upplägg vid problemlösning (Elfgren)

- **Givet:** Rita skiss, tilldela variabler
- **Sökt:** Vad är det vi vill nå
- **Lösning:** Hur kommer vi till det vi vill nå → **Svar**

Newtons lagar

19 okt. 2026, 5 min läsning

UTKAST

#mekanik #dynamik #krafter

Kapitel: 4.1–4.6 · **Kurs:** F0004T **Förkunskaper:** Vektorer och rörelse, Kinematik

1. Newtons första lag – Tröghetslagen

1.1 Formulering

Newtons 1:a lag (NI)

Om ingen nettokraft verkar på ett föremål behåller det sitt rörelsetillstånd — det förblir stilla eller rör sig med konstant hastighet (konstant fart och riktning).

$$\sum \vec{F} = 0 \quad (\text{jämvikt})$$

I komponentform: $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$, $\sum F_z = 0$

Intuition: Kraft ändrar rörelse — inte upprätthåller den

Aristoteles trodde att kraft behövdes för att hålla något i rörelse. Newton insåg att kraft krävs för att *ändra* rörelse. En hockeypuck på friktionsfri is glider för evigt utan att någon kraft behövs.

Tröghet är föremålets “motvilja” att ändra sin rörelsetillstånd. Tyngre föremål har mer tröghet.

2. Newtons andra lag – Grundekvationen

2.1 Formulering

Newtons 2:a lag (NII)

Nettokraften på ett föremål är proportionell mot föremålets acceleration och massa:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

I komponentform: $\sum F_x = ma_x$, $\sum F_y = ma_y$, $\sum F_z = ma_z$

Enhetssamband: $1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$

Intuition: Vad NII säger

- Dubbla kraften → dubbel acceleration (med samma massa).
- Dubbla massan → halv acceleration (med samma kraft).
- Nettokraften bestämmer *hur* föremålet accelererar — inte om det rör sig.

2.2 Allmän form med rörelsemängd

Newton formulerade faktiskt lagen i termer av rörelsemängd:

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

För konstant massa ger detta $\sum \vec{F} = m\vec{a}$.

3. Newtons tredje lag – Aktion-Reaktion

3.1 Formulering

Newtons 3:e lag (NIII)

Om kropp A verkar på kropp B med kraften $\vec{F}$, verkar B på A med kraften $-\vec{F}$ — lika stor men motriktad.

Viktigt att förstå:

- Kraft och motkraft verkar på **olika** kroppar.
- De uppstår alltid i par och samtidigt.
- De tar **inte** ut varandra (de verkar på skilda objekt).
- I kontaktytor gäller alltid NIII — används utan motivering.

 Vanligt misstag: NIII gäller EJ mellan tyngdkraft och normalkraft

Tyngdkraften och normalkraften på en bok som ligger på ett bord är *inte* ett NIII-par. De är olika typer av krafter (gravitation vs kontakt) och verkar råkar vara lika stora. Tyngdkraftens NIII-par är jordens acceleration mot boken — omärkbar i praktiken.

4. Massa kontra tyngd

Storhet	Symbol	Enhet	Egenskap
Massa	m	kg	Konstant — samma på jordklotet, månen och i rymden
Tyngd	$G = mg$	N	Beror på gravitationen, varierar med plats

Exempel:

	Jordens yta ($g = 9,82 \text{ m/s}^2$)	Månens yta ($g = 1,62 \text{ m/s}^2$)
Massa	80 kg	80 kg
Tyngd	785 N	130 N

5. Friläggning – Att isolera ett objekt

5.1 Metodik

Friläggning är konsten att isolera ett enskilt objekt och rita ut *alla* krafter som verkar på det. Det är det grundläggande första steget i de flesta mekanikproblem.

1. **Välj ett objekt** att frilägga (andra kroppar ritas som streckade).

2. Rita alla krafter som verkar på objektet:

- *Fjärrverkande krafter*: tyngdkraft $\vec{G} = m\vec{g}$ (alltid rakt nedåt från masscentrum), elektriska och magnetiska krafter.
- *Kontaktkrafter* i alla kontaktytor: normalkraft $\vec{N}$ (vinkelrätt från ytan), friktionskraft $\vec{f}$ (parallell med ytan, mot rörelsen), spännkraft i rep.

3. Välj koordinatsystem — ofta smart att ha en axel längs rörelseriktningen.**4. Ställ upp NII** i varje led: $\sum F_x = ma_x$, $\sum F_y = ma_y$.**5.2 Vanliga misstag****⚠ Vanliga misstag vid friläggning**

- Glömma tyngdkraften — den finns alltid!
- Rita krafter som inte existerar, t.ex. en “rörelseriktningskraft”.
- Förväxla N och mg — de är bara lika stora på horisontellt underlag utan extra vertikala krafter.
- Rita NII-par på *samma* kropp — de verkar alltid på *olika* kroppar.

☰ Exempel: Låda på lutande plan

En låda glider nedför ett lutande plan med vinkeln θ . Friktionskoefficient μ_k .

Friläggning med koordinater längs planet (x) och vinkelrätt mot det (y):

- Tyngdkraft: mg rakt nedåt $\rightarrow$ komponenter $mg \sin \theta$ längs planet, $mg \cos \theta$ vinkelrätt.
- Normalkraft N vinkelrätt ut från planet.
- Kinetisk friktion $f_k = \mu_k N$ längs planet, uppåt (mot rörelsen).

$$\text{NII: } \sum F_x = mg \sin \theta - \mu_k N = ma \quad \sum F_y = N - mg \cos \theta = 0 \implies N = mg \cos \theta$$

$$\text{Sätt in: } a = g \sin \theta - \mu_k g \cos \theta = g(\sin \theta - \mu_k \cos \theta)$$

Läsning

- Chapter 4 Newton's Laws of Motion
- Chapter 5 Applying Newton's Laws

Se även

- [Friktion](#) — statisk och kinetisk friktionskraft
 - [Arbete och energi](#) — energiperspektiv på krafter och rörelse
 - [Kraftmoment och statik](#) — jämvikt för stelkroppar med rotation
 - [Cirkelrörelse](#) — Newtons lagar tillämpade på cirkulär rörelse
-

Resurser

Videor

- [Khan Academy — Newton's Laws](#) — alla tre lagar med exempel

Wikipedia

- [Newton's laws of motion](#)
- [Free body diagram](#)

Fördjupning

- University Physics with Modern Physics (Freedman & Young) kap 4–5
 - Fysika upplaga 5, kap 4–5
 - Kompendium i Komplettering till Fysik 1: Friläggning (kap 3)
-

Föreläsningsanteckningar

Från föreläsning: 2025-11-10, F0004T Föreläsare: Erik Elfgren

2025-11-10 – MEK3

Newtons 1:a lag (NI)

Om ingen nettokraft verkar på ett föremål, rör det sig med konstant hastighet (fart, riktning) – accelererar ej. Detta kallas även **jämvikt**: $\sum \vec{F} = 0$, $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$, $\sum F_z = 0$

Newtons 2:a lag (NII)

Om en nettokraft påverkar en kropp accelererar kroppen i nettokraftens riktning: $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$

Exempel: Fallande låda – friläggning, NII i y-led: $\sum F_y = m \cdot a_y \implies a_y = -g = -9,82 \text{ m/s}^2$

Massa och tyngd (kap 4.4)

Massa är en egenskap hos en kropp (kropp = föremål). Tyngden beror på gravitationen (mg , $g = 9,82 \text{ m/s}^2$ i Sverige).

	Jordens yta	Månens yta
Massa (kg)	80	80
Vikt (N)	$80 \times 9,82$	$80 \times 1,62$

Newtons 3:e lag (NIII)

Om kropp A verkar på kropp B med kraft $\vec{F}$, verkar kropp B på A med $-\vec{F}$.

- Kraft och motkraft verkar på **olika** kroppar
- I kontaktytor gäller alltid NIII (utan motivering)
- NIII gäller **ej** mellan tyngdkraft och normalkraft

Friläggning

- Man frilägger en del i taget (andra kroppar kan streckas)
- Alla krafter som verkar på delen ritas ut:
 - Fjärrverkande krafter (tyngdkraft, magnetiska- och elektriska krafter)
 - Kontaktkrafter i alla kontaktytor mot omgivningen (N, f)
- Lägg in lämpligt koordinatsystem

Arbete och kinetisk energi

19 okt. 2026, 4 min läsning

UTKAST

#fysik #mekanik #energi #arbete

Kapitel: 6.1–6.4, 7.1–7.4 · **Kurs:** F0004T **Förkunskaper:** Newtons lagar, Integraler

1. Mekaniska energiprincipen

1.1 Den grundläggande satsen

Mekaniska energiprincipen

Den totala mekaniska energin bevaras om inga “övriga” (icke-konservativa) krafter utför arbete:

$$K_1 + V_{g1} + V_{e1} = K_2 + V_{g2} + V_{e2} + W_{\text{övr}}$$

utan övriga krafter:

$$K_1 + V_1 = K_2 + V_2$$

Termer som räknas som “övriga krafter” och ger $W_{\text{övr}} \neq 0$: friktion, luftmotstånd, motorer, muskler.

Intuition: Energibokföring

Energi kan inte skapas eller förstöras — bara omvandlas. Mekanisk energiprincipen är ett “bokslut” mellan olika energiformer. Friktion omvandlar kinetisk energi till värme, varför den hamnar på höger sida som en “kostnad”.

2. Energiformer

2.1 Kinetisk energi

Definition: Kinetisk energi

Rörelseenergi för ett föremål med massa m och fart v :

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

Notera att v är kvadrerad — dubbla hastigheten ger fyra gånger så mycket kinetisk energi.

2.2 Gravitationspotentiell energi

Definition: Gravitationspotentiell energi

Energi lagrad i ett föremåls läge i ett gravitationsfält:

$$V_g = mgh$$

där h är höjden mätt från en vald referensnivå.

Välj referensnivån ($h = 0$) så att beräkningarna blir så enkla som möjligt — det spelar ingen roll var du sätter den, bara att du är konsekvent.

2.3 Elastisk energi (fjäder)

Definition: Elastisk potentiell energi

Energi lagrad i en deformerad fjäder:

$$V_e = \frac{1}{2}kx^2$$

där k är fjäderkonstanten (N/m) och x är utdragningen från jämviktsläget.

3. Arbete

3.1 Definition

Definition: Mekaniskt arbete

Arbete är hur energi överförs till eller från ett system via en kraft.

Konstant kraft:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s} = F s \cos \phi$$

där ϕ är vinkeln mellan kraftriktningen och förflyttningen.

Tre viktiga specialfall:

Vinkel ϕ	Arbete	Tolkning
0°	$W = F s > 0$	Kraft i rörelseriktningen — energi tillförs
90°	$W = 0$	Kraft vinkelrätt mot rörelsen — inget arbete
180°	$W = -F s < 0$	Kraft mot rörelsen — energi bortförs

3.2 Varierande kraft

$$W = \int_{s_1}^{s_2} \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

3.3 Arbete-energisatsen

Arbete-energisatsen

Det totala arbetet på ett objekt är lika med förändringen i dess kinetiska energi:

$$W_{\text{netto}} = \Delta K = K_2 - K_1$$

4. Hookes lag och fjäderarbete

4.1 Hookes lag

Definition: Hookes lag

En fjäders återställande kraft är proportionell mot utdragningen:

$$F = -kx$$

Minustecknet visar att kraften alltid pekar mot jämviktsläget.

4.2 Arbete för att töja en fjäder

$$W = \int_{x_1}^{x_2} kx \, dx = \frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2$$

Från jämviktsläget till utdragning x : $W = \frac{1}{2}kx^2 = V_e$

Exempel: Boll fälls från en höjd

En boll med massan $m = 0,5 \text{ kg}$ fälls från höjden $h = 5,0 \text{ m}$. Ingen luftmotstånd. Vad är farten precis innan den träffar marken?

Välj referensnivå vid marken. Tillstånd 1 = toppen, tillstånd 2 = marken.

Energibevarande ($W_{\text{övr}} = 0$):

$$K_1 + V_{g1} = K_2 + V_{g2}$$

$$0 + mgh = \frac{1}{2}mv^2 + 0$$

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9,82 \times 5,0} \approx 9,9 \text{ m/s}$$

5. Effekt

5.1 Definition

Definition: Effekt

Effekt är arbete per tidsenhet — hur snabbt energi överförs:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

Enhet: Watt [W] = J/s

Om kraft och hastighet är parallella:

$$P = Fv$$

Exempel: Effekt mot luftmotstånd

En bil kör med farten $v = 30 \text{ m/s}$ mot ett luftmotstånd på $F_{\text{luft}} = 500 \text{ N}$.

Effekten som behövs bara för att övervinna luftmotståndet:

$$P = Fv = 500 \times 30 = 15\,000 \text{ W} = 15 \text{ kW}$$

Läsning

- [Chapter 6 Work and Kinetic Energy](#)

Se även

- [Newtons lagar](#) — kraftperspektiv på rörelse
- [Friktion](#) — friktionens roll som förlust av mekanisk energi
- [Rörelsemängd och impuls](#) — alternativt perspektiv på kraftens verkan
- [Termodynamikens första lag](#) — energibevarande i termodynamiken

Resurser

Videor

- [Khan Academy — Work and Energy](#) — arbete, kinetisk energi och energibevarande

Wikipedia

- [Work \(physics\)](#)
- [Kinetic energy](#)
- [Potential energy](#)

Fördjupning

- University Physics with Modern Physics (Freedman & Young) kap 6–7
- Fysika upplaga 5, kap 6–7

Föreläsningsanteckningar

Från föreläsning: 2025-11-14, F0004T Föreläsare: Erik Elfgren

2025-11-14 – MEK6

Mekaniska energiprincipen (Energisatsen)

$$K_1 + U_{g1} + U_{e1} = K_2 + U_{g2} + U_{e2} + W_{\text{övr}}$$

Arbete av övriga krafter: $W_{\text{övr}} = \int \vec{F} \cdot d\vec{s}$ (friktionskraft, luftmotstånd, spännkraft m.fl.)

6.1 Arbete

$$W = \vec{F} \cdot d\vec{s} = F \cdot s \cdot \cos \phi$$

Skalarprodukten kan tolkas som kraftens komponent i sträckans riktning (eller vice versa). Om kraften är motriktad mot sträckan → negativt arbete.

6.2 Arbete-energisatsen (härledning)

Från rörelselagen vid konstant acc: $v_2^2 = v_1^2 + 2as$, ger $a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2s}$.

NII multiplicerat med sträcka s : $\sum F_x \cdot s = m \cdot \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} \implies W = K_2 - K_1$

6.3 Arbete vid varierande kraft – Fjäder

Hookes lag: $F = -kx$

Arbete från x_1 till x_2 : $W = \int_{x_1}^{x_2} kx \, dx = \frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2}$

Från ospänt läge ($x_1 = 0$): $W = \frac{kx^2}{2} = U_e$

6.4 Effekt

$$P = \frac{W}{t} = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

Enhet: Watt (W) = J/s. Vid parallell kraft och hastighet: $P = F \cdot v$.

Relativitetsteori

19 okt. 2026, 1 min läsning

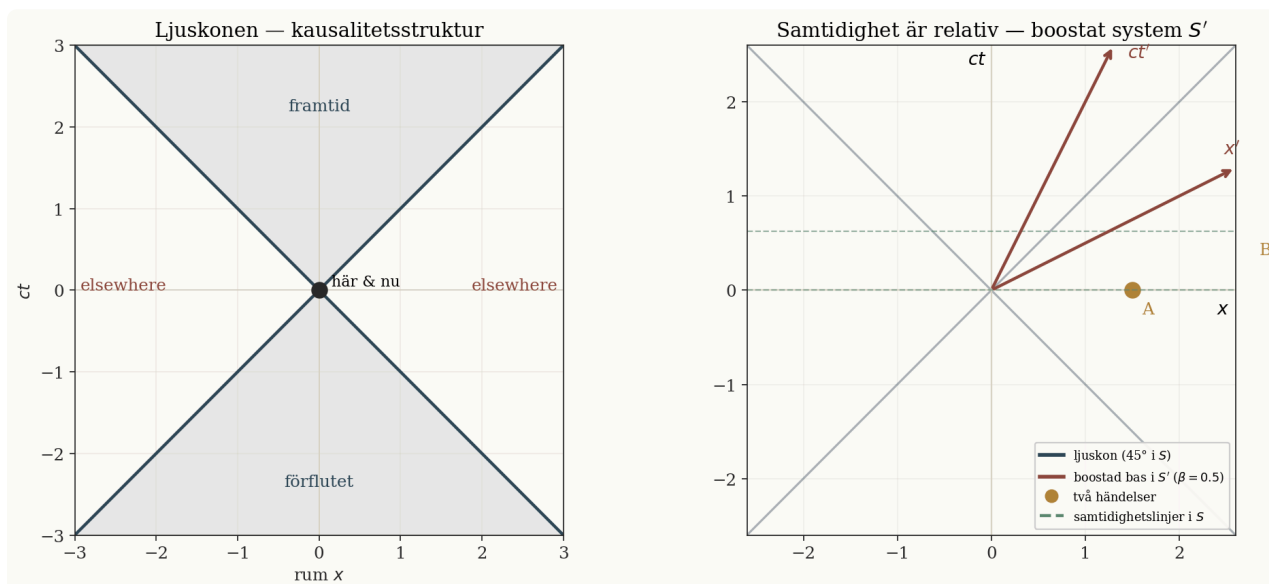
UTKAST

#fysik #relativitet #modern-fysik

Kurs: F0006T

Einsteins speciella relativitetsteori (1905) bygger på två postulat:

1. Fysikens lagar är samma i alla inertialsystem.
2. Ljusets hastighet c är samma i alla inertialsystem.



Konsekvenser

Med $\beta = v/c$ och $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$:

- **Tidsdilatation:** $\Delta t = \gamma \Delta t'$
- **Längdkontraktion:** $L = L_0/\gamma$
- **Energi-massa:** $E = \gamma mc^2$, vilomassa: $E_0 = mc^2$

Lorentztransformation

$$x' = \gamma(x - vt), \quad t' = \gamma(t - vx/c^2)$$

Läsning

- [Chapter 37 Relativity](#)

Se även

- [Kärnfysik](#)

Resurser

- [Minute Physics: Special Relativity playlist](#) [↗](#)
-

Kärnfysik

19 okt. 2026, 1 min läsning

UTKAST

#fysik #kärnfysik #modern-fysik

Kurs: F0006T

Studier av atomkärnans struktur och reaktioner.

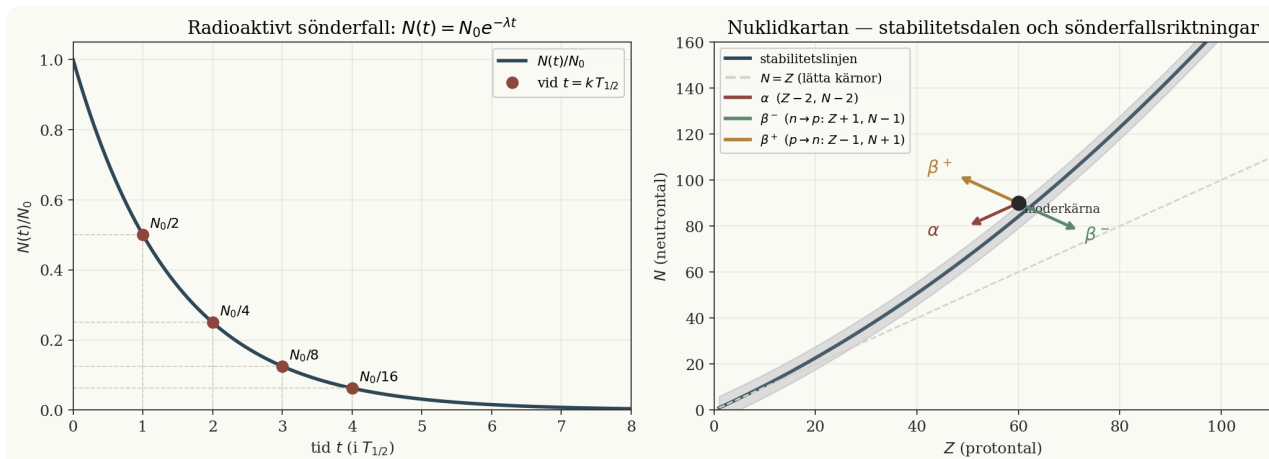
Beståndsdelar

- Atomkärna: protoner (Z) + neutroner (N); masstal $A = Z + N$.
- Nuklid: ${}^A_ZX$.
- Isotoper: samma Z , olika N .

Radioaktivt sönderfall

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}, \quad T_{1/2} = \ln 2 / \lambda$$

Tre huvudtyper: α , β , γ .



Bindningsenergi

$$E_B = (Zm_p + Nm_n - M)c^2$$

Iron-56 har störst bindningsenergi per nukleon — fission av tyngre, fusion av lättare frigör energi.

Läsning

- [Chapter 43 Nuclear Physics](#)

Se även

- [Relativitetsteori](#)
 - [Scintillationsräknare](#)
 - [Inre konversion](#)
-

Scintillationsräknare

19 okt. 2026, 1 min läsning

UTKAST

#fysik #kärnfysik #mätinstrument

Kurs: F0006T Förkunskaper: Kärnfysik

En **scintillationsräknare** mäter **joniserande strålning**. Joniserande strålning producerar ljusblixtar i en scintillator; ljuset omvandlas till elektroner som lavinförstärks och räknas.

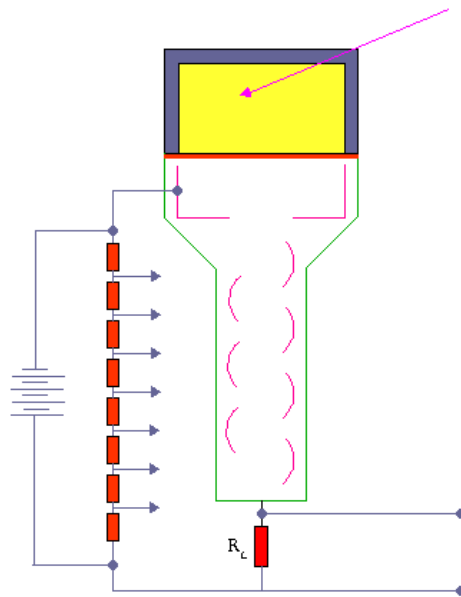
Två varianter

Variant	Användning
Solid scintillationsräknare	Mäter γ -strålning
Vätskescintillationsräknare	Mäter svag β -strålning

Principerna är desamma — det som skiljer är scintillator-materialet och hur provet placeras (utanför kristallen för γ , blandat med vätskan för svag β).

Princip

1. En joniserande partikel deponerar energi i scintillatorn.
2. Scintillatorn emitterar fotoner (UV/synligt).
3. Fotonerna träffar en fotokatod på en fotomultiplikator → elektroner.
4. Dynoder lavinförstärker elektronströmmen → mätbar puls.
5. Pulshöjden är proportionell mot deponerad energi.



Se även

- [Kärnfysik](#)
 - [Inre konversion](#)
 - [F0006T Labb 1 – Radioaktivitet](#)
-

Inre konversion

19 okt. 2026, 1 min läsning

UTKAST

#fysik #kärnfysik

Kurs: F0006T Förkunskaper: Kärnfysik

Inre konversion är ett fenomen där en exciterad **atomkärna** som normalt skulle sända ut en γ -foton istället direkt överför sin excitationenergi till en bunden elektron i atomens elektronhölje. Elektronen lämnar atomen som en **konversionselektron** med kinetisk energi

$$E_e = E_\gamma - E_b$$

där

- E_e = konversionselektronens kinetiska energi
- E_γ = excitationenergin (samma som γ -fotonen som *inte* sändes ut)
- E_b = bindningsenergin för elektronen i sitt skal

Kommentar

- Inre konversion konkurrerar med γ -sönderfall. Vilken process som dominerar beror på kärnans struktur och elektronens skal ($K, L, M \dots$).
- Eftersom E_b är diskret för varje skal blir konversionselektronernas spektrum **linjespektrum** — i kontrast till det kontinuerliga β^- -spektrumet.
- Efter inre konversion lämnas en plats i ett inre skal. När den fylls av en yttre elektron emitteras karakteristisk röntgenstrålning eller en Augerelektron.

Se även

- Kärnfysik
- Scintillationsräknare

Masscentrum

19 okt. 2026, 1 min läsning

UTKAST

#fysik #mekanik

Kurs: F0004T, F0006T

Diskret system

$$\vec{r}_{cm} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i}$$

Kontinuerligt

$$\vec{r}_{cm} = \frac{1}{M} \int \vec{r} dm$$

Egenskaper

- Yttre kraft $\vec{F}_{\text{yttre}} = M\ddot{\vec{r}}_{cm}$ (masscentrum rör sig som en partikel).
- Inre krafter påverkar inte masscentrums rörelse.

Läsning

- 8.5 Center of Mass

Se även

- Rörelsemängd och kollisioner
- Masströghetsmoment
- Rotationsmekanik

Rotation

19 okt. 2026, 2 min läsning

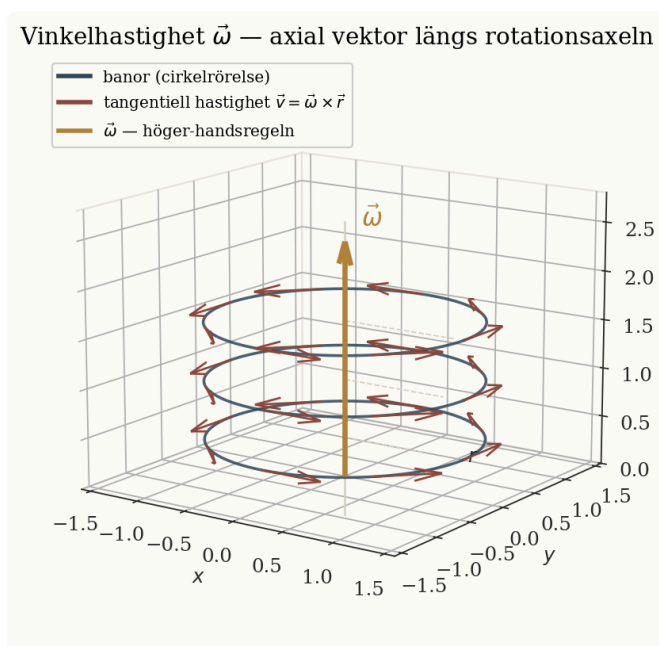
UTKAST

#mekanik #rotation

Kapitel: 10.1–10.4 · **Kurs:** F0004T **Förkunskaper:** Kraftmoment och statik, Arbete och energi, Rörelsemängd och impuls

1. Analogi med linjär rörelse

Rotationsmekanik är ett direkt analogon till linjär mekanik. Varje linjär storhet har en rotationsmotsvarighet.



Linjär storhet	Symbol	Rotationsmotsvarighet	Symbol
Position	x	Vinkel	θ
Hastighet	v	Vinkelhastighet	ω
Acceleration	a	Vinkelacceleration	α
Massa (tröghet)	m	Masströghetsmoment	I
Kraft	F	Kraftmoment	M

Linjär storhet	Symbol	Rotationsmotsvarighet	Symbol
Rörelsemängd	$p = mv$	Rörelsemängdsmoment	$L = I\omega$
Kinetisk energi	$K = \frac{1}{2}mv^2$	Rotationsenergi	$K_{rot} = \frac{1}{2}I\omega^2$

2. Tröghetsmomentet

2.1 Definition

Definition: Tröghetsmomentet

Tröghetsmomentet I mäter ett objekts motstånd mot rotationsacceleration — analogt med massa för linjär rörelse:

$$I = \sum m_i r_i^2 \quad (\text{diskret}) \quad I = \int r^2 dm \quad (\text{kontinuerligt})$$

där r är avståndet från rotationsaxeln.

Tröghetsmomentet beror på **massfördelningen** relativt rotationsaxeln — inte bara totala massan.

Intuition: Var massan sitter avgör

En figgskridskoadjust som drar ihop armarna minskar I och snurrar snabbare (rörelsemängdsmomentet $L = I\omega$ bevaras). Massa långt från axeln bidrar proportionellt mot r^2 — det är mycket mer effektivt att flytta massa utåt.

3. Rotationsdynamik – Newtons 2:a lag för rotation

3.1 Grundekvationen

Newtons 2:a lag för rotation

$$\sum M = I\alpha$$

Nettot av kraftmoment kring rotationsaxeln är proportionellt mot vinkelaccelerationen och tröghetsmomentet.

Analogt med $\sum F = ma$ – nu för rotation.

4. Rörelsemängdsmoment

4.1 Definition och bevarandet

Definition: Rörelsemängdsmoment

$$L = I\omega$$

Bevarandelagen: Om det totala nettot av yttre kraftmoment på ett system är noll:

$$\sum M_{ext} = 0 \implies L = \text{konstant}$$

Exempel: Figsskridskoardjust

En figsskridskoardjust snurrar med armarna utsträckta ($\omega_1 = 1,5 \text{ rad/s}$, $I_1 = 4,0 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$). Hen drar ihop armarna ($I_2 = 1,0 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$).

Inga yttre kraftmoment verkar $\rightarrow L$ bevaras:

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2$$

$$\omega_2 = \frac{I_1}{I_2}\omega_1 = \frac{4,0}{1,0} \times 1,5 = 6,0 \text{ rad/s}$$

5. Rotationsenergi

$$K_{rot} = \frac{1}{2}I\omega^2$$

För ett objekt som *både* rör sig linjärt och roterar (t.ex. ett rullande hjul):

$$K_{tot} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

Energibevarandet kan utvidgas till att inkludera rotationsenergi.

Läsning

- [Chapter 9 Rotation of Rigid Bodies](#)
- [Chapter 10 Dynamics of Rotational Motion](#)

Se även

- [Kraftmoment och statik](#) — kraftmoment och jämvikt
 - [Cirkelrörelse](#) — kinematik för cirkelrörelse
 - [Arbete och energi](#) — energibevarandet, nu med rotationsenergi
 - [Rörelsemängd och impuls](#) — analogin med rörelsemängdsmomentet
-

Resurser

Wikipedia

- [Moment of inertia](#)
- [Angular momentum](#)
- [Rotational energy](#)

Fördjupning

- University Physics with Modern Physics (Freedman & Young) kap 10
 - Fysika upplaga 5, kap 10
-

Rotationsmekanik

19 okt. 2026, 2 min läsning

UTKAST

#fysik #rotation #kinematik

Kurs: F0006T **Förkunskaper:** Kinematik, Rotation

 Påminnelse av Elfgren

Rita alltid bild när du använder **Arbete och kinetisk energi**.

En stel kropp är odeformerbar — den töjer eller böjer sig inte.

1. Vinkelhastighet och vinkelacceleration

Vinkeln definieras utifrån ett fixt koordinatsystem; kroppen roterar kring z-axeln.

Definition, vinkelhastighet:

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}$$

Jämför med linjär hastighet: $v = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$.

Definition, vinkelacceleration:

$$\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \dot{\omega} = \ddot{\theta}$$

Jämför med linjär acceleration: $a = \frac{dv}{dt} = \dot{v} = \ddot{x}$.

$$\alpha d\theta = \omega d\omega \quad \text{(Fysika FB2)}$$

2. Konstant vinkelacceleration

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \quad \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \quad \omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$$

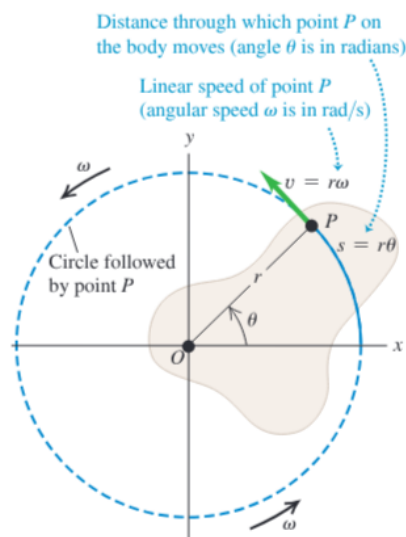
⚠ Förutsättningar

- Vinklar i radianer.
- $\alpha = \text{konstant}$ – annars fungerar inte formlerna.

3. Förhållande linjär-rotationskinematik

Varje punkt i en roterande stel kropp går i en cirkelbana runt rotationsaxeln. Elfgren kallar vinkeln $\Delta\theta$, båglängden Δs och radien r .

Figure 9.9 A rigid body rotating about a fixed axis through point O .



EXAMPLE 9.4 Throwing a discus

WITH VARIATION PROBLEMS

An athlete whirls a discus in a circle of radius 80.0 cm. At a certain instant, the athlete is rotating at 10.0 rad/s and the angular speed is increasing at 50.0 rad/s². For this instant, find the tangential and centripetal components of the acceleration of the discus and the magnitude of the acceleration.

IDENTIFY and SET UP We treat the discus as a particle traveling in a circular path (Fig. 9.12a), so we can use the ideas developed in this section. We are given $r = 0.800$ m, $\omega = 10.0$ rad/s, and $\alpha = 50.0$ rad/s² (Fig. 9.12b). We'll use Eqs. (9.14) and (9.15) to find the acceleration components a_{tan} and a_{rad} , respectively; we'll then find the magnitude a by using the Pythagorean theorem.

EXECUTE From Eqs. (9.14) and (9.15),

$$a_{\text{tan}} = r\alpha = (0.800 \text{ m})(50.0 \text{ rad/s}^2) = 40.0 \text{ m/s}^2$$

$$a_{\text{rad}} = \omega^2 r = (10.0 \text{ rad/s})^2(0.800 \text{ m}) = 80.0 \text{ m/s}^2$$

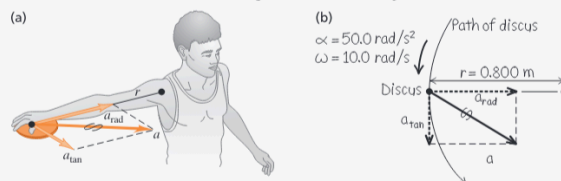
Then

$$a = \sqrt{a_{\text{tan}}^2 + a_{\text{rad}}^2} = 89.4 \text{ m/s}^2$$

EVALUATE Note that we dropped the unit "radian" from our results for a_{tan} , a_{rad} , and a . We can do this because "radian" is a dimensionless quantity. Can you show that if the angular speed doubles to 20.0 rad/s while α remains the same, the acceleration magnitude a increases to 322 m/s²?

KEYCONCEPT Points on a rigid body have a *centripetal* (radial) acceleration component $a_{\text{rad}} = \omega^2 r$ whenever the rigid body is rotating; they have a *tangential* acceleration component $a_{\text{tan}} = r\alpha$ only if the angular speed ω is changing. These two acceleration components are perpendicular, so you can use the Pythagorean theorem to relate them to the magnitude of the acceleration.

Figure 9.12 (a) Whirling a discus in a circle. (b) Our sketch showing the acceleration components for the discus.



Formelblad **FB2** (Fysika):

Rotation	Allmänt			Konstant vinkelacceleration			Båglängd:
	$\omega = \frac{d\theta}{dt}$	$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$	$\alpha d\theta = \omega d\omega$	$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$	$\omega = \omega_0 + \alpha t$	$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$	$s = r \cdot \theta$

 FB2 – beteckningar**Allmänt:**

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} - \text{vinkelhastighet}$$

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} - \text{vinkelacceleration}$$

$$\alpha d\theta = \omega d\omega - \text{samband acceleration–vinkel–hastighet}$$

Konstant vinkelacceleration:

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$$

Båglängd:

$$s = r\theta \quad (r = \text{radie}, \theta \text{ i radianer})$$

Läsning

- Chapter 9 Rotation of Rigid Bodies
- Chapter 10 Dynamics of Rotational Motion

Se även

- Rotation
- Newtons lagar
- Momentekvationen
- Masströghetsmoment

Masströghetsmoment

19 okt. 2026, 11 min läsning

GRANSKAD

#fysik #mekanik #rotation

Kurs: F0006T **Förkunskaper:** Rotationsmekanik, Newtons lagar, Arbete och kinetisk energi

1. Idén bakom tröghetsmomentet

Newtons andra lag $\vec{F} = m\vec{a}$ säger oss att **massan** är ett mått på hur svår en kropp är att accelerera *translatoriskt*. När vi går över till **rotation** kring en axel behöver vi en motsvarande storhet — något som säger hur svår kroppen är att vinkelaccelerera. Det är **tröghetsmomentet** I .

Grundtanken

Tröghetsmomentet I förhåller sig till rotation precis som massan m förhåller sig till translation. Skillnaden är att I inte bara beror på *hur mycket* massa kroppen har, utan också på *var* massan sitter i förhållande till rotationsaxeln.

Det innebär två viktiga saker:

- En kropp har inte ett *enda* tröghetsmoment — det beror på vilken axel man väljer.
- Massa långt ifrån axeln “räknas” mer än massa nära axeln. Faktorn är kvadratisk: dubbelt avstånd ger fyra gånger så stort bidrag.

Två frågor som alltid måste besvaras först

1. Vilken axel arbetar vi med?
2. Vilken kropp / vilken massfördelning arbetar vi med?

Glömmer man någon av dessa blir tröghetsmomentet meningslöst — det är inte en egenskap hos kroppen ensam, utan hos *paret* (kropp, axel).

2. Härledning från rotationsenergi

Den naturligaste vägen in till I går via **rörelseenergin** för en stel kropp som roterar kring en fix axel.

Dela upp kroppen i små bitar med massor m_i på vinkelräta avstånd r_i från rotationsaxeln. Eftersom kroppen är *stel* har alla bitar samma vinkelhastighet ω . Den tangentiella farten för bit i är då

$$v_i = r_i \omega.$$

Bit i 's rörelseenergi är $K_i = \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \frac{1}{2} m_i r_i^2 \omega^2$. Summera över alla bitar:

$$K = \sum_i K_i = \frac{1}{2} \left(\sum_i m_i r_i^2 \right) \omega^2.$$

Parentesen är en egenskap som *bara* beror på massfördelningen i förhållande till axeln — inte på rörelsen. Den får ett eget namn:

$$I = \sum_i m_i r_i^2$$

Med detta får rörelseenergin den kompakta formen

$$K_{\text{rot}} = \frac{1}{2} I \omega^2$$

Direkt analogi

Jämför med translation: $K_{\text{trans}} = \frac{1}{2} m v^2$. Bytet $m \rightarrow I$ och $v \rightarrow \omega$ ger rotationsversionen. Samma analogi fungerar för momentekvationen ($\vec{F} \rightarrow \vec{\tau}$, $m \rightarrow I$, $\vec{a} \rightarrow \vec{\alpha}$) — se **Momentekvationen**.

3. Tröghetsmoment för kontinuerliga kroppar

För en kontinuerlig kropp ersätter vi summan med en integral. Bidraget från ett masselement dm på avståndet r från axeln är $r^2 dm$, så

$$I = \int_{\text{kroppen}} r^2 dm$$

Vid **konstant densitet** ρ kan $dm = \rho dV$ flyttas in och ρ kan brytas ut:

$$I = \int_V \rho r^2 dV = \rho \int_V r^2 dV.$$

För kroppar med **plan symmetri** (skivor, ringar, stänger) reduceras volymsintegralen ofta till en enkel- eller dubbelintegral över genomskärningens area.

⚠ **r är vinkelrätt avstånd till axeln**

Inte avstånd till origo, inte radievektorns längd. Det är specifikt det vinkelräta avståndet från masselementet till rotationsaxeln. För en stång som roterar kring sin egen längdaxel är r avståndet ut till stångens yta — *inte* längs stången.

4. Geometrisk tolkning

Eftersom bidraget från en bit massa skalar som r^2 är massa **långt från axeln** mycket viktigare än massa **nära axeln**. Det är hela poängen med tröghetsmomentet — och förklarar varför *samma kropp* med *samma massa* kan ha helt olika tröghetsmoment beroende på hur massan är fördelad.

☰ **Demo — två stänger med samma massa, olika fördelning**

Två 0,5 m långa aluminiumrör, båda med försumbar egenmassa. På varje rör sitter två vikter à $m = 0,2$ kg. På rör 1 sitter vikterna nära mitten; på rör 2 sitter de i ändarna.

Rotation kring centrum (cm):

$$I_{\text{cm},1} \approx 0, \quad I_{\text{cm},2} = 2mR^2 \gg I_{\text{cm},1}.$$

Rotation kring ena änden A (med Steiners sats, se §5):

$$I_{A,1} = 2mR^2, \quad I_{A,2} \approx 0 + m(2R)^2 \cdot 2 = 8mR^2 = 2 \cdot I_{A,1}.$$

Trots att stängerna har *samma totala massa* skiljer sig deras tröghetsmoment med en faktor flera. Rör 2 är märkbart trögare att sätta i rotation — testa själv om du har två sådana stavar tillgängliga, det är en ovanligt övertygande klassrumsdemonstration.

5. Steiners sats (parallellaxelsatsen)

Det är ofta enkelt att räkna ut tröghetsmomentet kring en axel **genom masscentrum**, men problemet ber oss om en *annan* parallell axel. Steiners sats är genvägen.

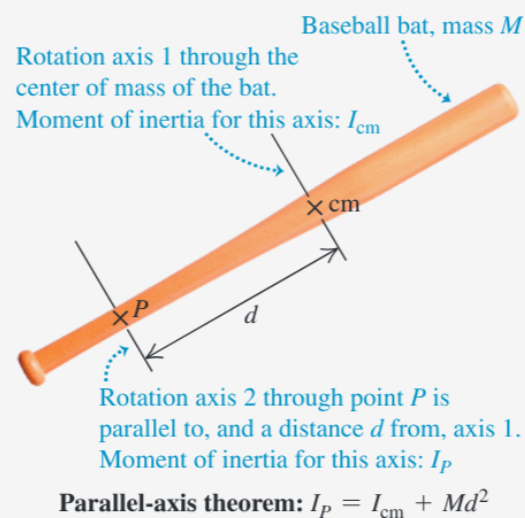
Steiners sats

Låt I_{cm} vara tröghetsmomentet kring en axel genom masscentrum, och låt P vara en *parallell* axel på avståndet d . Då är

$$I_P = I_{\text{cm}} + Md^2$$

där M är kroppens totala massa.

Figure 9.19 The parallel-axis theorem.



Två observationer:

1. **Bidraget Md^2 är alltid positivt.** Det betyder att I_{cm} är det *minsta* tröghetsmomentet för någon axel parallell med en given riktning — flytta axeln bort från cm och I kan bara öka.
2. **Satsen kräver att axlarna är parallella.** För roterade axlar krävs den fulla tröghetstensorn, vilket vi inte rör i den här kursen.

Praktisk användning

Steiners sats används typiskt åt två håll:

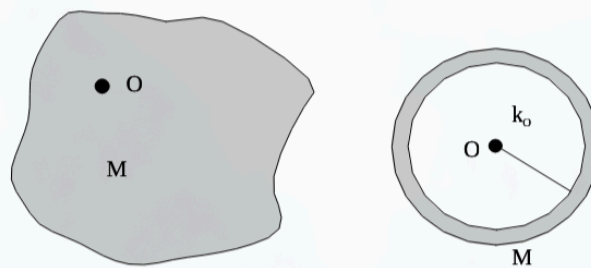
- **“Flytta in till cm.”** Du har I kring en kant och vill ha det kring cm: $I_{\text{cm}} = I_P - Md^2$.
- **“Flytta ut från cm.”** Du har I_{cm} från en tabell och vill ha I kring en lämplig kant eller momentancentrum: $I_P = I_{\text{cm}} + Md^2$.

6. Tröghetsradie

Det är ofta praktiskt att rapportera tröghetsmomentet inte som en talvärde, utan som en *karaktéristisk längd* – den **tröghetsradie** k som en motsvarande tunn cylinderhylsa skulle behöva ha för att ge samma I :

$$I = Mk^2 \iff k = \sqrt{\frac{I}{M}}$$

M6.1 Tröghetsradie



Figur 6.1. Illustration av begreppet tröghetsradie

Tröghetsradien har dimensionen längd och säger något *geometriskt* om var massan sitter i förhållande till axeln. Den används flitigt i konstruktionssammanhang (svänghjul, hjulupphängning) där man vill beskriva “hur fördelad” en kropps massa är utan att lista hela I :n.

7. Sammansatta kroppar

Eftersom tröghetsmomentet definieras som en integral är det **additivt** över rumsligt åtskilda delar. Är kroppen sammansatt av n delar med tröghetsmoment $I_1, I_2, \dots, I_n$ kring *samma axel*, så är totala tröghetsmomentet

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n$$

Härledningen följer direkt från definitionen:

$$I = \int_V r^2 dm = \int_{V_1} r^2 dm + \int_{V_2} r^2 dm + \dots$$

Två viktiga tekniker faller ut:

- **Subtraktionstrick.** Vill du beräkna I för en kropp med ett *hål*? Räkna I för den fulla kroppen och dra av I för det fiktiva fyllnadsmaterialet i hålet. Båda termerna kan tas från standardtabeller.
- **Symmetri trick.** Är kroppen symmetrisk så att två delar bidrar lika mycket, räcker det att räkna ena halvan och dubbla.

8. Tunna skivor

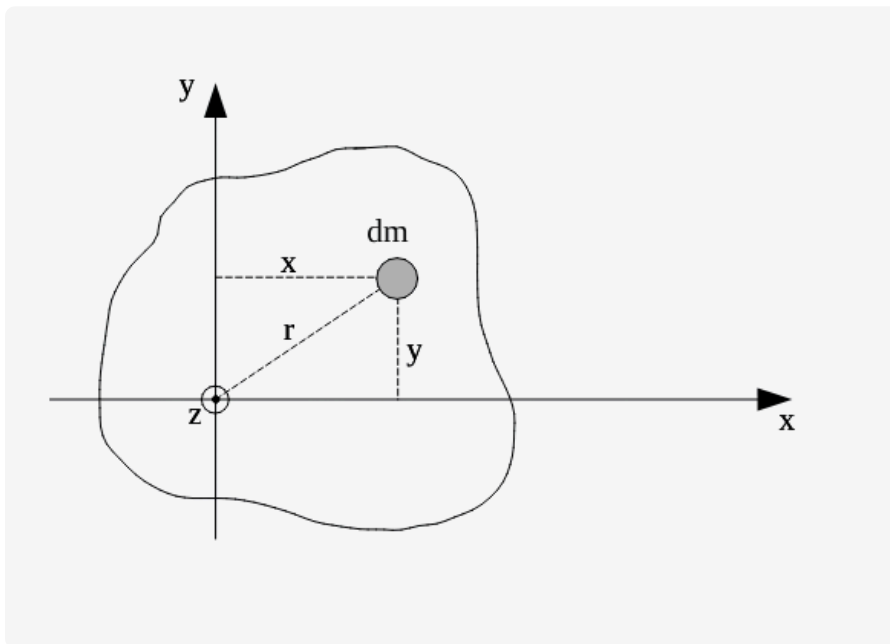
Tunna plana kroppar har en användbar specialregel: **vinkelaxelsatsen** (perpendicular axis theorem).

Vinkelaxelsatsen (endast plana kroppar)

Ligger kroppen i xy -planet och låter vi z -axeln vara vinkelrät mot planet, så är

$$I_z = I_x + I_y$$

där alla tre axlar går genom samma punkt.



Bevisiden är enkel: för en punkt (x, y) i planet är avståndet till z -axeln $r^2 = x^2 + y^2$, dvs. summan av de vinkelräta avstånden till x - och y -axlarna i kvadrat. Integrerar man bidragen över skivan så summeras integralerna direkt.

Skivans tröghetsmoment med avseende på z-axeln

$$I_{zz} = \int r^2 dm = \int (x^2 + y^2) dm \quad (6.4)$$

Tröghetsmomentet med avseende på x- respektive y-axlarna :

$$I_{xx} = \int y^2 dm \quad (6.5)$$

$$I_{yy} = \int x^2 dm \quad (6.6)$$

Från ekvationerna (6.4)-(6.6) inses att

$$I_{zz} = I_{xx} + I_{yy} \quad (6.7)$$

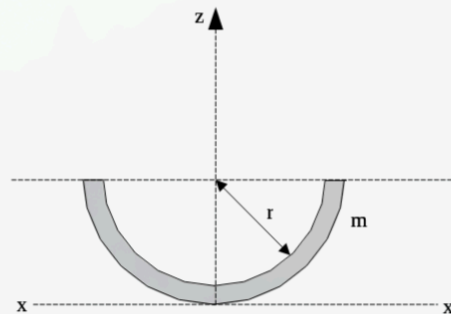
gäller för en tunn skiva som saknar utsträckning i z-led.

skapas

☰ M 6.2 – halvskiva

En halv homogen cirkelskiva med radie R och massa M .

M6.2



Beräkna tröghetsmomentet med avseende på dels z-axeln, dels x-axeln för den halva, tunna ringen i figuren.

✓ Facit

a) Tröghetsmoment kring symmetriaxeln z (vinkelrät mot skivan, genom centrum):

Skriv halvskivan som en *full* skiva minus den *andra* halvan. Av symmetri har båda halvorna samma I_z , så

$$I_{z,\text{halv}} = \frac{1}{2}I_{z,\text{full}}.$$

För en full homogen skiva ger Fysika **Tf-1b/c**: $I_{z,\text{full}} = \frac{1}{2}MR^2$ — men *här är M den fulla skivans massa*, inte halvans, så vi får

$$I_{z,\text{halv}} = \frac{1}{2}MR^2.$$

b) Tröghetsmoment kring en axel längs den raka kanten:

Använd Steiners sats för att flytta axeln från cm ut till kanten (avstånd $\frac{4R}{3\pi}$ för halvskiva).

$$\underline{\text{Svar:}} \quad I_{zz} = \frac{mr^2}{2}; \quad I_{xx} = mr^2 \left(\frac{3}{2} - \frac{4}{\pi} \right)$$

9. Sammanfattning och metodik

Hur man tar fram tröghetsmomentet i ett problem

1. **Identifiera axeln.** Vilken är rotationsaxeln? Är den fix, går genom cm, eller momentancentrum?
2. **Identifiera kroppen.** Är den homogen? Sammansatt av enkla delar? Har den ett hål?
3. **Slå upp eller härled.** Sök i Fysika eller Adams, eller använd $I = \int r^2 dm$ direkt om kroppen är enkel.
4. **Använd Steiners sats** för att flytta axeln om det behövs.
5. **Använd vinkelaxelsatsen** om kroppen är plan och axeln är vinkelrät mot planet.
6. **Summera över delar** för sammansatta kroppar (eller subtrahera, för hål).

Storhet	Translation	Rotation kring fix axel
Tröghet	m (massa)	I (tröghetsmoment)
"Hastighet"	v	ω
"Acceleration"	a	α
"Kraftmotsvarighet"	$\vec{F} = m\vec{a}$	$\tau = I\alpha$
Rörelseenergi	$\frac{1}{2}mv^2$	$\frac{1}{2}I\omega^2$
Rörelsemängd	$p = mv$	$L = I\omega$

⚠ Vanliga fallgropar

- **Glömt parallellaxelsatsen** när axeln ligger en bit från cm.
- **Använt fel r :** r är *vinkelräta* avståndet till rotationsaxeln, inte radievektorns längd.
- **Antagit konstant densitet** utan motivering — kontrollera om kroppen är homogen innan ρ bryts ut.
- **Adderat tröghetsmoment kring olika axlar.** Additivitet kräver *samma* axel.

Tillämpningar – utförda exempel

☰ Exempel A – trissa, två lastfall

En trissa (homogen skiva, radie R , massa M , $I_{\text{cm}} = \frac{1}{2}MR^2$).

- **Fall 1:** En lina hänger över trissan. På linan hänger en massa m som drar medurs.
- **Fall 2:** Linan dras direkt med kraften $F = mg$ medurs (ingen hängande massa).

Vad är skillnaden? Vilket koordinatsystem är lämpligt?

✓ Lösning

Eftersom trissan roterar kring sitt egna masscentrum följer ingen fix punkt på kanten en cirkelbana med konstant radie i rummet — alltså inte *nt*-koordinater för trissan. Använd **kartesiskt koordinatsystem** för den hängande massan, kombinerat med **momentlagen**

kring trissans masscentrum.

Fall 1 – hängande massa m : Linans spännkraft är T . Rullning utan glidning ger $a = \alpha R$.

NII för m (positivt nedåt): $mg - T = ma$

Momentlagen för trissan kring cm: $TR = I_{\text{cm}}\alpha = \frac{1}{2}MR^2\alpha \implies T = \frac{1}{2}Ma$

$$\text{Insatt: } mg - \frac{1}{2}Ma = ma \implies a_1 = \frac{2mg}{2m + M}$$

Fall 2 – direkt kraft $F = mg$: Endast trissan accelereras. Momentlagen kring cm: $mg \cdot R =$

$$\frac{1}{2}MR^2\alpha \implies \alpha = \frac{2mg}{MR} \quad a_2 = \alpha R = \frac{2mg}{M}$$

Skillnad: $a_2 > a_1$. I fall 1 måste även den hängande massan accelereras, så samma drivande tyngd måste fördelas över *båda* trögheterna. I fall 2 verkar kraften mg enbart på trissan. Notera också att i fall 1 är $T < mg$ – annars skulle massan inte falla.

≡ Exempel B – jojo (tenta 190320)

En jojo (homogen skiva, massa M , radie R , $I_{\text{cm}} = \frac{1}{2}MR^2$) faller med acceleration a_y nedåt. En kraft F verkar i linans fäste – punkten A längst åt höger på jojon – och drar uppåt. Sök a_y , α och a_t (tangentialaccelerationen i punkt A).

✓ Lösning

Linan är vertikal; rullning utan glidning på linan ger $a_y = \alpha R$.

Metod 1 – kring masscentrum (gängse val):

NII vertikalt (positivt nedåt): $Mg - F = Ma_y$

Momentlagen kring cm: $F \cdot R = I_{\text{cm}}\alpha = \frac{1}{2}MR^2\alpha \implies F = \frac{1}{2}Ma_y$

$$\text{Insatt: } Mg - \frac{1}{2}Ma_y = Ma_y \implies a_y = \frac{2}{3}g \quad F = \frac{1}{3}Mg, \quad \alpha = \frac{a_y}{R} = \frac{2g}{3R}$$

Metod 2 – kring momentancentrum A: Eftersom linan inte glider är A momentancentrum ($v_A = 0$), så momentlagen är giltig där (en av de få fallen där den får användas kring en *icke* masscentrum-punkt). Använd Steiners sats: $I_A = I_{\text{cm}} + MR^2 = \frac{3}{2}MR^2$ Endast tyngden ger moment kring A (kraften F angriper i A och har inget moment där): $Mg \cdot R = I_A \alpha \implies \alpha = \frac{2g}{3R} \implies a_y = \alpha R = \frac{2}{3}g \checkmark$

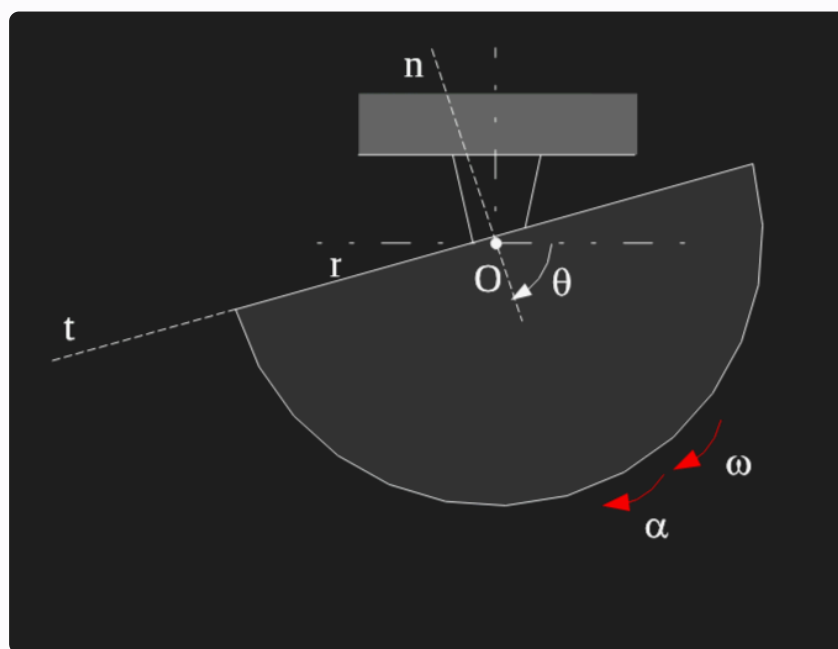
Tangentialacceleration i A: A är momentancentrum, så dess totala acceleration är *vertikal* (samma som hela jojens fall). Tangentialdelen – relativt cm – kompenserar exakt jojens fallacceleration, vilket är precis vad rullningsvillkoret kräver: $a_{t,A} = \alpha R = \frac{2}{3}g$.

Poängen

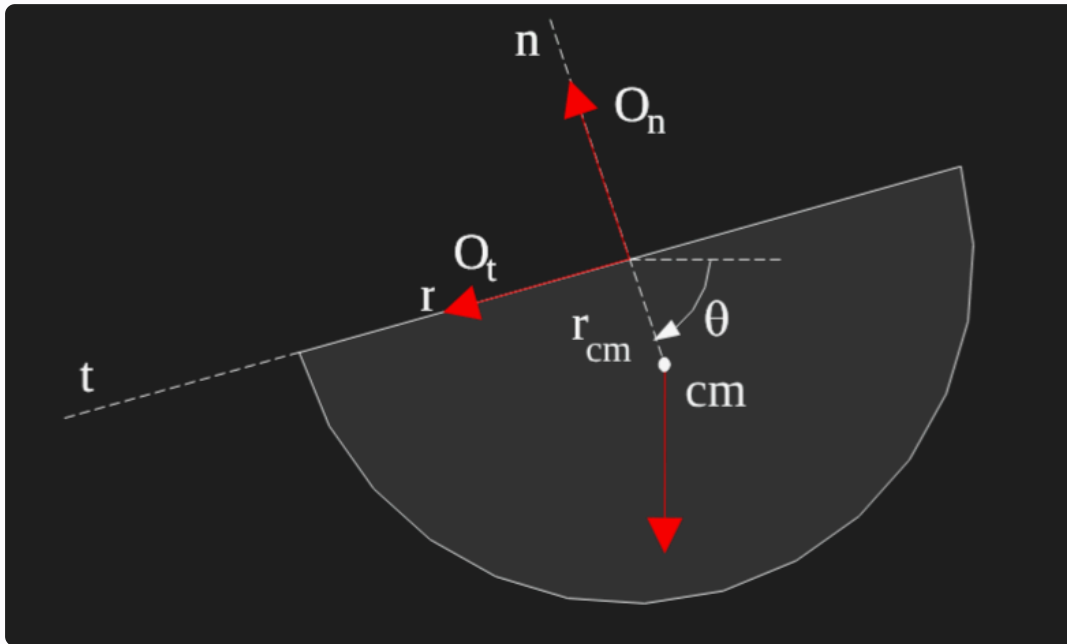
Momentlagen kan ställas upp kring **fix axel**, **masscentrum** eller **momentancentrum**. Här ger valet A ett enklare ekvationssystem än kring cm, eftersom kraften F försvinner ur momentekvationen.

Exempel C – halvklot kring fix diameteraxel (M 7.3 i kompendiet)

Ett halvklot med massa M och radie r släpps från vila i läget $\theta = 0$ och roterar fritt i vertikalplanet kring den fixa axeln O (diametern i den plana sidan). Härled n- och t-komponenterna av kraften från axeln O på halvklotet som funktion av θ .



Friläggning för godtycklig vinkel θ :



✓ Lösning

Geometri och tröghetsmoment:

- Avstånd $O \rightarrow \text{cm}$: $d = \frac{3r}{8}$
- Tröghetsmoment kring O (diameteraxel i den plana ytan): $I_O = \frac{2}{5}Mr^2$

Steg 1 – $\omega(\theta)$ via mekaniska energisatsen: Vid $\theta = 0$ ligger axeln $O \rightarrow \text{cm}$ horisontellt. Vid vinkeln θ (mätt nedåt från horisontell) har cm sjunkit höjden $h = d \sin \theta$. $Mgd \sin \theta =$

$$\frac{1}{2}I_O\omega^2 \quad \omega^2 = \frac{2Mgd \sin \theta}{I_O} = \frac{2Mg(3r/8) \sin \theta}{(2/5)Mr^2} \implies \boxed{\omega^2 = \frac{15g \sin \theta}{8r}}$$

Steg 2 – vinkelacceleration $\alpha(\theta)$ via momentlagen kring O : Tyngden har hävarmen $d \cos \theta$

$$\text{kring } O: Mgd \cos \theta = I_O\alpha \implies \boxed{\alpha = \frac{15g \cos \theta}{16r}}$$

Steg 3 – acceleration av cm: I nt -system med $\hat{n}$ från O mot cm (positivt utåt) och $\hat{t}$ i rörelseriktning: $a_n = -d\omega^2 = -\frac{3r}{8} \cdot \frac{15g \sin \theta}{8r} = -\frac{45}{64}g \sin \theta$ (mot O) $a_t = d\alpha = \frac{3r}{8} \cdot \frac{15g \cos \theta}{16r} = \frac{45}{128}g \cos \theta$

Steg 4 — NII för cm, uppdelat i n och t : Tyngdkraftens komponenter (med θ mätt nedåt från horisontell):

- $\hat{n}$ -riktning: $Mg \sin \theta$ (utåt, positiv för $\theta > 0$)
- $\hat{t}$ -riktning: $Mg \cos \theta$ (i rörelseriktningen)

NII i $\hat{n}$: $N_n + Mg \sin \theta = Ma_n = -\frac{45}{64}Mg \sin \theta$ $N_n = -\frac{109}{64}Mg \sin \theta$ Negativt tecken $\Rightarrow$ kraften från axeln pekar **mot** O (håller upp halvklotet).

NII i $\hat{t}$: $N_t + Mg \cos \theta = Ma_t = \frac{45}{128}Mg \cos \theta$ $N_t = -\frac{83}{128}Mg \cos \theta$ Negativt tecken $\Rightarrow$ kraften verkar **mot** rörelseriktningen — axeln bromsar cm:s tangentiella acceleration så att endast tyngdens moment driver rotationen.

✓ **Rimlighetskontroll vid $\theta = 90^\circ$**

Vid lägsta läget pekar $\hat{n}$ rakt nedåt och halvklotet passerar med max ω . Förväntan: $N_t = 0$ (endast centripetal kraft behövs) och N_n stor och uppåt.

Insatt: $N_t = -\frac{83}{128}Mg \cos 90^\circ = 0$ ✓ och $N_n = -\frac{109}{64}Mg$ (uppåt, mot O) ✓.

Läsning

- [9.4 Energy in Rotational Motion](#)
- [9.5 Parallel-Axis Theorem](#)
- [9.6 Moment-of-Inertia Calculations](#)
- [M 6.1 Tröghetsradie](#)
- [M 6.2 Sammansatta kroppar](#)
- [M 6.3 Tunna skivor](#)
- [Fysika: Tf-tabellen för standardkroppar](#)

Se även

- Rotationsmekanik
- Momentekvationen
- Rörelsemängdsmoment
- Allmän rörelse

- [Momentancentrum](#)
- [Masscentrum](#)

Resurser

- [Khan Academy: Moment of inertia](#) — bygger upp I via samma summa över bitar.
 - [Wikipedia: List of moments of inertia](#) — referenstabell när Fysika inte räcker till.
 - [MIT OCW 8.01: Lecture 21](#) — Walter Lewin gör en klassisk demonstration av Exempel-A-typ.
-

Momentekvationen

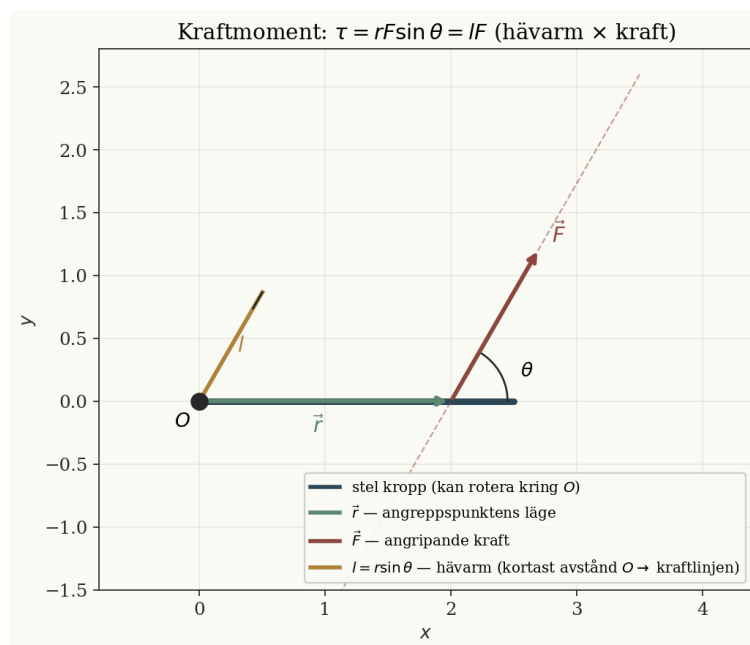
19 okt. 2026, 1 min läsning

UTKAST

#fysik #rotation

Kurs: F0006T Förkunskaper: Newtons lagar, Rotation, Masströghetsmoment

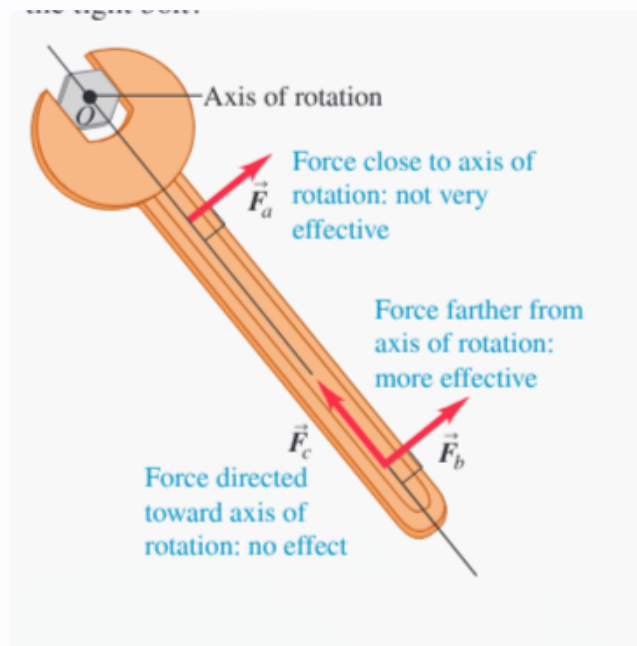
1. Kraftmoment



$$\tau_A = F \cdot l \implies \text{punkten } A \perp F$$

En kraft kan alltid flyttas i sin längdriktning.

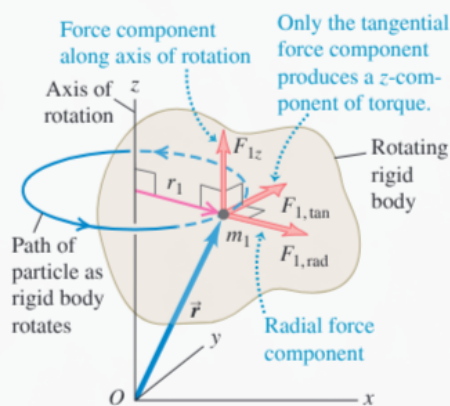
Bild – kraftmoment



2. Momentlagen – härledning

Bild – stel kropp med massbit m_i

Figure 10.6 As a rigid body rotates around the z -axis, a net force $\vec{F}_1$ acts on one particle of the body. Only the force component $F_{1,\text{tan}}$ can affect the rotation, because only $F_{1,\text{tan}}$ exerts a torque about O with a z -component (along the rotation axis).



Applicera Newtons andra lag på massbit m_i i tangentialriktningen:

$$\sum F_t = m_i \cdot a_{it} \implies F_{it} = m_i(r_i \cdot \alpha)$$

Momentbidraget från m_i kring z-axeln:

$$\tau_{iz} = r_i \cdot (m_i r_i \alpha) = m_i r_i^2 \cdot \alpha$$

Summera över alla delar:

$$\sum \tau_z = \sum \tau_{iz} = (\sum_i m_i r_i^2) \alpha = I_z \cdot \alpha$$

$$\sum \tau_z = I_z \cdot \alpha$$

Newtons andra lag för rotation — linjära storheter byts mot rotationens motsvarigheter.

⚠ Momentlagen gäller endast kring

- Fix axel
- Masscentrum
- Momentancentrum

Inte kring någon annan rörlig axel.

≡ Övning 10.6

EXAMPLE 10.6 Acceleration of a primitive yo-yo

WITH VARIATION PROBLEMS

For the primitive yo-yo in Example 10.4 (Fig. 10.18a), find the downward acceleration of the cylinder and the tension in the string.

IDENTIFY and SET UP Figure 10.18b shows our free-body diagram for the yo-yo, including our choice of positive coordinate directions. Our target variables are $a_{\text{cm-y}}$ and T . We'll use Eq. (10.12) for the translational motion of the center of mass and Eq. (10.13) for the rotational motion around the center of mass. We'll also use Eq. (10.11), which says that the string unwinds without slipping. As in Example 10.4, the moment of inertia of the yo-yo for an axis through its center of mass is $I_{\text{cm}} = \frac{1}{2}MR^2$.

EXECUTE From Eq. (10.12),

$$\sum F_y = Mg + (-T) = Ma_{\text{cm-y}} \quad (10.14)$$

From Eq. (10.13),

$$\sum \tau_z = TR = I_{\text{cm}} \alpha_z = \frac{1}{2}MR^2 \alpha_z \quad (10.15)$$

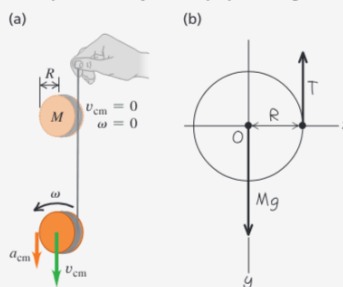
From Eq. (10.11), $v_{\text{cm-z}} = R\omega_z$; the derivative of this expression with respect to time gives us

$$a_{\text{cm-y}} = R\alpha_z \quad (10.16)$$

We now use Eq. (10.16) to eliminate α_z from Eq. (10.15) and then solve Eqs. (10.14) and (10.15) simultaneously for T and $a_{\text{cm-y}}$:

$$a_{\text{cm-y}} = \frac{2}{3}g \quad T = \frac{1}{3}Mg$$

Figure 10.18 Dynamics of a primitive yo-yo (see Fig. 10.15).

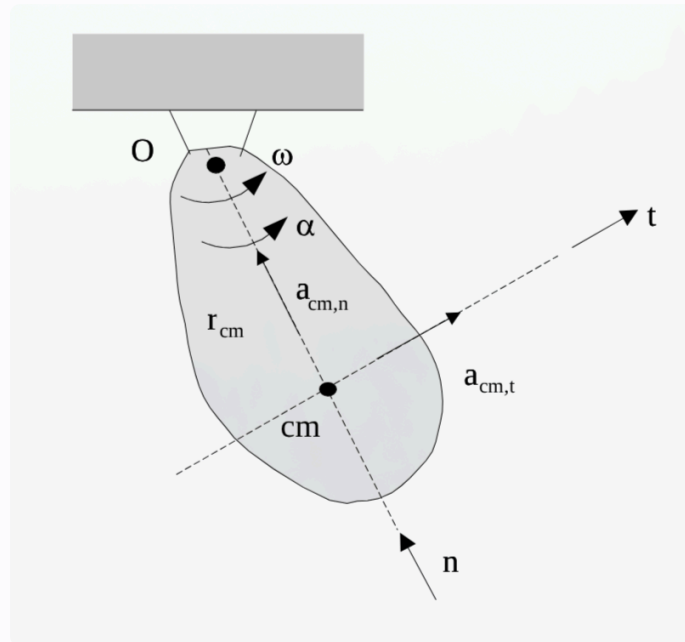


EVALUATE The string slows the fall of the yo-yo, but not enough to stop it completely. Hence $a_{\text{cm-y}}$ is less than the free-fall value g and T is less than the yo-yo weight Mg .

KEYCONCEPT To analyze the motion of a rigid body that is both translating and rotating, use Newton's second law for the translational motion of the center of mass and the rotational analog of Newton's second law for the rotation around the center of mass.

3. Lagerkrafter

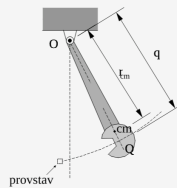
≡ Bild — storheter vid rotation kring fix axel (Lehto fig. 7.1)



Lagerkrafterna beräknas via NII för masscentrum efter att momentlagen lösts ut α . Formelblad **FB4** (Fysika).

Övning M 7.4

M7.4



En anordning för att testa slaghållfastheten hos olika material utgörs av en pendel med massan M med masscentrum beläget på avståndet r_{cm} från upphängningsaxeln O . Tröghetsradien är k_O . Vid testet stöter en punkt Q på pendeln, belägen på avståndet q från axeln O , emot provstaven.

Detta avstånd q är så avpassat att den tangentiella kraften, O_t , i axeln blir noll. Punkten Q kallas för stötcentrum (nollmomentcentrum).

Bestäm q uttryckt i r_{cm} och k_O så att $O_t = 0$.

Svar: $q = \frac{k_O^2}{r_{cm}}$

Läsning

- 10.2 Torque and Angular Acceleration for a Rigid Body
- M 7.1 Lagerkrafter

Se även

- Masströghetsmoment
- Rotation
- Allmän rörelse
- Momentancentrum
- Stötcentrum

Allmän rörelse

19 okt. 2026, 2 min läsning

UTKAST

#fysik #mekanik #rotation

Kurs: F0006T Förkunskaper: Kinematik, Rotation

1. Rörelseuppdelning

En stel kropps allmänna rörelse kan delas upp i **translation** av masscentrum plus **rotation** kring masscentrum:

$$\vec{v}_P = \vec{v}_{cm} + \vec{\omega} \times \vec{r}_{P/cm}$$

2. Kinetisk energi

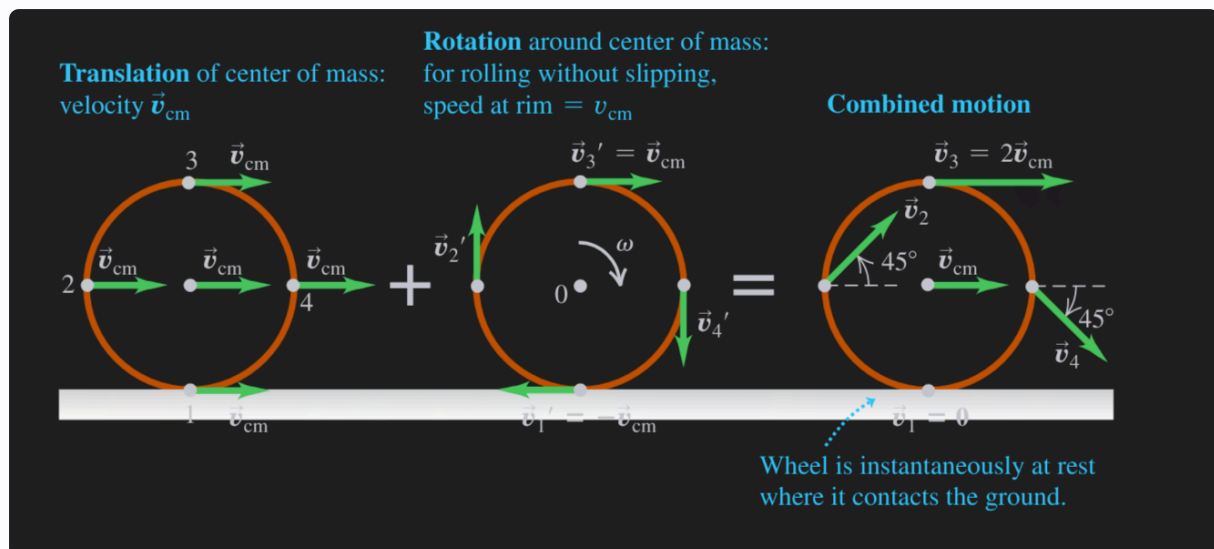
$$K = \frac{1}{2}Mv_{cm}^2 + \frac{1}{2}I_{cm}\omega^2$$

- $K_{tr} = \frac{1}{2}Mv_{cm}^2$ – translationsenergi för masscentrum
- $K_{rot} = \frac{1}{2}I_{cm}\omega^2$ – rotationsenergi kring masscentrum

≡ Exempel – rullning utan glidning

Kontaktpunkten har momentan hastighet 0; masscentrum rör sig med $v_{cm} = \omega R$.

Bilden visar att rörelsen hos ett rullande hjul är summan av den translationella rörelsen för masscentrum och hjulets rotation kring masscentrum.



☰ Demo – Elfgrens birre

Erik Elfgren rullar ner tre Norrlands Guld för ett lutande plan $\phi \approx 15^\circ$. De är fyllda med:

- Sand 50 %
- Öl 100 %
- Luft 100 %

Den med öl rullar ner snabbast, sedan den tomma, sedan den med sand.

Tom:

$$a_{A,cm} = 0,57g \sin \phi$$

Sandfylld:

$m \approx m_s$ där m_s är sandens massa. Antag homogen cylinder eftersom sanden följer med

$$\text{rotationen: } I_{B,cm} = \frac{m_s R^2}{2} A_{B,cm} = \frac{g \sin \phi}{\frac{M_s R^2 / 2}{m_s R^2} + 1}$$

Ölfylld:

$$M = M_{öl} + M_b, \text{ antag } M_{öl} = 24M_b \text{ och att ölet ej roterar } \Rightarrow I_{C,cm} = I_{A,cm}$$

$$a_{C,cm} = 0,97g \sin \phi$$

$$(\text{liten kula} \implies I_{cm} = 0 \implies a_{cm} = g \sin \phi)$$



3. Arbete och effekt vid rotation

En kraft $\vec{F}$ som verkar tangentiellt på en roterande stel kropp på avståndet R från rotationsaxeln ger vridmomentet $\tau = F_t R$. Eftersom båglängden $ds = R d\theta$ blir arbetet

$$W_{rot} = \int \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int F_t ds = \int \tau d\theta$$

Med **momentekvationen** $\tau = I\alpha$ och kedjeregeln $\alpha d\theta = \omega d\omega$ ger detta **arbets-energiprincipen för rotation**:

$$W_{rot} = \frac{1}{2}I(\omega_2^2 - \omega_1^2) = \Delta K_{rot}$$

Rotationens analogi till $W_{tr} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \Delta K_{tr}$.

Momentan effekt:

$$P_{rot} = \tau \omega$$

Rotationens motsvarighet till $P_{tr} = \vec{F} \cdot \vec{v}$.

Läsning

- 10.3 Rigid-Body Rotation About a Moving Axis

Se även

- [Rotation](#)
 - [Rotationsmekanik](#)
 - [Masscentrum](#)
 - [Momentancentrum](#)
-

Rörelsemängdsmoment

19 okt. 2026, 2 min läsning

UTKAST

#fysik #mekanik #rotation

Kurs: F0006T Förkunskaper: Rotation, Kryssprodukt

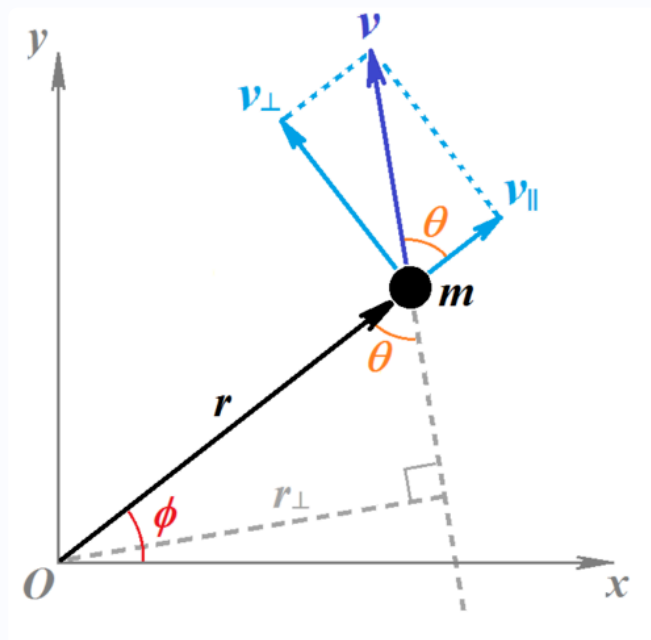
1. Definition

För en partikel:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v}, \quad |\vec{L}| = |\vec{r}| |\vec{p}| \sin \theta$$

Om rörelsen är radiell mot rotationscentrum är $\sin \theta = 0$, alltså $\vec{L} = \vec{0}$.

 Bild – partikels rörelsemängdsmoment



För en stel kropp som roterar kring en fix axel:

$$L = I\omega$$

2. Stel kropp – härledning

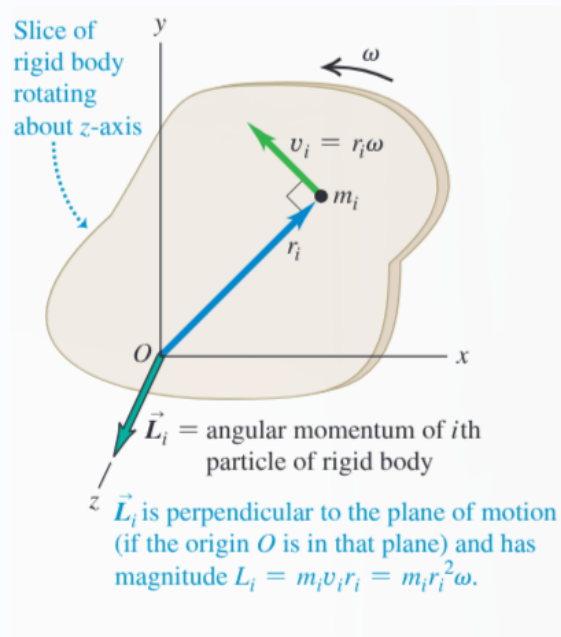
Rörelsemängdsmoment för massbit m_i :

$$\vec{L}_i = \vec{r}_i \times \vec{p}_i = \vec{r}_i \times m_i \vec{v}_{it}$$

$$L_{iz} = r_i m_i v_{it} = r_i m_i (r_i \omega) = m_i r_i^2 \omega$$

$$L_z = \sum L_{iz} = (\sum m_i r_i^2) \omega = I \omega$$

Bild – stel kropp



 Intuitiv förklaring – varför är rörelsemängdsmomentet en vektor?

Videon nedan visar hur rörelsemängdsmomentet har en bestämd riktning.

Video player configuration error

Error 153

Watch video on YouTube

[Learn more](#)

Error 153

3. Bevarande av rörelsemängdsmoment

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}, \quad \vec{\tau} = \vec{0} \Rightarrow \vec{L} = \text{konst.}$$

Vid rotation kring symmetriaxeln z:

- $\vec{\tau} = \vec{0} \Rightarrow I_{z_1} \omega_1 = I_{z_2} \omega_2$
- $\vec{F} = \vec{0} \Rightarrow m_1 \vec{v}_1 = m_2 \vec{v}_2$

Klassiskt exempel: pirouetten – armarna inåt minskar I , alltså ökar ω .

Impulsmomentlagen (Fysika **TB7b**):

$$\int \tau_z dt = L_{z_2} - L_{z_1} = I_{z_2} \omega_2 - I_{z_1} \omega_1$$

Storheter

Storhet	Beteckning	Enhet
Rörelsemängdsmoment	$\vec{L}$	kg·m ² /s

Storhet	Beteckning	Enhet
Ortvektor (från axeln)	$\vec{r}$	m
Rörelsemängd	$\vec{p}$	kg·m/s
Massa	m	kg
Hastighet	$\vec{v}$	m/s
Tröghetsmoment	I	kg·m ²
Vinkelhastighet	ω	rad/s
Tangentiell hastighet	v_{it}	m/s
Kraftmoment	$\vec{\tau}$	N·m
Impulsmoment	$\int \tau_z dt$	kg·m ² /s

Läsning

- 10.5 Angular Momentum
- 10.6 Conservation of Angular Momentum

Se även

- Rotation
- Rotationsmekanik
- Kraftmoment och jämvikt
- Momentekvationen

Svängning

19 okt. 2026, 2 min läsning

UTKAST

#fysik #mekanik #svängning

Kurser: F0004T, F0005T, F0006T Förkunskaper: Newtons lagar, Differentialekvationer

1. Harmonisk oscillator

Återställande kraft proportionell mot utslaget: $F = -kx$. Newton ger

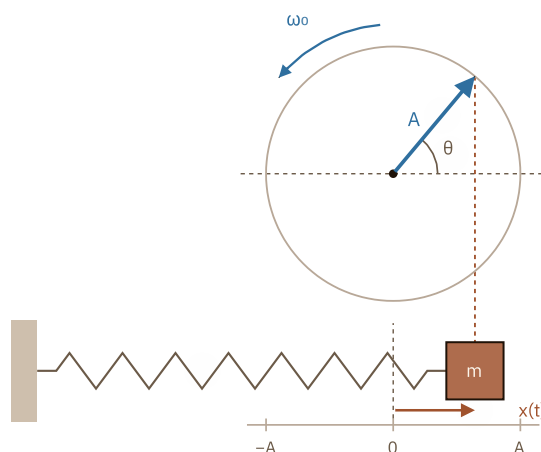
$$m\ddot{x} + kx = 0 \implies \ddot{x} + \omega_0^2 x = 0, \quad \omega_0 = \sqrt{k/m}$$

Fysika: Fb11a

Lösning:

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

Fysika: Fb11a

Period $T = 2\pi/\omega_0$, frekvens $f = 1/T$.

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

vinkeln $\theta = \omega_0 t + \varphi$ växer likformigt;
x är visarens skugga på x-axeln

$$\text{ett varv: } T = 2\pi/\omega_0$$

massan når $\pm A$ i vändlägena
och rör sig snabbast i $x = 0$

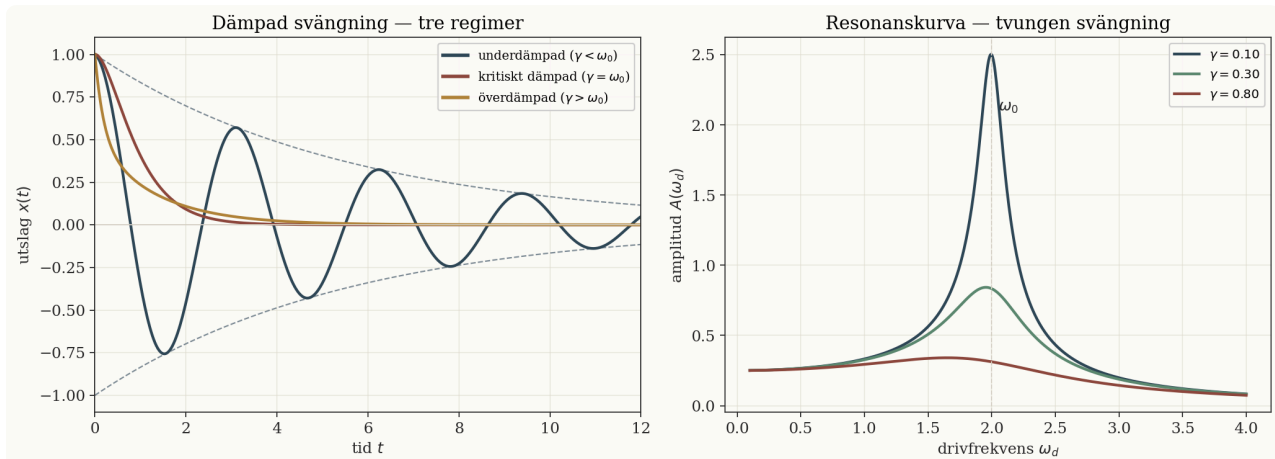
Visaren med längden A roterar med vinkelfrekvensen ω_0 , och massan befinner sig hela tiden rakt under dess spets. Skuggan på x-axeln är $x = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$, och ett varv tar $T = 2\pi/\omega_0$.

2. Dämpad svängning

När en kraft dämpar svängningen:

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0$$

$$\ddot{x} + \underbrace{2\gamma}_{\text{dämpning}} \dot{x} + \omega_0^2 x = 0, \quad \gamma = \frac{b}{2m} \text{ Fysika: Fb11d}$$



Tre fall beroende på rötterna till den karakteristiska ekvationen:

2.1 Underdämpad ($\gamma < \omega_0$)

$$x = Ae^{-\gamma t} \cos(\omega_e t + \phi) \text{ Fysika: Fb11d}$$

$$K_d = Ke^{2\gamma t} \text{ Fysika: Fb11d (i formen } K_d = Ke^{-2\gamma t})$$

2.2 Kritiskt dämpad ($\gamma = \omega_0$)

$$x = e^{-\gamma t}(A_1 + A_2 t) \text{ Fysika: Fb11d}$$

2.3 Överdämpad ($\gamma > \omega_0$)

$$x = e^{-\gamma t}(A_1 e^{\omega_e t} + A_2 e^{-\omega_e t}) \text{ Fysika: Fb11d}$$

2.4 Energi vid dämpad svängning

$$\frac{dE}{dt} = \frac{m}{2}(2v\dot{v}) + \frac{k}{2}(2x\dot{x}) = mv\dot{v} + kx\dot{x} = v(m\dot{v} + kx) = v(-b\dot{x}) = -bv^2$$

- b är dämpningskonstanten; $\frac{dE}{dt} \leq 0$ — energin avtar alltid.

3. Tvungen svängning

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F_0 \cos(\omega_d t)$$

Fysika: Fb11e (i formen $\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega^2 x = (F_{\max}/m) \cos \omega_d t$)

Ger resonans när $\omega_d \approx \omega_0$. Amplituden:

$$A = \frac{F_0}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_d^2)^2 + (2\gamma\omega_d)^2}} \quad \text{Fysika: Fb11e (i formen } A = \frac{F_{\max}/m}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_d^2)^2 + (2\gamma\omega_d)^2}})$$

Maximal amplitud vid resonansfrekvensen $\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\gamma^2}$.

4. Partikel- och fysikpendel

Läsning

- [14.2 Simple Harmonic Motion](#)
- [14.7 Damped Oscillations](#)
- [14.8 Forced Oscillations and Resonance](#)
- [14.5 The Simple Pendulum](#)
- [14.6 The Physical Pendulum](#)

Se även

- [Differentialekvationer](#)
- [Homogena linjära differentialekvationer](#)
- [Cirkelrörelse](#)

Resurser

- [3Blue1Brown: Resonance](#)

Polära koordinater

19 okt. 2026, 15 min läsning

UTKAST

#matematik #fysik #mekanik #kinematik #koordinater

Kurser: F0004T, F0006T, M0066M **Förkunskaper:** Vektorer och rörelse, Cirkelrörelse

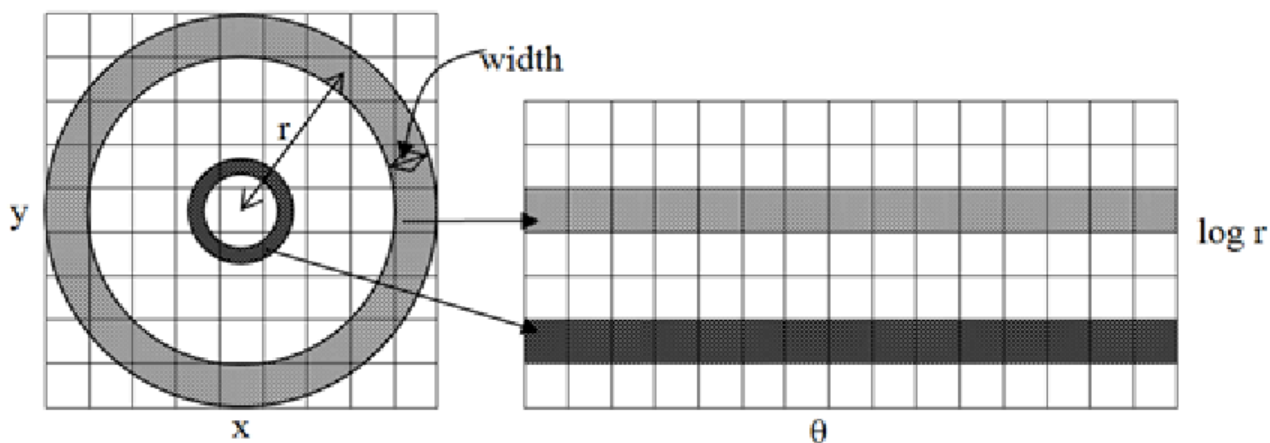
1. Position i polära koordinater

Det polära koordinatsystemet beskriver en punkt i planet med två tal: avståndet $r \geq 0$ till origo och vinkeln θ från positiva x -axeln, mätt moturs.

$$x = r \cos \theta, \quad y = r \sin \theta$$

Omvänt får vi tillbaka de kartesiska koordinaterna ur

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \theta = \arctan \frac{y}{x} \text{ (rätt kvadrant!).}$$



Grundtanken

Polära koordinater är *det naturliga språket* för rörelse som har en föredragen punkt — origo. Allt som handlar om avstånd till en punkt eller vridning kring en punkt blir mycket enklare än med kartesiska (x, y) .

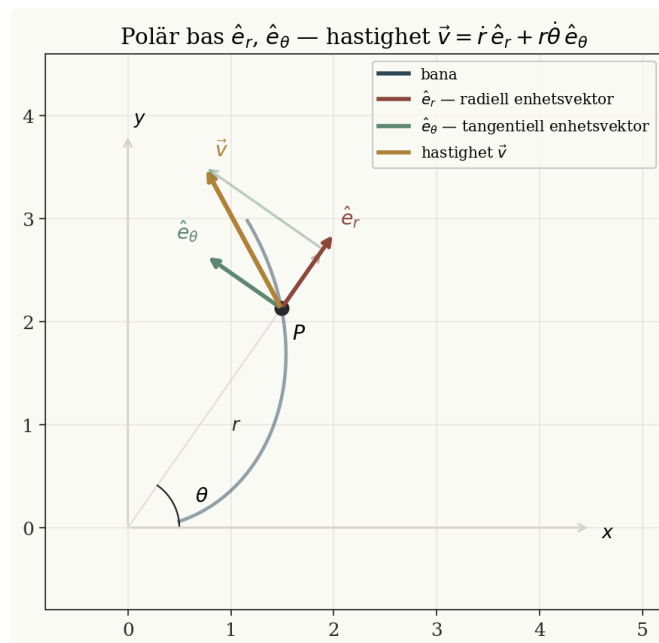
⚠ Singulariteten i origo

I origo är vinkeln θ obestämd: alla värden $\theta \in [0, 2\pi)$ ger samma punkt. För kartläggningar mellan polärt och kartesiskt brukar man tillåta detta som en mängd med **area noll** — utanför origo är bytet bijektivt.

2. Den rörliga basen $\hat{r}, \hat{\theta}$

Varje punkt (r, θ) i planet har sin egen lokala bas: en enhetsvektor $\hat{r}$ som pekar *radiellt utåt* från origo, och en enhetsvektor $\hat{\theta}$ som pekar *transversellt* (90° moturs från $\hat{r}$).

$$\hat{r} = (\cos \theta, \sin \theta), \quad \hat{\theta} = (-\sin \theta, \cos \theta)$$



🔄 Den polära basen är rörlig

Till skillnad från kartesiska $\hat{i}, \hat{j}$ — som pekar likadant överallt — ändras $\hat{r}$ och $\hat{\theta}$ från punkt till punkt. Det är just denna rörlighet som ger upphov till de “extra” termerna i hastighet och acceleration nedan.

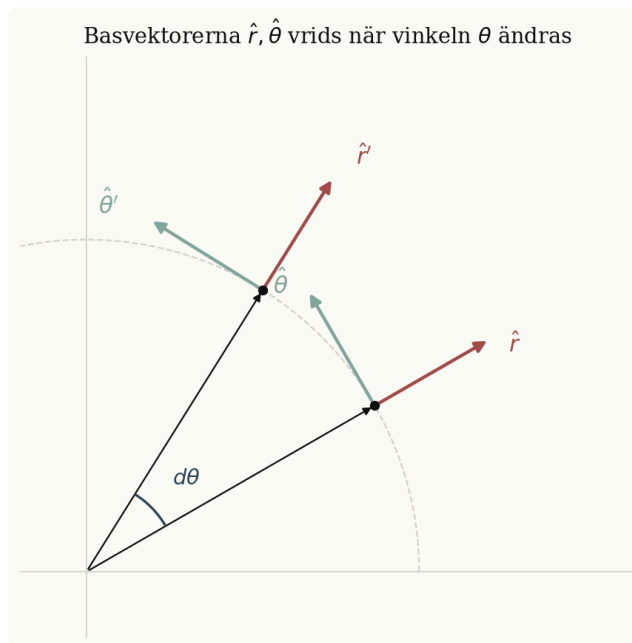
Basen är fortfarande ortonormerad i varje punkt: $\hat{r} \cdot \hat{\theta} = 0$ och $|\hat{r}| = |\hat{\theta}| = 1$.

3. Hur basen ändras i tiden

Eftersom $\hat{r}$ och $\hat{\theta}$ beror på θ , och θ kan bero på tiden, så ändras basvektorerna när partikeln rör sig. Deriverar man uttrycken i §2 med kedjeregeln får man

$$\frac{d\hat{r}}{dt} = \dot{\theta} \hat{\theta}, \quad \frac{d\hat{\theta}}{dt} = -\dot{\theta} \hat{r}.$$

Bilden nedan visar tanken: när partikeln rör sig från en punkt med vinkel θ till en med vinkel $\theta + d\theta$, vrids hela basen med vinkeln $d\theta$. Ändringen $d\hat{r}$ är en vektor *vinkelrät* mot $\hat{r}$ – alltså längs $\hat{\theta}$.



Snabb minnesregel

Bägge derivator är “rotation med vinkelhastighet $\dot{\theta}$ i moturs riktning”:

- $\hat{r}$ vrids åt $+\hat{\theta}$ -hållet $\Rightarrow d\hat{r}/dt = +\dot{\theta}\hat{\theta}$.
- $\hat{\theta}$ vrids åt $-\hat{r}$ -hållet $\Rightarrow d\hat{\theta}/dt = -\dot{\theta}\hat{r}$.

4. Hastighet

Positionsvektorn till en partikel kan skrivas $\vec{r} = r \hat{r}$. Tidsderivering med produktregeln, plus $d\hat{r}/dt = \dot{\theta} \hat{\theta}$, ger

$$\vec{v} = \dot{r} \hat{r} + r \dot{\theta} \hat{\theta}$$

Term	Namn	Tolkning
$\dot{r}$	radiell hastighet	hur snabbt avståndet till origo ändras
$r\dot{\theta}$	transversell hastighet	hur snabbt partikeln "svänger runt" origo

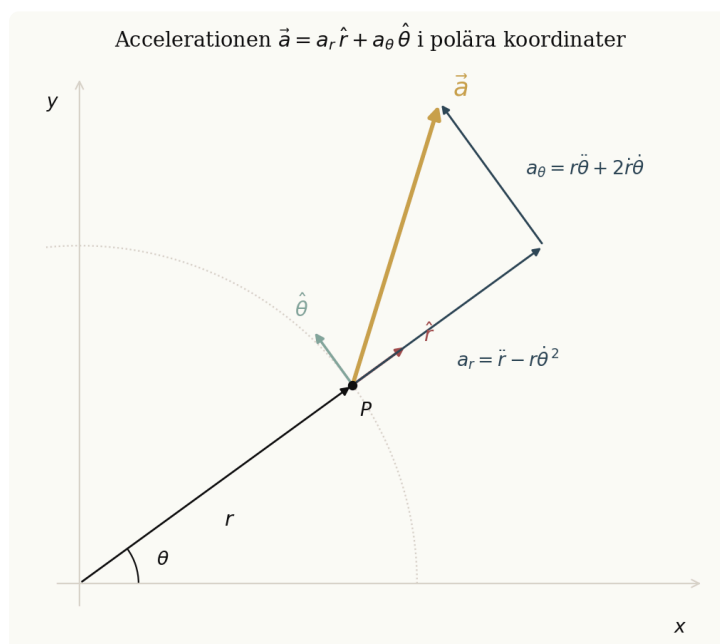
Båglängdsperspektivet

Faktorn r i $r\dot{\theta}$ kommer av att en liten vinkeländring $d\theta$ vid avstånd r svarar mot båglängden $r d\theta$. Vid större r ger samma vinkelhastighet en större tangentiell fart — precis som ett barn längst ut på en karusell rör sig fortare än ett som sitter nära mitten.

5. Acceleration

Deriverar man $\vec{v} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta}$ en gång till — och håller koll på att även $\hat{r}$ och $\hat{\theta}$ deriveras — får man

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{r} + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\hat{\theta}$$



Komponentvis:

$$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2, \quad a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}.$$

De fyra termerna och vad de betyder

Term	Namn	Vad den fångar
$\ddot{r}$	ren radiell acceleration	partikelns avstånd till origo accelererar
$-r\dot{\theta}^2$	centripetalterm	krökning av banan; pekar <i>inåt</i> (negativt $\hat{r}$)
$r\ddot{\theta}$	tangentiell vinkelacceleration	rotationen kring origo snabbas på/bromsas
$2\dot{r}\dot{\theta}$	Coriolisterm	uppträder när både r och θ ändras samtidigt

Specialfall: likformig cirkelrörelse

Sätt $r = R$ (konstant), så $\dot{r} = \ddot{r} = 0$, och $\dot{\theta} = \omega$ (konstant), så $\ddot{\theta} = 0$. Då blir

$$\vec{a} = -R\omega^2 \hat{r} \implies |\vec{a}| = \frac{v^2}{R},$$

där vi använt $v = R\omega$. Detta är precis **centripetalaccelerationen** — minustecknet säger att den pekar *in mot* origo. Bra sanity-check: kinematiken i polära koordinater måste ge samma svar som specialfallet.

6. Räkneexempel: bilen på en rak väg

Det enda stället polära koordinater dyker upp i F0006T-proven är **polisradar-problemet**. Det finns i två siffrversioner men löses *exakt* likadant, och hela lösningen vilar på en enda mening i uppgiften: bilen kör på en **rak väg**. Utan den meningen är problemet olösbart; med den blir det rättframt. Läs därför hela det här avsnittet som en enda lång motivering av *varför* man får göra det man gör — räkningen i exemplen är sedan bara att fylla i siffror.

⚠ Mätvärdena räcker inte i sig — det är därför vägen måste vara rak

Radarn rapporterar bara **fyra** kinematiska tal: r , θ , $\dot{\theta}$ och $\ddot{r}$ (plus massan m). Men accelerationsformeln

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) \hat{r} + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}) \hat{\theta}$$

innehåller *även* $\dot{r}$ och $\ddot{\theta}$ — två storheter vi inte fått. Att bara sätta dem till noll vore att hitta på fysik och ger fel svar. Det som räddar oss är att **banan är känd**: en rak linje. En känd bana binder ihop r och θ , och därmed också alla deras derivator. Det är den bindningen som levererar de två

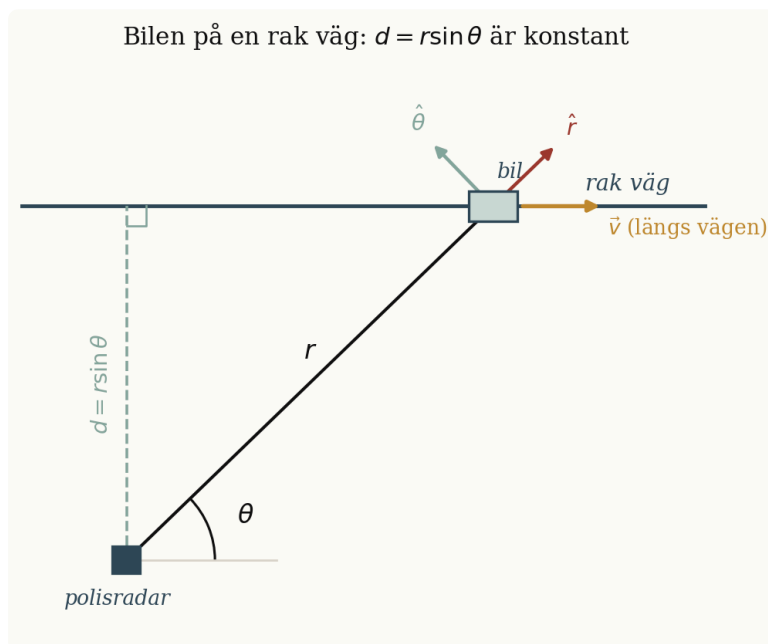
saknade talen.

Den bärande idén: en känd bana är ett *tvång*, och ett tvång får deriveras

Jämför en fri partikel med en pärla trädd på en ståltråd. Den fria partikeln kan ha vilken kombination som helst av de sex talen $r, \dot{r}, \ddot{r}, \theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$ — de är oberoende. Pärlan på tråden är låst: så fort vi vet *var* på tråden den är (säg vinkeln θ) är r bestämt; då är $\dot{r}$ låst till $\dot{\theta}$, och $\ddot{r}$ låst till $\ddot{\theta}$. Bilen på den raka vägen är pärlan, och vägen är tråden. Vi skriver tråden som en ekvation som gäller **vid varje ögonblick bilen rullar** — och just därför får vi derivera den i tiden: en likhet som alltid är sann har en tidsderivata som också alltid är sann. Varje derivering knyter ihop en ny derivata, och så fyller vi luckorna $\dot{r}$ och $\ddot{\theta}$.

6.1 Trådens ekvation: $r \sin \theta = d$

Polisradarn står inte *på* vägen utan vid sidan av den, på det vinkelräta avståndet d till vägbanan. Det avståndet ändras aldrig — radarn flyttar sig inte och vägen är rak. Det är hela tvånget, och vi läser av det direkt ur figuren.



Titta på den rätvinkliga triangeln: radarn i ett hörn, bilen i ett annat, och fotpunkten (där det vinkelräta avståndet möter vägen) i det tredje. Hypotenusan är synlinjen r , och θ är vinkeln mellan synlinjen och själva vägen. Kateten som står vinkelrät mot vägen är då $r \sin \theta$ — men den kateten är per definition det vinkelräta avståndet till vägen. Alltså:

$$d = r \sin \theta = \text{konstant}$$

Lägg märke till vad θ betyder här: vinkeln mäts **från vägens riktning**. När bilen är långt borta löper synlinjen nästan parallellt med vägen och θ är litet; när bilen är rakt för om radarn (närmaste punkten) är synlinjen vinkelrät mot vägen och $\theta = 90^\circ$; när bilen sedan avlägsnar sig minskar θ igen.

🔗 Allt som följer ärver antagandet "rak väg"

Det är *enbart* för att vägen är rak som $r \sin \theta$ är **samma tal** vid alla tidpunkter. Vore vägen krökt skulle det vinkelräta avståndet till radarn variera, högerledet vore inte längre en konstant, och derivatorna nedan skulle få extra okända termer — då går problemet inte att lösa med enbart radarns fyra tal. Varje steg i §6.1 och i båda exemplen lutar sig mot denna enda förutsättning. Stryk "rak väg" och hela metoden faller.

Steg 1 — derivera tråden en gång; det ger $\dot{r}$. En storhet som är konstant i tiden har tidsderivatan noll. Derivera vänsterledet $r \sin \theta$ med produktregeln (både r och θ beror på tiden):

$$\frac{d}{dt}(r \sin \theta) = \dot{r} \sin \theta + r \cos \theta \dot{\theta} = 0.$$

Detta är inte en formel att memorera utan ett *villkor* med en fin tolkning: de två sätten avståndet till vägen kan ändras på — genom att r växer (ger $\dot{r} \sin \theta$) eller genom att vinkeln vrider (ger $r \cos \theta \dot{\theta}$) — tar alltid ut varandra exakt, så att summan blir noll och bilen aldrig lämnar vägen. Löser vi ut den radiella farten:

$$\dot{r} = -r \dot{\theta} \cot \theta$$

Den okända $\dot{r}$ är nu *uttryckt* i de mätta talen $r, \theta, \dot{\theta}$. Det är rak-väg-antagandets första utdelning: en av luckorna är fylld utan att vi behövt mer mätdata.

Steg 2 — derivera tråden en gång till; det ger $\ddot{\theta}$. Villkoret $\dot{r} \sin \theta + r \cos \theta \dot{\theta} = 0$ är också sant vid varje tidpunkt, så även *det* får deriveras i tiden. Produktregeln på var och en av de två termerna:

$$\underbrace{\ddot{r} \sin \theta + \dot{r} \cos \theta \dot{\theta}}_{\frac{d}{dt}(\dot{r} \sin \theta)} + \underbrace{\dot{r} \cos \theta \ddot{\theta} - r \sin \theta \dot{\theta}^2 + r \cos \theta \ddot{\theta}}_{\frac{d}{dt}(r \cos \theta \dot{\theta})} = 0.$$

De två likadana $\dot{r} \cos \theta \ddot{\theta}$ -termerna slås ihop till en faktor 2 (samma struktur som Coriolistermen längre upp — det är ingen slump, det är produktregeln på ett blandat $r\theta$ -uttryck):

$$\ddot{r} \sin \theta + 2\dot{r} \dot{\theta} \cos \theta - r \dot{\theta}^2 \sin \theta + r \ddot{\theta} \cos \theta = 0.$$

Nu är $\ddot{\theta}$ den **enda** obekanta kvar: $r, \theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$ är mätta och $\dot{r}$ kom från steg 1. Lös ut den:

$$\ddot{\theta} = \frac{r \dot{\theta}^2 \sin \theta - 2\dot{r} \dot{\theta} \cos \theta - \ddot{r} \sin \theta}{r \cos \theta}$$

Därmed har vi *alla sex* polära storheter. Notera särskilt att $\ddot{\theta}$ i allmänhet **inte** är noll — den raka vägen tvingar fram en bestämd vridningsacceleration kring radarn, och just därför är det ett fel att slentrianmässigt anta $\ddot{\theta} = 0$.

Steg 3 — nu, och först nu, accelerationsformeln. Poängen med steg 1–2 var att fylla luckorna $\dot{r}$ och $\ddot{\theta}$. Med dem på plats är resten ren insättning i den vanliga polära kinematiken, följt av Newtons andra lag:

$$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2, \quad a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}, \quad |\vec{a}| = \sqrt{a_r^2 + a_\theta^2}, \quad |\vec{F}| = m|\vec{a}|.$$

🔗 En oberoende slutttest: accelerationen ligger längs vägen

Eftersom en rak väg har krökning noll får varken hastigheten eller accelerationen någon komponent *vinkelrät* mot vägen — båda vektorerna pekar längs vägbanan. Det ger en gratis kontroll: räknar man om $\vec{v}$ och $\vec{a}$ till xy -komponenter ska de bli parallella. Är de det vet man att steg 1–2 är rätt; är de det inte har tvånget hanterats fel. Detta är samma fysik som $r \sin \theta = \text{konstant}$, sedd från andra hållet.

☰ Exempel 1 — Polisradar (F0006T, tenta 2022-03-27 / 2025-06-04)

En bil kör förbi en polisradar på en **rak väg**. Vid en viss tidpunkt mäter radarn

$$r = 59,33 \text{ m}, \quad \theta = 43,81^\circ, \quad \dot{\theta} = -0,220 \text{ rad/s}, \quad \ddot{r} = 5,500 \text{ m/s}^2.$$

Beräkna beloppet av nettokraften på bilen om dess massa är $m = 845 \text{ kg}$.

✎ Lösning

Innan vi rör en siffra: vad gör problemet lösbart? Radarn ger oss $r, \theta, \dot{\theta}, \ddot{r}$ — men $\vec{a}$ behöver också $\dot{r}$ och $\ddot{\theta}$. De två saknade talen kommer *uteslutande* från att vägen är rak, via tvånget $r \sin \theta = d = \text{konstant}$ (§6.1). Vi följer därför de tre stegen därifrån. Varenda rad nedan förutsätter den raka vägen; vore vägen krökt skulle uppgiften sakna entydigt svar.

Förberedelse — trigvärden vid $\theta = 43,81^\circ$. $\sin \theta = 0,6925$, $\cos \theta = 0,7214$, och $\cot \theta = \cos \theta / \sin \theta = 1,0416$. Dessa tre dyker upp i varje steg, så vi beräknar dem en gång.

Steg 1 — radiell fart ur $\dot{r} = -r\dot{\theta} \cot \theta$. Detta är första derivatan av tvånget, utlöst för $\dot{r}$:

$$\dot{r} = -r\dot{\theta} \cot \theta = -59,33 \cdot (-0,220) \cdot 1,0416 = +13,60 \text{ m/s}.$$

Tecknet bär fysik. $\dot{r} > 0$ betyder att avståndet till radarn *växer*: bilen har redan passerat sin närmaste punkt och kör nu därifrån. Det rimmar med att $\dot{\theta} < 0$ — vinkeln mot vägen krymper tillbaka mot noll allteftersom bilen avlägsnar sig. Hade vi (felaktigt) antagit $\dot{r} = 0$ hade vi påstått att bilen inte närmar sig eller fjärrnar sig radarn alls, vilket är orimligt mitt under en passage.

Steg 2 – vinkelacceleration ur andra derivatan av tvånget. Vi behöver centripetalfaktorn $r\dot{\theta}^2 = 59,33 \cdot (0,220)^2 = 2,872$. Sätt in $r, \theta, \dot{\theta}, \dot{r}, \ddot{r}$ i den utlösta formeln för $\ddot{\theta}$, term för term:

$$\ddot{\theta} = \frac{\overbrace{2,872 \cdot 0,6925}^{= 1,989} - \overbrace{2 \cdot 13,60 \cdot (-0,220) \cdot 0,7214}^{= -4,315} - \overbrace{5,500 \cdot 0,6925}^{= 3,809}}{\underbrace{59,33 \cdot 0,7214}_{= 42,80}} = \frac{1,989 + 4,31}{42,8}$$

(Mittersta termen byter tecken: ett minus framför ett negativt tal blir plus.) Att $\ddot{\theta} \neq 0$ är inte ett fel utan precis vad den raka vägen *kräver* – bilen måste vrida sig kring radarn i en bestämd takt för att hålla sig på linjen. Detta är talet den naiva lösningen slarvar bort genom att gissa $\ddot{\theta} = 0$.

Steg 3 – sätt ihop accelerationen. Nu finns alla sex storheter, så vi använder den vanliga polära formeln:

$$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = 5,500 - 2,872 = 2,628 \text{ m/s}^2, \\ a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 59,33 \cdot 0,0583 + 2 \cdot 13,60 \cdot (-0,220) = 3,459 - 5,982 = -2,524 \text{ m/s}^2.$$

Radiellt bidrar både den rena $\ddot{r}$ och centripetaltermen $-r\dot{\theta}^2$ (som drar inåt). Transversellt dominerar Coriolistermen $2\dot{r}\dot{\theta}$ – den är stor just för att bilen samtidigt har stor radiell fart (steg 1) och vrider sig (stor $\dot{\theta}$).

Belopp och kraft. $\dot{r}$ och $\dot{\theta}$ är vinkelräta, så beloppet ges av Pythagoras – *inte* av summan av komponenterna:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_r^2 + a_\theta^2} = \sqrt{2,628^2 + 2,524^2} = \sqrt{6,91 + 6,37} \approx 3,644 \text{ m/s}^2, \\ |\vec{F}| = m|\vec{a}| = 845 \cdot 3,644 \approx \boxed{3,08 \text{ kN}}.$$

Rimlighetskontroll via farten. Det bästa testet på att vi inte tappat en faktor är att räkna ut bilens fart. Med $\dot{r} = 13,60$ och $r\dot{\theta} = 59,33 \cdot (-0,220) = -13,05$:

$$v = \sqrt{\dot{r}^2 + (r\dot{\theta})^2} = \sqrt{13,60^2 + 13,05^2} \approx 18,9 \text{ m/s} \approx 68 \text{ km/h}.$$

En fullt normal vägfart. Att $|\dot{r}| \approx |r\dot{\theta}|$ betyder dessutom att farten är jämnt fördelad mellan radiell och transversell led – precis vad man väntar sig när synlinjen lutar ungefär 44° mot vägen och hela rörelsen ändå sker *längs* vägen.

☰ Exempel 2 – Polisradar med andra siffror (F0006T 2024-08-27 / 2025-08-26)

Samma raka väg, nya mätvärden:

$$r = 59,9 \text{ m}, \quad \theta = 43,8^\circ, \quad \dot{\theta} = -0,200 \text{ rad/s}, \quad \ddot{r} = 5,300 \text{ m/s}^2, \quad m = 835 \text{ kg}.$$

Lösning

Samma raka väg, samma tre steg. Eftersom *varför*-frågan redan är besvarad i §6.1 och i Exempel 1 går vi här något snabbare genom räkningen — men varje siffra kommer fortfarande ur exakt samma tvång $r \sin \theta = d = \text{konstant}$. Tar man bort den raka vägen försvinner $\dot{r}$ och $\ddot{\theta}$, och uppgiften blir olösbar.

Förberedelse — trigvärden vid $\theta = 43,8^\circ$. $\sin \theta = 0,6921$, $\cos \theta = 0,7218$, $\cot \theta = 1,0428$.

Steg 1 — radiell fart (första derivatan av tvånget).

$$\dot{r} = -r\dot{\theta} \cot \theta = -59,9 \cdot (-0,200) \cdot 1,0428 = +12,49 \text{ m/s}.$$

Återigen $\dot{r} > 0$: bilen har passerat och avlägsnar sig.

Steg 2 — vinkelacceleration (andra derivatan av tvånget). Med $r\dot{\theta}^2 = 59,9 \cdot (0,200)^2 = 2,396$:

$$\ddot{\theta} = \frac{2,396 \cdot 0,6921 - 2 \cdot 12,49 \cdot (-0,200) \cdot 0,7218 - 5,300 \cdot 0,6921}{59,9 \cdot 0,7218} = \frac{1,656 + 3,607 -}{43,23}$$

Steg 3 — komponenter, belopp, kraft.

$$\begin{aligned} a_r &= \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = 5,300 - 2,396 = 2,904 \text{ m/s}^2, \\ a_\theta &= r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 59,9 \cdot 0,0369 + 2 \cdot 12,49 \cdot (-0,200) = 2,210 - 4,997 = -2,787 \text{ m/s}^2, \\ |\vec{a}| &= \sqrt{2,904^2 + 2,787^2} = \sqrt{8,43 + 7,77} = \sqrt{16,20} \approx 4,025 \text{ m/s}^2, \\ |\vec{F}| &= m|\vec{a}| = 835 \cdot 4,025 \approx \boxed{3,36 \text{ kN}}. \end{aligned}$$

Rimlighetskontroll. $v = \sqrt{\dot{r}^2 + (r\dot{\theta})^2} = \sqrt{12,49^2 + 11,98^2} \approx 17,3 \text{ m/s} \approx 62 \text{ km/h}$ — återigen en rimlig vägfart, vilket bekräftar räkningen.

Sammanfattning: vad antagandet "rak väg" gör för oss

Båda tentauppgifterna ser ut som rena insättningsproblem, men radarn ger bara fyra kinematiska tal medan accelerationen behöver sex. Det är den raka vägen — och *bara* den — som fyller gapet:

1. Rak väg $\Rightarrow$ det vinkelräta avståndet $r \sin \theta = d$ är konstant i tiden.
2. Derivera en gång $\Rightarrow \dot{r}$ (annars okänd).
3. Derivera två gånger $\Rightarrow \ddot{\theta}$ (annars okänd; i synnerhet *inte* noll).

4. Först därefter $\vec{a}$ i polära koordinater, sedan $\vec{F} = m\vec{a}$.

Det vanliga, naiva felet är att hoppa direkt till steg 4 och gissa $\dot{r}$ och $\ddot{\theta}$. Då försvinner hela fysiken i problemet, och svaret blir bara rätt av en slump om gissningen råkar matcha tvånget. Lär dig kedjan “rak väg → derivera tvånget → accelerationsformeln”, inte siffrorna.

⚠ Vanliga fallgropar

- **Hittat på $\dot{r}$ eller satt $\ddot{\theta} = 0$.** Mätvärdena innehåller inte $\dot{r}$ och $\ddot{\theta}$ — de *måste* räknas fram ur rak-väg-villkoret. Att gissa $\ddot{\theta} = 0$ är fysikaliskt fel: en rak väg tvingar fram en bestämd $\ddot{\theta} \neq 0$.
- **Glömt centripetaltermen $-r\dot{\theta}^2$.** Att skriva $a_r = \ddot{r}$ stämmer bara om bilen inte vrider sig kring radarn.
- **Glömt Coriolistermen $2\dot{r}\dot{\theta}$.** Faktorn 2 kommer från produktregeln i derivationen.
- **Räknat $|\vec{a}| = |a_r| + |a_\theta|$.** Komponenterna är ortogonala — det är *Pythagoras* som gäller: $|\vec{a}| = \sqrt{a_r^2 + a_\theta^2}$.

7. Sammanfattning

Storhet	Uttryck i polära koordinater
Position $\vec{r}$	$r \hat{r}$
Hastighet $\vec{v}$	$\dot{r} \hat{r} + r\dot{\theta} \hat{\theta}$
Acceleration $\vec{a}$	$(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) \hat{r} + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}) \hat{\theta}$
Basvektorernas tidsderivator	$\frac{d\hat{r}}{dt} = \dot{\theta} \hat{\theta}, \quad \frac{d\hat{\theta}}{dt} = -\dot{\theta} \hat{r}$

🔄 Metodikchecklista

När en uppgift ger mätvärden i polära koordinater:

1. **Räkna mätvärdena.** Får du alla sex storheter ($r, \dot{r}, \ddot{r}, \theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$)? Om någon saknas finns ett **tvångsvillkor** (t.ex. rak väg, $r \sin \theta = \text{konst}$) som ska deriveras för att få de saknade derivatorna — gissa aldrig.
2. **Sätt upp formeln** för $\vec{v}$ eller $\vec{a}$ symboliskt först — så ser man vilka mätvärden som behövs.

3. **Beräkna a_r och a_θ** komponentvis. Var noga med teckenkonventioner: $\dot{r} < 0$ betyder att partikeln närmar sig origo, $\dot{\theta} < 0$ betyder vridning medurs.
4. **Ortogonalt belopp:** $|\vec{a}| = \sqrt{a_r^2 + a_\theta^2}$.
5. **Newton avslutar:** $|\vec{F}| = m|\vec{a}|$.
6. **Sanity-check** mot specialfall (cirkelrörelse, ren radiell rörelse) eller via farten $v = \sqrt{\dot{r}^2 + (r\dot{\theta})^2}$.

Läsning

- [M2 Polära koordinater](#) — F0006T:s primära kursunderlag (Lehto)
- [8.5 Polar Coordinates and Polar Curves](#) — grundläggande geometrisk introduktion (Adams)
- [12.6 Polar Components of Velocity and Acceleration](#) — härledning av samma formler i kalkylböckernas språk
- [3 Motion in Two or Three Dimensions](#) — Young & Freedman om allmän 2D-kinematik

Se även

- [Cirkelrörelse](#) — specialfall där r är konstant
- [Vektorer och rörelse](#) — kartesiska motsvarigheter till samma kinematik
- [Variabelbyte i dubbelintegraler](#) — polära koordinater som integrationsverktyg ($dA = r dr d\theta$)
- [Polär form för komplexa tal](#) — samma koordinater, andra tillämpning

Resurser

- [Khan Academy: Polar coordinates](#) — kort introduktion
- [Wikipedia: Polar coordinate system](#)
- [MIT OCW 8.01 — Lecture on motion in 2D](#) — kompletterande genomgång av vektorkinematik

Icke-konstant acceleration

19 okt. 2026, 1 min läsning

UTKAST

#fysik #mekanik #kinematik

Kurser: F0004T, F0006T **Förkunskaper:** Kinematik, Integraler

När $a = a(t)$ (inte konstant) måste man integrera:

$$v(t) = v_0 + \int_0^t a(\tau) d\tau$$

$$x(t) = x_0 + \int_0^t v(\tau) d\tau$$

Om $a = a(x)$ eller $a = a(v)$

Använd **kedjeregeln**:

$$a = \frac{dv}{dt} = v \frac{dv}{dx}$$

vilket ger separabla **ODE**:er.

☰ Luftmotstånd

$$\text{Om } a = -kv: \frac{dv}{dt} = -kv \Rightarrow v(t) = v_0 e^{-kt}.$$

Läsning

- 2.6 Velocity and Position by Integration

Se även

- Kinematik
- Svängning
- knyck

Gravitation

19 okt. 2026, 2 min läsning

UTKAST

#fysik #mekanik #gravitation

Kurser: F0004T, F0006T **Förkunskaper:** Newtons lagar

1. Newtons gravitationslag

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

där $G = 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2$ (Fysika TE).

Kraften är attraktiv och verkar längs linjen mellan massornas centra.

Tyngdaccelerationen nära jordens yta:

$$g = \frac{GM_{\oplus}}{R_{\oplus}^2} \approx 9,82 \text{ m/s}^2$$

2. Gravitationell potentiell energi

$$U(r) = -\frac{Gm_1 m_2}{r}$$

Definierad så att $U_g = 0$ vid $r \rightarrow \infty$. Finns i Fysika **FB5b**.

Om $r \rightarrow \infty$ och $E \rightarrow 0$ är systemet obundet.

3. Keplers lagar

K_I : Varje planet rör sig i en ellips med solen i ena fokuspunkten.

K_{II} : En linje från planeten till solen sveper över lika stor area på given tid.

K_{III} : Planeternas periodtid:

$$T = \frac{2\pi a^{3/2}}{\sqrt{G_N M_\oplus}}$$

4. Tyngdaccelerationens variation

Jordradien beror på positionen eftersom jorden är lite tillplattad.

Eftersom jorden roterar kring sin egen axel är den egentligen inte ett inertialsystem. I ett roterande koordinatsystem uppstår den virtuella centrifugalkraften.

Verklig tyngd:

$$w_0 = G_N \frac{mM_\oplus}{R_\oplus^2}$$

Upplevd tyngd (centrifugalkorrigerad):

$$w = w_0 - \frac{mv^2}{R_\oplus}$$

5. Svarta hål

Om man kommer närmre ett svart hål än Schwarzschildradien R_s kan man aldrig ta sig ut — inte ens ljuset. R_s kallas även händelsehorisonten.

$$R_s = \frac{2G_N M}{c^2}, \quad M = \text{svarta hålets massa}$$

Läsning

- [13.1 Newton's Law of Gravitation](#)
- [13.5 Kepler's Laws and the Motion of Planets](#)
- [13.7 Apparent Weight and the Earth's Rotation](#)
- [13.8 Black Holes](#)

Se även

- [Newtons lagar](#)
 - [Potentiell energi och energibevarende](#)
 - [Cirkelrörelse](#)
-

Momentancentrum

19 okt. 2026, 1 min läsning

UTKAST

#fysik #mekanik #rotation

Kurs: F0006T Förkunskaper: Allmän rörelse, Rotation

1. Definition

En stel kropps **allmänna rörelse** i planet kan i varje ögonblick beskrivas som en **ren rotation** kring en viss punkt C – kroppens **momentancentrum**. Punkten C har vid det aktuella ögonblicket hastigheten $\vec{v}_C = 0$, även om den i nästa ögonblick kan ligga någon annanstans.

För varje annan punkt P på kroppen är

$$\vec{v}_P = \vec{\omega} \times \vec{r}_{P/C}$$

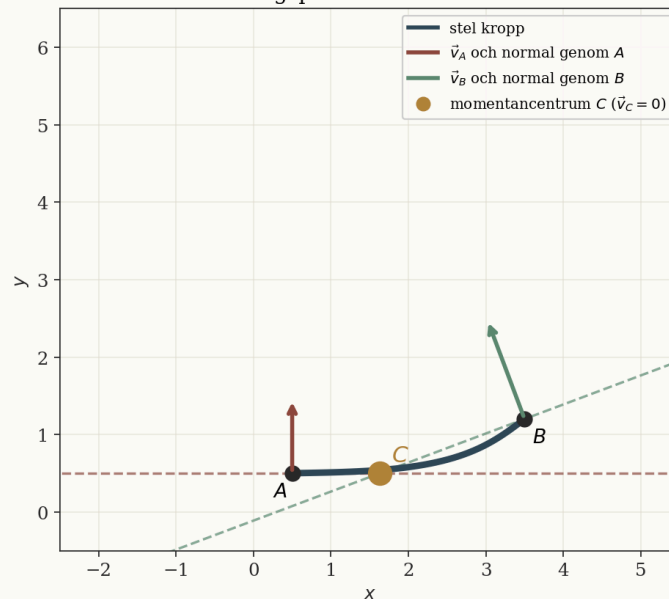
så $\vec{v}_P \perp \vec{r}_{P/C}$.

2. Geometrisk konstruktion

Om man känner till hastighetsriktningarna för två punkter A och B på kroppen kan man hitta C grafiskt:

1. Rita en normal till $\vec{v}_A$ genom A .
2. Rita en normal till $\vec{v}_B$ genom B .
3. Skärningspunkten är C .

Momentancentrum: skärningspunkt mellan normalerna till hastigheterna



3. Specialfall – rullning utan glidning

För ett hjul med radie R som rullar utan glidning på ett underlag ligger momentancentrum momentant i **kontaktpunkten**. Det förklarar varför

$$v_{cm} = \omega R$$

— masscentrum är på avståndet R från C , så $v_{cm} = \omega R$ direkt ur $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$.

Läsning

- [Lehto, kap 7: Momentancentrum](#)

Se även

- Allmän rörelse
- Rotation
- Rörelsemängdsmoment

F0006T Labb 1 – Radioaktivitet

19 okt. 2026, 33 min läsning

Radioaktivitet

Tjernobyl; Cs-137-nedfallet efter Tjernobyl

ERIK ELFGREN, SVERKER FREDRIKSSON & SUNE MARKLUND · AUGUSTI 2025

INSTITUTIONEN FÖR TEKNIKVETENSKAP OCH MATEMATIK

INTRODUKTION

Labbens två delar

Labben har inga farliga strålningsnivåer eller högaktiva prover.

- **Del A** — mätning av radioaktivitet i livsmedel.
- **Del B** — analys av betaspektrum från Cs-137.

Detta ska ni göra i anslutning till labben:

- **Hemuppgifter** ska göras i god tid **före** labben eftersom de kan ta ett par timmar.
- **En rapport** som ska lämnas in i Canvas senast **två veckor** efter labbtillfället. Notera att rapporten utgör den större delen av tiden för labben.

Bonuspoäng

Om den första versionen av rapporten är välgjord (dvs uppfyller instruktionerna under Viktigt) och lämnas in i tid kan den ge en **halv bonuspoäng** på tentan.

Returer och försening

- *Den som kommer dåligt förberedd till labben kan avvisas.*
- **Normalt ges bara en retur. Aldrig mer än två.** Då får ni göra om labben en annan gång.

- Om ni inte följer instruktionerna i rapportavsnittet kan ni få retur utan kommentarer. Grovt försenad inlämning likväl som icke-åtgärdade kommentarer på returen kan leda till att ni blir underkända på laborationen.
- Den som kommer mer än 30 min för sent till labben får en extrauppgift att lämna in inom en vecka.

HEMUPPGIFTER

Läsanvisning

Läs labbinstruktionen och boken Young & Freedman (2015), kapitel **43.3** och **43.4**, för att lösa hemuppgifterna!

Före labben ska ni ha **läst teoriavsnitten, kollat** på experimentavsnitten och gjort uppgifterna i **H1 & H2**. Lösningarna redovisas på labben.

H1 Moment A

1) Ta med livsmedel att mäta på (frivilligt)

Lämpliga livsmedel är renkött, älgkött, svamp och insjöfisk. Köpt mat duger sällan. Provet får inte vara fryst, och ska vara i så små bitar att det går att packa tätt i en provburk på antingen 1 liter eller ca 2 deciliter. *Om ni inte har med något prov får ni låna ett.*

2) Vad är bakgrundsstrålning?

Vad är bakgrundsstrålning? Vilka är de vanligaste källorna? Vilken är den viktigaste källan i labben? Se **A2 Utrustning**, se nedan.

3) Beräkna aktiviteten för 1,0 kg Seltin

Redovisa en teoretisk beräkning av aktiviteten från "hälsosaltet" Seltin (som innehåller KCl) med utgångspunkt från att **21 %** (massandel) utgörs av naturligt kalium. Andelen K-40 i naturligt kalium samt nuklidmassan för K-40 finns i Fysika Tk4, Elfgren (2020). Diskutera aktiviteten jämfört med Livsmedelsverkets gräns. Se **I1 Moment A**, nedan.

H2 Moment B

4) Beräkna energin för elektronerna som kommer från inre konversion i Cs-137-sönderfall

Vilka är de teoretiska värdena för energierna hos elektronerna från inre konversion, när de kommer från **K-** respektive **L-skalet**? Läs om inre konversion i **B1 Teori**, nedan.

5) Vilka β^- -sönderfall blir det av Cs-137?

Skriv ner reaktionsformlerna för de 2 sönderfallen. Glöm inte följsönderfall. Exempel, se ekvation (1).

6) Beräkna elektronernas maxenergi vid de två betasönderfallen av Cs-137

Beräkna maxenergin för det ovanligare sönderfallet ur den frigjorda energin, Q , och sedan energin för det vanligare sönderfallet med hjälp av γ -energin och Figur 1.

Sanity check

Om ni får $Q \approx 0,66$ MeV så har ni med en elektron för mycket.

INLEDNING

Radioaktivitet är ett viktigt område för grundforskning, tillämpningar och samhällsdebatt alltsedan den upptäcktes av Henri Becquerel och makarna Marie och Pierre Curie i slutet av 1800-talet. Strålning i för höga doser kan ge cancer men radioaktivitet är även ett viktigt hjälpmedel inom medicinen, t.ex. vid behandling av cancer. Även i rent tekniska sammanhang används radioaktivitet, t.ex. vid kontroll av tjockleken på valsad plåt eller tunna folier, eller av massaflödet i ett pappersbruk. Radioaktivitet förknippas också ofta med atombomber, men även med fredligt användande av kärnenergi i kärnkraftverk. Debatten om kärnkraftens inverkan på miljön och oss människor har varit hetsig, och inte minst de kärntekniska olyckorna i Harrisburg, Tjernobyl och Fukushima har påverkat opinionen över hela världen. Även strålning från radon är viktig. Radon är den farligaste källan till radioaktivitet i vår omgivning, men drabbar mest dem som fortfarande bor kvar i s.k. radonhus, d.v.s. hus byggda av byggmaterial med förhöjt innehåll av uran, torium och radium. Sådana material har inte använts till nybyggnation i Sverige sedan 1972, men äldre hus behöver ibland omfattande renovering för att inte klassas som hälsofarliga.

I1 Moment A

Radioaktiviteten i livsmedel ska bestämmas. Idag finns bara två relevanta isotoper som förekommer i livsmedel; cesium-137 från den havererade reaktorn i Tjernobyl 1986 och sovjetryska bombprov på 1960-talet samt kalium-40, som är en naturlig och mycket långlivad isotop av grundämnet kalium.

Vid Tjernobylolyckan våren 1986 spreds radioaktivt cesium och jod med vindarna över Europa. Vissa delar av Sverige drabbades svårt av nedfall i samband med regn. Efter olyckan utfördes mätningar från flygplan som systematiskt flög över hela landet på låg höjd, och gammastrålningen från cesium mättes med en **scintillationsdetektor**. Resultatet av dessa mätningar finns på kartor i laboratoriet. Främst drabbades ett bälte från Stockholmsområdet i söder till Västerbotten i norr. Variationerna inom detta bälte var dock avsevärda (beroende på nederbördens omfattning dygnet efter olyckan). Värst drabbades Gävle- och Sundsvallstrakterna med aktiviteter på upp till 180 kBq per m² markyta från Cs-137. Norrbotten drabbades inte nämnvärt, men här finns fortfarande cesiumspår från de sovjetiska atombombsproven på den arktiska ön Novaja Zemlja på 1960-talet.

Halveringstiden för Cs-137 är 30,08 år (Fysika, Elfgren, 2020). I nedfallet ingick också den högaktiva isotopen Cs-134 med halveringstiden 2,065 år (Elfgren, 2020) och reaktionsformel

```
\begin{aligned} ^{134}_{55}\text{Cs} &\rightarrow 100\% \, ^{134}_{56}\text{Ba} + \text{e}^- + \bar{\nu}_e \\ ^{134}_{55}\text{Cs} &\rightarrow ^{134}_{56}\text{Ba} + \gamma. \end{aligned}
```

Omedelbart efter nedfallet uppmättes Cs-134-aktiviteter som var cirka 2/3 av aktiviteten från Cs-137. De vitt skilda halveringstiderna medför att förhållandet mellan aktiviteterna är en helt annan idag. Resterna av Cs-134 från Tjernobyl och kärnvapenproven är nära nog obefintliga. När olyckan blev känd i Sverige så varnade statens strålskyddsinstitut framförallt för radioaktivt jod, vilket är vanligt i kärnavfall. Sådant jod utgjorde faktiskt en majoritet av nedfallet över Europa, men fick inte alls samma långvariga konsekvenser som cesiumet. Däremot är inte radioaktivt cesium lika farligt som jod. Jod ansamlas i sköldkörteln där det kan orsaka cancer, medan cesium sprider sig rätt jämnt i mindre känslig muskelmassa och försvinner helt ur kroppen på någon månad.

Mängden cesium i livsmedel beror naturligtvis på markbeläggningen där livsmedlet producerats, men också på hur cesium, som är en tungmetall, anrikas i näringskedjorna. Mossor och svampar tar lätt upp tungmetaller. Renkött från områden med mycket hög markbeläggning 1986 kan därför till och med idag innehålla otillåtna mängder cesium. Den *biologiska* halveringstiden för cesium i ren är dock endast två till tre veckor. Detta utnyttjade man, genom att före slakt flytta "smittade" renar till områden med låg markbeläggning eller genom att stödutfodra dem i hägn. Cesiumet avgår främst med urinen.

Allmänt finns cesiumet främst i olika salter. Dessa är tunga, och mycket cesium har därför följt vattnet i naturen "nedåt". I bottensedimentet i de värst drabbade områdenas sjöar och vattendrag kan därför än idag ha höga aktiviteter i sediment uppmätas, även om detta numera är rätt sällsynt. Mygglarver och andra insekter får i sig cesium i bottenslammet, och fiskarna livnär sig sedan på dessa larver. Fisk från de värst drabbade sjöarna och vattendrag kan därför än idag klassas som otjänlig och får ej försäljas. Det betyder inte att den är "oätlig", utan att den är olämplig att äta ofta och i stora mängder.

I allmänhet är högre strålningsenergi farligare. Men om ämnet strålar inne i våra kroppar så beror farligheten i lika hög grad på var ämnet hamnar och på hur fort det lämnar kroppen (eller försvinner på grund av sönderfallen). Exempelvis är strontium-90 mycket farligt eftersom det sätter sig i ryggmärgen och har en olämplig halveringstid på ca 90 år. Under de sovjetryska bombproven i norra ishavet på 1960-talet var det främst utsläppet av strontium som väckte oro hos oss i Skandinavien.

Bestämmelser

Efter Tjernobylolyckan fastställde Livsmedelsverket nationella gränsvärden för cesium-137 i livsmedel, Livsmedelsverket (2016). Dessa är:

Gränsvärden Cs-137 i livsmedel

- **1 500 Bq/kg** — kött av ren och vilt, insjöfisk, vilda bär och svamp samt nötter.
- **300 Bq/kg** — övriga livsmedel.

Salt och andra kryddor räknas *inte* som livsmedel och har ingen lagstiftad gräns eftersom konsumtionen av dessa är begränsad.

I2 Moment B

Ett enkelt fall av betastrålning från ett konstgjort prov av cesium-137 ska studeras i syfte att illustrera fysiken bakom betasönderfall.

I detta moment ska betastrålningen mätas från ett konstgjort prov med Cs-137 (jämför med Moment A där *gamma*strålningen från följsönderfallet mäts). Gammastrålningen kommer även att komma in *indirekt* i detta moment.

Provet består av en liten mängd Cs-137 som är inkapslad i en smal aluminiumstavs spets. Staven förvaras normalt med spetsen i en liten behållare av bly för att minska strålningen till omgivningen.

I behållaren finns även ett prov som avger alfastrålning från isotopen Am-241. Denna isotop används ofta i brandvarnare, eftersom alfapartiklar stoppas lätt av minsta hinder, t ex rök i luften. Om tiden medger kanske läraren visar en kort mätning med detta prov. Alfastrålning innebär ju att en kärna delar sig i två delar, där den ena är alfapartikeln (en helium-4-kärna) och den andra är kvarvarande dotterkärna. Sådana sönderfall ger alltid en fix rörelseenergi hos både alfapartikeln och dotterkärnan. Betastrålning däremot har inte konstant energi hos betapartikeln (en elektron i detta fall), eftersom en tredje partikel strålar ut – en neutrino. Mer om fysiken bakom detta kommer längre fram.

I detta moment ska ni även studera inre konversion (se stycket B1 Teori) vilket haft en historisk betydelse i fysiken. När Marie Curie för drygt hundra år sedan mätte betastrålning så hade hon en detektor med låg känslighet, och dessutom bara för höga betaenergier. Hon lyckades därför bara se elektronerna från den inre konversion, som inte på något sätt är typiska för de elektroner som kommer från själva atomkärnan. Hon drog därför fel slutsatser om betasönderfall från kärnor. Saken reddes inte ut förrän efter första världskrigets slut, när grundforskning åter kom i ropet och detektorerna blivit bättre. Då upptäcktes att betapartiklarna inte har samma sorts spektrum som motsvarande alfapartiklar efter alfasönderfall. De har helt enkelt inte en fix rörelseenergi – lika vid alla sönderfall. Man säger att betaspektrum är *kontinuerligt*. Denna upptäckt var en stor gåta i mer än ett decennium, och alla möjliga förklaringar lanserades av kända fysiker. Niels Bohr, som fått nobelpris i fysik för sin förklaring av atomens struktur, trodde att energin inte är en bevarad storhet på atomär nivå. Det var först i början på 1930-talet som Wolfgang Pauli föreslog att en hittills okänd, “osynlig” partikel strålar ut tillsammans med betapartikeln och “stjäl” energi från processen på ett slumpmässigt sätt. Detta är **neutrino**. Neutriner är mycket svåra att detektera. För att stoppa hälften av en skur med neutriner behövs en “blydetektor” som är ett ljusår tjock! Neutrino är i själva verket universums allra vanligaste partikel. Som tur var finns de i så stora mängder att det trots allt “fastnar” några då och då i stora detektorer. Det tog ända till 1956 innan amerikanen Frederick Reines för första gången lyckades detektera neutriner i en jättestor detektor, som ställdes alldeles utanför en kärnreaktor med mycket

hög aktivitet. Även denna upptäckt gav nobelpris i fysik. Pauli hade då redan fått nobelpriset, men för något helt annat: Pauliprincipen, som förklarar det komplicerade periodiska systemet av grundämnen. Att undersöka neutronerna och deras egenskaper är fortfarande ett hett forskningsområde.

MOMENT A

A1 Teori

Cesium

Figur 1 illustrerar att betasönderfall av Cs-137 oftast (till 85,1 %) leder till att gammafotoner med energin 0,661657 MeV utsänds från den exciterade dotterkärnan, (Tuli, 1997). Det beror på att så mycket energi avges vid sönderfallet att barium-kärnan som blir kvar oftast befinner sig i ett exciterat ("upprört") tillstånd, där protoner och neutroner rör sig på ett våldsammare sätt än i det normala (stabila) tillståndet för barium-kärnan. Energierna inne i kärnan är kvantiserade, precis som för atomernas elektroner, så när kärnan efter någon minut (i genomsnitt) lugnar ner sig, så avges alltid exakt samma överskottsenergi i form av en gammafoton. Denna energi är därför typisk för just sönderfallet av Cs-137 till Ba-137* och sedan till Ba-137 och kan användas för att identifiera Cs-137 i provet.

5,6 % av alla sönderfall går direkt till stabilt Ba-137. Sönderfall av atomkärnor är alltså en slumpprocess som ofta kan ta olika vägar, med olika sannolikheter. Det går med andra ord inte att förutsäga hur en viss atomkärna kommer att bete sig, bara i rent statistisk mening. Kvantfysiken handlar ju om sannolikheter. **Betastrålningen från detta rätt sällsynta direktsönderfall registreras inte av detektorn, som bara släpper in gammastrålning. Det mäts däremot i Moment B.**

Figur 1. Sönderfallsschema för Cs-137. Excitationsenergin $E_\gamma = 0,661657$ MeV. Av det *totala* antalet sönderfall går 5,6 % direkt till grundtillståndet, 85,1 % går via ett exciterat tillstånd och sedan till γ -strålning och 9,3 % går via ett exciterat tillstånd till inre konversion (IK), se B1 Teori, nedan. Referens: Tuli (1997).

Betasönderfall av Cs-134 till Ba-134 är mer komplicerat, eftersom energin som avges är mycket större än för fallet Cs-137. Sönderfallet kan därför excitera barium-kärnan till många olika rörelsetillstånd, och alla har specifika energier. Men inget sönderfall leder direkt till en stabil dotterkärna. Den exciterade dotterkärnan kan därför avge gammafotoner av flera olika energier, men de övergångar som starkt dominerar svarar mot energierna 0,605 MeV och 0,796 MeV, Sergeenkov (1994). I ett prov med Cs-134 är det dessa fototoppar man observerar tydligast. Som tidigare nämnts, kan dessa fototoppar inte längre registreras från resterna av Tjernobylolyckan, på grund av den korta halveringstiden för Cs-134 jämfört med tiden från olyckan. Som mest hade en student med sig renkött med aktiviteten 35 kBq/kg i slutet av 1980-talet. Då kunde inte mindre än 11 olika fototoppar från olika sönderfall av Ba-134 ses tydligt.

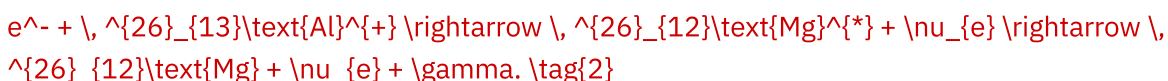
Kalium

I naturen finns och har alltid funnits naturliga radioaktiva isotoper. En sådan är K-40. Figur 2 visar sönderfallsschemat för K-40. Finns det K-40 i ett prov, resulterar alltså detta i en topp vid 1,46 MeV i ett spektrum från en gammadetektor. Observera att bara 10,67 % av sönderfallen ger gammastrålning (Endt, 1990). EC (electron capture = elektroninfångning) innebär att kärnan fångar en elektron från ett av atomens inre skal. En proton i kärnan omvandlas därigenom till en neutron. K-40 kan alltså sönderfalla till såväl Ar-40 som Ca-40. Det går inte heller här att förutsäga hur en viss kärna kommer att sönderfalla.

Figur 2. Sönderfallsschema för K-40, där EC är elektroninfångning (Endt, 1990).

K-40 har halveringstiden $1,248 \cdot 10^9$ år, och utgör bara 0,0117 % av naturligt förekommande kalium (Fysika, Elfgren 2020). Växter, djur och vi människor innehåller normalt ett par promille (massandel) kalium. Trots de små mängderna och den långa halveringstiden så är K-40 den radioaktiva isotop som dominerar strålningen från våra kroppar. Med tiden löses dock kaliumet ut i luftens vattenånga vilket gör att kaliumet gradvis försvinner från provet.

Sönderfall genom elektroninfångning förekommer för flera andra ämnen, t.ex. Al-26 som har reaktionsformeln



A2 Utrustning

Gammastrålningen från livsmedelsproverna registreras av en scintillationsdetektor, en GDM20. När en gammafoton träffar natrium-jodidkristallen i detektorn växelverkar den med materialet på olika sätt, bl.a. genom fotoeffekt. För att få ett renodlat gammaspektrum skyddas detektorn av ett aluminiumhölje, som inte släpper igenom betastrålningen. Vid fotoeffekt avges fotonens hela energi inne i själva detektorkristallen till en elektron som då får så hög kinetisk energi att den kan jonisera och excitera mängder av atomer i sin närhet. När dessa atomer återgår till grundtillståndet utsänds ljus. Detta ljus omvandlas i detektorn, via en fotomultiplikator, till en elektrisk puls proportionell mot fotonens energi, som då kan registreras. Datorn sorterar pulserna efter storlek (energi) i olika fack, som kallas kanaler, och ett energispektrum erhålls. Om provet utsänder fotoner av en och samma energi så uppträder alltså då en skarp topp på skärmen. Denna fototopp är av central betydelse i detta moment. Andra processer sker också i detektorn, t ex comptonspredning, men dessa studeras inte här.

I Figur 3 visas ett typiskt energispektrum för ett prov med Cs-137 som avger gammafotoner. Alla detekterade fotoner kommer från fotoner som hade energin 0,661657 MeV. Men det är bara de som svarar mot fototoppen som har blivit korrekt detekterade, dvs som helt absorberats av detektorn och avgett hela sin energi till den. De som syns till vänster om toppen (men till höger om comptonkanten) blev inte av med hela sin energi, utan blev "felregistrerade" med för lågt energivärde. Analysen bygger endast på fototoppen, men vi kompenserar för de fotoner som blivit felregistrerade (eller som helt missat detektorn) genom detektorns känslighet, se rapportavsnittet, Analys.

Detektorn omges av ett kraftigt blyskydd men all bakgrundsstrålning absorberas ej av skyddet. Det finns också radioaktiva isotoper (Pb-210) i själva blyskyddet, vilket är oundvikligt såvida man inte har råd att köpa “gammalt bly” där denna strålning har avklingat. Bakgrundsstrålningen kommer förstås att störa det intressanta spektrumet från provet om den inte subtraheras bort.

Figur 3. Energispektrum för prov med Cs-137.

A3 Experiment

A3.1 Provförberedelser

1. Väg en tom mätbehållare (inklusive lock) av samma typ som ni ska använda.
2. Om ni tagit med er ett prov: placera det i mätbehållaren och sätt på locket. Behållaren ska vara helt fylld. *Om livsmedlet är kladdigt så får ingen vätska komma utanför kärlet. I så fall får ni torka/skölja av behållaren så den blir torr och ren.*
3. Väg provbehållaren och beräkna provvikten.
4. Anteckna provets “natur” (t.ex. svamp) och ursprung (ort och datum för inköp/jakt/fiske).
5. Öppna detektorskyddet försiktigt (det är tungt!) genom att skjuta undan locket, eller lyfta bort blytackorna beroende på vilken detektor ni har.
6. Placera försiktigt ert prov ovanpå aluminiumskyddet i detektorn och stäng locket igen.

A3.2 Datorförberedelser

1. Logga in på datorn och öppna programmet Windas (Startmenyn, Alla program, Nordic Real Time Systems, Windas 3.3.1. Eller: tryck  och skriv “windas”). Klicka Ok när den frågar om kommunikationsport.
2. Välj menyn ARKIV, klicka på NYTT. Klicka OK för det föreslagna antalet kanaler. y-axeln visar antal registrerade sönderfall inom varje energiområde som svarar mot en “kanal” (med en energibredd på ca 1–4 keV med nuvarande kalibrering av systemet). x-axeln visar kanalnummer, som är direkt proportionellt mot den registrerade fotonenergin.
3. Välj menyn KALIBRERA, klicka FRÅN FIL. Ladda ner filen från Canvas: vid labbinstruktionen, klicka på pilen intill er detektor (röd/blå/silvrig). Filen sparas på ert studentkonto, H:. Detta gör att x-axeln kalibreras till enheten MeV.

A3.3 Mätningar

1. Välj menyn INSAMLING och klicka på START för att börja registrera gammastrålning.
2. Om spektrumet på skärmen efter någon minut inte har någon topp vid 0,66 MeV (Cs-137), tillkalla lärare. Medan ni väntar kan ni försöka besvara frågorna som ska ingå i rapporten, se stycket Diskussion och slutsatser, i rapportdelen.
3. Avsluta mätningen efter ca 10 minuter genom att välj menyn INSAMLING och klicka på STOP.
4. Spara hela spektrumet som en datafil genom att välja menyn ARKIV och klicka på SPARA. Lämpligt namn: GammaDatafil.

 Analys i efterhand

Om något gått snett så kan ni ladda ner programmet Windas från Canvas och analysera om er datafil.

5. Dra bort bakgrundsstrålningen genom att välja menyn ARKIV och klicka på SUBTRAHERA. Välj samma fil som vid kalibreringen ovan. För att spara tid har bakgrunden mätts i förväg av lärarna (genom att låta detektorn stå tom och mäta). Egentligen ska bakgrundsstrålningen mätas omedelbart före och omedelbart efter den “riktiga” mätningen.
6. Spara spektrumet (se rutan nedan).

 Spara skärmdump

Förminska först Windas-fönstrets storlek till ca $\frac{1}{4}$ (av ytan). Klicka på  och sen **Snipping Tool**. Markera grafen och spara bilden med ett lämpligt namn, t.ex. **He1aGamma**.

A3.4 Analys av Cs-137-toppen

1. Zooma in på toppen genom att klicka med musens vänsterknapp en bit till vänster om toppen och med musens högerknapp en bit till höger om toppen. Välj sedan menyn VISA och klicka på EXPANDERA.
2. Markera toppen på samma sätt som när ni zoomade in, men se nu till att klicka på rätt höjd i y-led och precis där toppen slutar i x-led, se Figur 4. Detta gör att “skräpet” inte kommer med i analysen.
3. Bestäm toppens medelenergi genom att välja menyn BERÄKNA och klicka på CENTROID. Kontrollera att energin är 0,66 MeV, i annat fall tillkalla lärare.
4. Beräkna antalet pulser i toppen genom att välja menyn BERÄKNA och klicka på SUMMA.
5. Anteckna antal pulser per sekund (i Hz) liksom mättiden (i sekunder).
6. Spara det inzoomade spektrumet, se rutan ovan, t.ex. med namnet Cs-toppen.

 Note

Om ni vill återgå till hela spektrumet: välj menyn **VISA** och klicka på **HELA SPEKTRET**.

Figur 4. Hur man markerar en topp efter inzoomning.

A3.5 Mätning och analys av Seltin

1. Byt ut provet mot en burk salt, väg det och mät på det i 5 minuter.

2. Gör på samma sätt som för Cs-137 (spara datafilen efter mätning och dra bort bakgrunden).
Notera att K-40-toppen kan ligga lite lägre än den borde.
3. Anteckna antalet pulser per sekund, mättiden samt spara det inzoomade spektrumet, t.ex. med namnet Seltin.

A4 Checklista

✓ Innan ni lämnar moment A, se till att ni har:

- ☐ Provets massa.
- ☐ Figur över hela spektrumet.
- ☐ Figur över Cs-137-toppen (inzoomad).
- ☐ Figur över K-40-toppen (inzoomad) för Seltinet och dess massa.
- ☐ Antal pulser/s för både Cs-137-toppen och K-40-toppen.
- ☐ Om ni hade ett prov med er, ta med det hem igen. *Om kött slängs i en papperskorg börjar det lukta hemskt illa.*
- ☐ Ni som lånade ett prov, återställ det.
- ☐ Ni som hade ett eget prov med er, diska behållaren.

MOMENT B

B1 Teori

Figur 1 visar hur Cs-137 sönderfaller till Ba-137. Dotterkärnan kan efter sönderfallet hamna direkt i grundtillståndet (i 5,6 % av sönderfallen), men oftast (94,4 %) blir dotterkärnan exciterad med excitationensenergin $E_\gamma = 0,661657$ MeV. Såsom framgår i figuren ovan så gör sig dotterkärnan kvitt denna överskottsenergi genom att utsända en gammafoton med energin E_γ . Detta är "normalfallet".

Ett betaspektrum karaktäriseras av att det är kontinuerligt, d.v.s. att de från kärnan utsända elektronerna kan ha alla tänkbara rörelseenergier mellan noll och ett maxvärde. Läs mer om förklaringen till varför det är så i kapitel 43.3 i Young & Freedman (2015). Betapartiklar med energin nära noll kan detektorn inte registrera noggrant. Spektrumet är därför avhugget i vänsterkanten. Spektrumet från Cs-137 domineras av betapartiklar som sänds ut vid sönderfall till det exciterade tillståndet, eftersom 94,4 % av sönderfallen går dit. Det ovanligare (5,6 %) sönderfallets maximala kinetiska energi kan beräknas med hjälp av Q-värdet. Glöm inte att Ba-137 har samma antal elektroner som Cs-137, vilket gör den till en jon.

Men sönderfallet kan också ske via *inre konversion* (inte att förväxla med sönderfall via *elektroninfångning*, som inte förekommer här – men däremot i K-40, se tidigare text om detta). Den exciterade dotterkärnan omges ju av ett elektronhölje och de innersta elektronerna befinner sig mycket nära kärnan – så nära att dotterkärnan kan göra sig av med excitationensenergin genom att överföra den på någon av dessa bundna elektroner. Man kan se det som att gammafotonen ibland

råkar slå loss en elektron i atomens inre elektronskal, varvid fotonen absorberas av denna elektron. Se Figur 5 nedan. Inre konversion är alltså en sällsynt (ca 9,3 % av alla sönderfall, Tuli, 1997) men konkurrerande process till gammaemission. Fenomenet är dock mycket tydligt i det energispektrum för betapartiklar som ska mätas i detta moment, och kan utnyttjas till exempelvis energikalibreringen av skalan i det uppmätta totala spektrumet.

Figur 5. Illustration av inre konversion.

Figur 5 visar, till vänster den exciterade dotterkärnan, och till höger dotterkärnan i grundtillståndet efter att ha gjort sig av med överskottsenergin, genom att ha överfört den på en av de innersta elektronerna. Den utsända elektronens rörelseenergi är

$$E_e = E_Y - E_B$$

där E_Y är excitationens energi (se Figur 1), E_B är elektronens bindningsenergi i elektronskalet (se Fysika Tk1, Elfgren, 2020 eller Lide, 2004) eftersom en del av energin går åt till att få loss elektronen från atomen. Elektroner från K- och L-skalet kan observeras. Dessa får olika energier, eftersom de har olika bindningsenergier i atomen. (Även M-skalet bidrar, men toppen är liten och dess energi är alltför nära L-skalets för att man ska kunna utskilja den, se Helmer & Chechev, 2007.)

B2 Utrustning

Strålningen från betapreparatet registreras av en halvledardetektor (halvledarfysik ingår inte i denna kurs, utan i Fysik 2, se kap 42.6-7 i Young & Freedman, 2015) som är speciellt utformad för att detektera alfa- och betastrålning. Den rymmer i en liten röd låda som är ansluten till en mät dator med samma mjukvara som i Moment A. Själva detektorn inne i lådan är en dopad diod tillverkad av t ex kisel. I gränsytan mellan n- och p-dopat material uppträder ett elektriskt fält. De infallande partiklarna bromsas upp och avger sin energi till elektroner som lyfts upp från valensbandet till ledningsbandet, fler ju större energi partikeln har. De kvarlämnade hålen i valensbandet bidrar också till den kortvarigt ökade ledningsförmågan. Laddningsbärarna, elektroner och hål, sveps i väg av fältet och en strömpuls uppstår. Denna strömpuls är proportionell mot den infallande partikelns energi. Datorn sorterar pulserna efter storlek (partikelenergi) i olika fack, som kallas kanaler, och ett energispektrum erhålls.

B3 Experiment

⚡ Viktigt! – Säker hantering av β -preparatet

β -preparatet är godkänt för laborationer av statens strålskyddsinstitut. Det finns ingen anledning till oro för strålningen, om preparatet behandlas på ett korrekt sätt, d.v.s.:

- att **ej beröra eller titta in i öppningen** på den cylinderformade staven, där det radioaktiva preparatet är beläget, eller rikta den mot kroppen. Öppningen behövs eftersom vare sig beta- eller alfa-strålning tar sig igenom stavens aluminiumskikt.
- att **ha staven i sitt strålskydd** då den inte används.

B3.1 Provförberedelser

1. Dra ut staven med Cs-137 ur strålskyddet och skjut in den i den röda detektorlådan.
2. Kontrollera att insamlingsenheten (svart låda) är påslagen och ställ detektorn i läge “ β ”. Det betyder att det är betastrålning (elektroner) som detekteras.

B3.2 Datorförberedelser

1. Logga in på datorn och öppna programmet Windas (Startmenyn, Program, Windas). Tryck sen på Ok.
2. Välj menyn ARKIV, klicka på NYTT. Klicka OK för det föreslagna antalet kanaler. y-axeln visar antal registrerade sönderfall inom varje energiområde som svarar mot en “kanal” (med en energibredd på ca 1-4 keV med nuvarande kalibrering av systemet). x-axeln visar kanalnummer, som är direkt proportionellt mot den registrerade fotonenergin.

B3.3 Mätningar

1. Välj menyn INSAMLING och klicka på START för att börja registrera betastrålning.
2. Spektrumet ska se ut som en skidbacke med två små pucklar på slutet. Medan ni väntar kan ni försöka besvara frågorna som ska ingå i rapporten, se stycket Diskussion och slutsatser, i rapportdelen.
3. Avsluta mätningen efter ca 10 minuter genom att välj menyn INSAMLING och klicka på STOP.
4. Spara hela spektrumet som en datafil genom att välja menyn ARKIV och klicka på SPARA.
Lämpligt namn: BetaDatafil.

B3.4 Kalibrering

1. Zooma in på topparna genom att klicka med musens vänsterknapp en bit till vänster om topparna och med musens högerknapp en bit till höger om topparna. Välj sedan menyn VISA och klicka på EXPANDERA.
2. Markera K-toppen på samma sätt som när ni zoomade in, men se nu till att klicka på rätt höjd i y-led och precis där toppen slutar i x-led, se Figur 4. Detta gör att “skräpet” inte kommer med i analysen.
3. Bestäm toppens medelenergi (i enheten kanaler) genom att välja menyn BERÄKNA och klicka på CENTROID.
4. Kalibrera energiskalan genom att välja menyn KALIBRERA och klicka på ENERGI. Programmet har redan fört in centroidens kanalvärde så det räcker med att skriva in K-toppens teoretiska energi i MeV (som ni beräknat som hemuppgift).
5. Välj menyn KALIBRERA och klicka på ENERGI en gång till. Detta är den andra kalibreringspunkten och den anger ni att kanalnummer 0 svarar mot energin 0 MeV.
6. Programmet frågar nu efter enhet, ange MeV.
7. Kontrollera K-toppens medelenergi i MeV genom att välja menyn BERÄKNA och klicka på CENTROID. K-toppens medelenergi ska vara identisk med det teoretiska värdet.

8. Spara ett inzoomat spektrum där både K- och L-toppen syns, se rutan nedan, t.ex. med namnet BetaTopparna.
9. Zooma ut och spara hela spektrumet, se rutan nedan, t.ex. med namnet HelaBeta.

Spara skärmdump

Förminska först Windas-fönstrets storlek till ca $\frac{1}{4}$ (av ytan). Klicka på  och sen **Snipping Tool**. Markera grafen och spara bilden med ett lämpligt namn, t.ex. **He1aBeta**.

B3.5 Analys

1. Markera L-toppen på samma sätt som ni gjorde för K-toppen.
2. Bestäm L-toppens medelenergi (nu i enheten MeV) genom att välja menyn BERÄKNA och klicka på CENTROID.
3. Anteckna L-toppens medelenergi och jämför med det värde ni räknade ut som hemuppgift.
4. Om mätningen inte ger ett resultat nära det teoretiska för L-elektronerna så kan kalibreringen (eller beräkningen) ha utförts på felaktigt sätt. Då går det att nollställa kalibreringen till kanaler med "KALIBRERA – ta bort" följt av "VISA - hela spektrumet" och börja om kalibreringen.

B4 Checklista

Innan ni lämnar moment B, se till att ni har:

- ☐ Figur över hela spektrumet.
- ☐ Figur över topparna från inre konversion (inzoomad).
- ☐ De uppmätta energierna för inre konversion från K- och L-skalet.

RAPPORT

En skriftlig rapport per grupp inlämnas i Canvas, senast **två veckor** efter labben. Rapporten ska följa TVM:s rapportmall samt strukturen och anvisningarna nedan. Skriv rapporten som en **teknisk rapport**, inte som en labbrapport.

Returer

Notera att det är mycket vanligt att få en retur på rapporten. *Fler än två returer leder till att labben måste göras om från början vid ett senare tillfälle.*

Viktigt

Rapporten ska vara skriven på korrekt och lättläst svenska (Regeringen, 2009) och instruktionerna nedan ska följas.

1. Gör **lättlästa, numrerade tabeller och figurer med tabell/figurtext samt storhet** (t.ex. gammaenergi eller elektronenergi) **och enhet** (MeV) på x-axeln. Ändringen av x-axeln måste göras manuellt i ett ritprogram som t.ex. Microsoft Paint eller gratisprogrammet GIMP. På y-axeln ska storheten egentligen vara detekterade pulser och enheten vara antal. Det är dock brukligt att inte sätta ut enheten antal och därmed kan ni låta y-axeln vara som den är. Se figur 7 för ett exempel på en figur.
2. Lägg **figurer och ekvationer i direkt anslutning** till det förklarande textstycket.
3. Gör **snygga, numrerade formler och korrekta tal** (t.ex. 10^9 , ej 10^9 , eller $1e9$). Formlerna görs i Word med Infoga→Ekvation, eller motsvarande i andra program. Se ekvation (3) för ett exempel. Var noga med enheter.
4. Redovisa era **beräkningar ordentligt**, som på en tenta.
5. **Numrera sidor, tabeller, figurer och formler.**
6. **Referera** enligt Harvard-systemet, se Referenser nedan.
7. Gör en korrekt **sammanfattning**, se nedan.

Sammanfattning

Sammanfattningen är rapportens **viktigaste** del. Här sammanfattas **syftet**, **metoden** och de **viktigaste resultaten**. De ska vara kortfattade och precisa, typ:

Exempel på sammanfattning

“Med hjälp av en har vi mätt aktiviteten från isotoperna xxx och yyy i grodlår som köptes i Paris den 15/11, 2006. Aktiviteten från Cs-137 uppmättes till **0,40 kBq/kg** vilket ligger under livsmedelsverkets gräns på **1,5 kBq/kg**. Aktiviteten från Ka-40 i Seltin uppmättes till **6,5 kBq/kg**.”

Moment B: För L-toppens energi, redovisa experimentellt och teoretiskt värde (se hemuppgift 4 i H2 Moment B). Redovisa även experimentellt (= extrapolerat) värde på den maximala energin för det vanligaste betasönderfallet och teoretiskt värde (se hemuppgift 6 i H2 Moment B). **Totalt blir det 4 värden.**

Inledning

Inspiration

Titta i stycket **Inledning** för inspiration; Googla. 😊

Följande ska ingå (men inte som en lista):

1. Beskriv kort **syftet** med laborationen, t.ex. vilket allmänt intresse det kan ha att utföra det.
2. Berätta kort om **bakgrund**: om Tjernobyl och om hur isotoperna hamnade i provet samt lite historik om betastrålning.
3. Beskriv **provet**: typ, ursprung och tid samt varför just detta livsmedel valdes.
4. Beskriv **bakgrundsstrålning** i allmänhet samt specifikt för laborationen.

Teori

Följande ska ingå (men inte som en lista):

1. Beskriv **teorin** för sönderfall av Cs-137 och K-40.
2. Redovisa alla **reaktionsformler** för betasönderfall av Cs-137 och K-40 (se exempel i inledningen och teoridelen), inklusive sannolikheterna. Redovisa era beräkningar av maximal kinetisk energi hos betapartiklarna för de två cesiumsönderfallen (hemuppgift 6). Kom ihåg att referera.
3. Redovisa era beräkningar av **energin** för elektronerna som kommer från inre konversion, från K- respektive L-skalet (hemuppgift 4). Kom ihåg att referera.

Metod

Skriv kort om detektorn och dess funktion.

Referenser

Titta i stycket **A2 Utrustning** samt **B2 Utrustning**.

Beskriv mätrutinerna och eventuella problem kortfattat. Beskriv likheter och skillnader mellan mätningen på betaenergi och mätningen på gammaenergi. Beskriv hur kalibreringen gjordes för de två mätningarna. Datorkommandona behöver *inte* återges.

Resultat

Mätningar

Detta stycke kan delas upp i ett stycke för betamätningen och ett för gammamätningen. Redovisa mätdata och mätresultat, gärna i tabellform. Där kan även ingå viktiga data om provets massa, utrustningens känslighet, sönderfallens teoretiska delningsförhållanden, se stycket Analys, nedan.

Figuren över hela gammaspektrumet passar också här. Markera i spektrumet vilka nuklider som motsvarar vilka toppar. Glöm inte att manuellt lägga in storheten "Gammaenergi" vid x-axeln i figuren.

Figuren över hela betaspektrumet passar också här. Markera i spektrumet vilken topp som kommer från inre konversion från K- respektive L-skalet.

Analys

Detta stycke kan delas upp i ett stycke för betamätningen och ett för gammamätningen. Här återges alla beräkningar som gjorts med hjälp av mätdata. Följande beräkningar ska ingå (hur aktiviteterna beräknas förklaras nedan):

1. Aktiviteten i provet från Cs-137 per provmassa, $a_{Cs} = A_{Cs}/m$. Figuren på den inzoomade cesiumtoppen bör ligga i början av dessa beräkningar.
2. Antalet Cs-137-atomer i provet, N_{Cs} .
3. Aktiviteten i Seltinet från K-40 per provmassa, $a_K = A_K/m_{seltin}$. Figuren på Seltinmätningen bör ligga i början av dessa beräkningar.
4. Antalet K-40-atomer i Seltin-provet, N_K .
5. Uppskatta med hjälp av ert betaspektrum den maximala energin för sönderfall till det exciterade tillståndet i Ba-137. Detta görs genom att extrapolera den högra kanten av den breda kontinuerliga fördelningen ner till energiakseln. Till detta behövs ett ritprogram, t.ex. Microsoft Paint eller gratisprogrammet GIMP. Visa extrapoleringen (gärna i rött) i en figur.



Tip

Använd **aktivitetslagen** för att beräkna antalet atomer i provet.

Beräkning av aktiviteterna:

Av den totala aktiviteten från cesium-137, A_{Cs} , kommer en del av sönderfallen att bara ge beta-strålning (se Figur 1) som inte detekteras av gamma-detektorn. Av de kvarvarande gammasönderfallen, $A_{Cs-\gamma}$, kommer bara ett fåtal detekteras, f_{Cs} , eftersom de flesta utsända gammafotoner missar detektorn. Detta illustreras i figur 6.

Figur 6. Sönderfall för Cs-137. f_{Cs} är de detekterade gammapulserna per sekund, $f_{Cs-miss}$ är de missade gammapulserna per sekund, $A_{Cs-\gamma}$ är det totala antalet gammasönderfall per sekund (efter att Cs-137 sönderfallit till exciterat Ba-137), $A_{Cs-\beta}$ är antalet betasönderfall till icke-exciterat Ba-137 per sekund, och A_{Cs} är den totala aktiviteten.

Andelen sönderfall som är γ -sönderfall kallas för delningsförhållandet och definieras som

$$D_{Cs-\gamma} = \frac{A_{Cs-\gamma}}{A_{Cs}} \quad (3)$$

där $A_{Cs-\gamma}$ är det totala antalet gammasönderfall per sekund, och A_{Cs} är den totala aktiviteten för Cs-137.

Förhållandet mellan de gammafotoner som registreras och det totala antalet gammafotoner kallas för känsligheten och definieras som

$$K_{Cs} = \frac{f_{Cs}}{A_{Cs-\gamma}} \quad (4)$$

där f_{Cs} är de detekterade gammapulserna och $A_{Cs-\gamma}$ är det totala antalet gammasönderfall per sekund.

Känsligheten beror dels på burken, dels på vilken energi som gammafotonen har. Känslighetskurvorna för detektorn GDM20 (som används i vår labb) för mätbehållaren ni använt (liten burk) finns i figur 7.

Känsligheten har i förväg mätts upp med hjälp av ett väl bestämt kalibreringsprov av Eu-152, som innehåller flera toppar över ett brett energiintervall. Laboratoriet som tillverkade Eu-provet har mätt upp dess totala aktivitet, och dessutom vet man den statistiska fördelningen mellan de olika sönderfallen. Vid kalibreringen av utrustningen behövde vi bara räkna ut “dagens” aktivitet i Eu-provet med hjälp av sönderfallslagen, och uppgiften om vilket datum provet uppmättes vid ursprungslaboratoriet.

Värdesiffror

Notera att **känsligheten** hos utrustningen är den sämst kända storheten i denna mätning. Tänk på detta när ni redovisar era resultat så att det blir ett rimligt antal värdesiffror.

Det gäller alltså att successivt “översätta” registrerade elektriska gammapulser per sekund, f_{Cs} , till den faktiska aktiviteten, A_{Cs} .

Samma metod används för att bestämma den faktiska aktiviteten för kalium-40, A_K , fast delningsförhållandet, $D_{K-\gamma}$, är annorlunda och även känsligheten, K_K . Känsligheten beror på behållaren och detektorn (vilka är desamma som för Cs-137) och gammaenergin (som inte är samma).

Figur 7. Känsligheten (= “antal registrerade pulser” delat med “antal gamma som provet avger”) för detektorn GDM20, se ekvation (4).

Diskussion och slutsatser

Besvara punktvis följande frågor. **Glöm inte att referera**, d.v.s. ange källan till informationen:

1) Varför mättes inte betastrålningen från flygplanen?

Gammastrålningen från marken detekterades från lågflygande flygplan efter Tjernobylolyckan. Gammastrålning ger bättre identifiering av radioaktiva ämnen, men det finns ett starkare skäl.

2) Varför var inte I-131 ett problem i Sverige?

I samband med Tjernobylolyckan skedde betydande utsläpp av radioaktivt jod (I-131). Detta utsläpp innebar ett mindre problem för oss i Sverige än i sydligare delar av Europa. *Tips: Olyckan skedde i april och det snabbaste sättet för radioaktiva ämnen att nå oss är via mjölken.*

3) Varför är I-131 farligt?

Ta reda på varför I-131 är speciellt farligt och varför jodtabletter är lämpligt att äta i en nukleär risksituation.

4) Varför är β -spektrumet kontinuerligt?

Tips: läs om betasönderfall i kapitel 43.3 i Young & Freedman (2015).

5) Varifrån kommer elektronerna med hög energi i β -spektrumet?

Förklara den lilla "svansen" med elektroner som har högre energi än L-toppen (**>0,7 MeV**). *Tips: tänk på hemuppgifterna 5 och 6.*

6) Vad är den maximala elektronhastigheten?

Uttryck svaret i ljushastigheten, c . Redovisa svaret här och varje steg i beräkningen i bilaga.

Dessutom ska ni ha med (men inte som lista):

1. Diskutera om aktiviteten är förvånande med tanke på markbeläggningen (Livsmedelsverket, 2011) i det området där livsmedelsprovet kommer ifrån. Diskutera resultatens precision/noggrannhet.
2. Jämför aktiviteten för hälsosaltet Seltin med det teoretiska värdet från hemuppgiften. Den fullständiga beräkningen för Seltinet ska läggas i en bilaga.
3. Jämför livsmedelsprovets Cs-aktivitet per massa med bestämmelser från Livsmedelsverket, se Bestämmelser i Inledning. Är det tillåtet att sälja livsmedlet? Glöm inte att referera.
4. För energin för L-toppen, jämför och kommentera hur väl mätresultaten stämmer med den teoretiska beräkningen. Dessa två värden ska vara med i sammanfattningen. (Notera att K-toppen användes för att kalibrera energiskalan, vilket innebär att K-toppens energi inte är ett resultat.)
5. För den maximala energin för β -sönderfallet till det exciterade tillståndet i Ba-137, jämför och diskutera hur väl mätresultaten stämmer med det teoretiska värdet som ni beräknat i hemuppgiften. Dessa två värden ska vara med i sammanfattningen.
6. Diskutera resultatens precision/noggrannhet. Hur påverkar mättiden?
7. Reflektera; motsvarade resultaten era förväntningar? Var det intressant? Gav det någon ny inblick i naturen, universum, vardagen etc?
8. En kort genusdiskussion (minst 3 rader) utgående från t.ex. könsdiskrimineringen av Marie Curie eller Lise Meitner. Syftet är att skapa en medvetenhet omkring könsroller och betydelsen av dessa. Syftet är inte att tvinga fram politisk korrekthet. Mer underlag finns i Anslaget i Canvas.

Referenser

Källhänvisningar i löpande text och referenslistan ska följa Karolinska institutets tolkning av APA-manualen (Karolinska institutet, u.å.). Det är en variant på Harvard-systemet där man hänvisar med efternamn och årtal, t.ex. Elfgren (2020). Se exempel i denna instruktion. I referenslistan ska

webbsidor ha datum då ni såg sidan (och helst författare), se referenslistan (som ska vara sorterad på efternamn) nedan. Ni ska helst hänvisa till originalreferenserna. Denna labbhanledning kan hänvisas till som om det vore en "Läro- och kursplan".

Checklista

✓ Innan ni lämnar in rapporten, kolla att ni har:

- ☐ **fullständig** sammanfattning, **korrekta** referenser.
- ☐ följt anvisningarna i stycket **Viktigt**.
- ☐ figurer med läsbar storhet (**gamma- respektive elektronenergi, vilket måste läggas till manuellt**) och rätt enhet på x-axeln.

REFERENSLISTA

Elfgren, E. (2020), *Fysika*, upplaga 6, Luleå tekniska universitet.

Endt, P. M., (1990). Nuclear Physics A521,1. Hämtad 2023-05-10 från <https://atom.kaeri.re.kr/cgi-bin/decay?K-40%20EC> <https://atom.kaeri.re.kr/cgi-bin/decay?K-40%20B>

Helmer, R. G., Chechev, V. P. (2007). *LNE – LNHB/CEA – Table de Radionucléides*. Hämtad 2023-05-10 från <https://doi.org/10.1016/j.apradiso.2015.11.009>

Karolinska institutet (u.å.). *Referensguide för APA*. Hämtad 2017-01-12 från: <https://kib.ki.se/skriva-referera/skriva-referenser-apa-vancouver/referensguider/referensguide-apa-7>

Lide, D., (2004). *CRC handbook of chemistry and physics*. Boca Raton, Florida: CRC Press.

Livsmedelsverket (2011). *Tjernobylyoluckyan – läget efter 25 år*. Hämtad 2019-01-19 från <https://www.livsmedelsverket.se/globalassets/livsmedel-innehall/oonskade-amnen/radioaktivitet/tjernobylyoluckyan—laget-efter-25-ar.pdf>

Livsmedelsverket, (2016). *Radioaktiva ämnen*. Hämtad 2017-01-12 från <http://www.livsmedelsverket.se/livsmedel-och-innehall/oonskade-amnen/radioaktivitet-och-bestralling/radioaktiva-amnen>

Regeringen (2009). *Myndigheternas skrivregler*. Hämtad 2017-01-12 från <https://www.regeringen.se/rattsligadokument/departementsserien-och-promemorior/2009/09/ds200938>

Sergeenkov, Y. V., (1994). Nuclear Data Sheet 71, 557. Hämtad 2023-05-10 från <https://atom.kaeri.re.kr/cgi-bin/decay?Cs-134%20B>

Tuli, J. K., (1997). Nuclear Data Sheet 81, 579. Hämtad 2023-05-10 från <https://atom.kaeri.re.kr/cgi-bin/decay?Cs-137%20B>

Young, H. & Freedman, R., (2019). *University Physics*. 15th edition. San Francisco: Pearson Addison-Wesley.
