

Wiens förskjutningslag

19 okt. 2026, 3 min läsning

UTKAST

#fysik #kvantfysik #samband

Kurs: F0005T Förkunskaper: Svartkroppsstrålning

Våglängden där spektralemittansen är som störst är omvänt proportionell mot temperaturen: en varmare kropp lyser blåare. Lagen fås genom att derivera Plancks strålningslag och söka maximum.

$$\lambda_{\max} T = 2,90 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$

Fysika: Fd4 (Wiens förskjutningslag, som $\lambda_m T = b$ med $b = 2,8978 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$)

Formeln, symbol för symbol

$$\underbrace{\lambda_{\max}}_{\text{toppens våglängd}} \underbrace{T}_{\text{absolut temperatur}} = \underbrace{b}_{\text{Wiens konstant } 2,90 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}$$
$$\underbrace{\frac{hc}{\lambda_{\max}}}_{\text{fotonenergin vid toppen}} = 4,965 \underbrace{k_B T}_{\text{termisk energi}}$$

Toppen ligger där fotonerna har ungefär fem gånger den termiska energin $k_B T$. Dubblas temperaturen dubblas den typiska fotonenergin, och våglängden halveras.

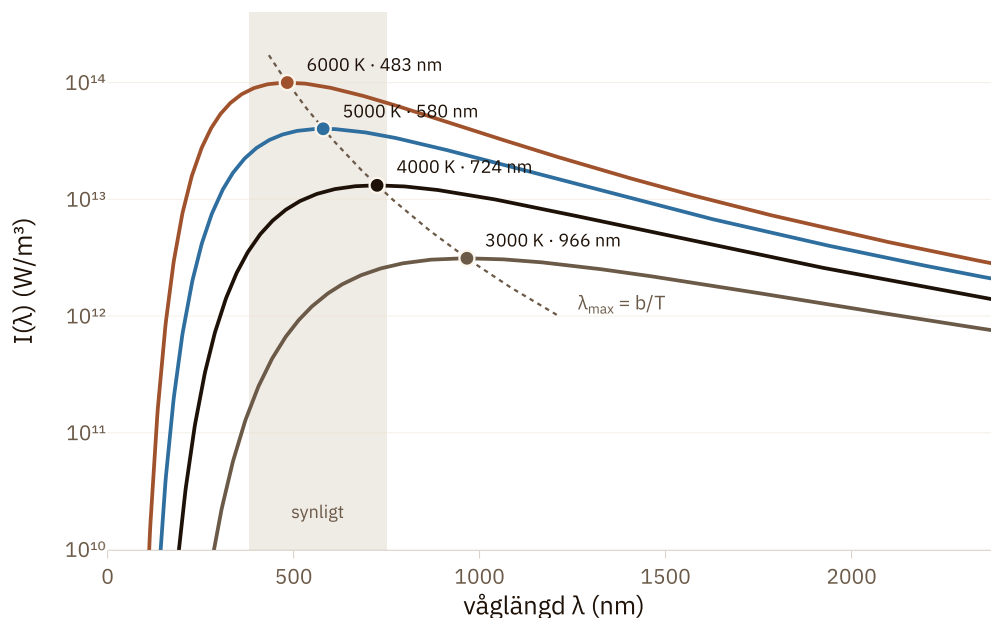
1. Vad lagen säger

$\lambda_{\max}$ är omvänt proportionell mot T . Dubblas temperaturen halveras alltså våglängden för toppen. Några typiska värden:

Kropp	T	$\lambda_{\max}$	Område
Människokropp	310 K	9,35 μm	infrarött

Kropp	T	$\lambda_{\max}$	Område
Glödande järn	1000 K	2,90 μm	infrarött
Glödtråd	2800 K	1,04 μm	nära infrarött
Het stjärna	6000 K	483 nm	synligt
Mycket het stjärna	10 000 K	290 nm	ultraviolett

Kurvorna för olika temperaturer korsar aldrig varandra, så en varmare kropp strålar mer vid *varje* våglängd. När kroppen värms upp går färgen från mörkröd över gul och vit mot blåvit. Lagen gör det också möjligt att mäta temperaturen på avstånd, eftersom det räcker att veta var i spektrumet toppen ligger. Det gäller till exempel för stjärnor och för smält metall.



Plancks kurvor för 3000–6000 K med logaritmisk intensitetsaxel: toppen (punkterna) flyttas mot kortare våglängd längs den streckade kurvan $\lambda_{\max} = b/T$, från nära infrarött in i det synliga, och en varmare kurva ligger över en kallare vid varje våglängd.

2. Härledning ur Plancks lag

Toppen ligger där derivatan av **Plancks spektralemittans** är noll. Konstanten i lagen visar sig då bestå av naturkonstanter.

Härledning av Wiens förskjutningslag

Förenkla. Skriv $I(\lambda) = a \lambda^{-5} (e^{b/\lambda} - 1)^{-1}$ med $a = 2\pi h c^2$ och $b = hc/(k_B T)$.

Derivera. Med produkt- och kedjeregeln:

$$\frac{dI}{d\lambda} = a [-5\lambda^{-6} (e^{b/\lambda} - 1)^{-1} + \lambda^{-5} (e^{b/\lambda} - 1)^{-2} e^{b/\lambda} \frac{b}{\lambda^2}]$$

Sätt lika med noll och multiplicera med $\lambda^6 (e^{b/\lambda} - 1)^2 / a$:

$$-5(e^{b/\lambda} - 1) + \frac{b}{\lambda} e^{b/\lambda} = 0$$

Dimensionslös form. Med $x = b/\lambda = hc/(\lambda k_B T)$ blir det

$$xe^x = 5(e^x - 1)$$

$$5 - x = 5e^{-x}$$

Lös numeriskt. Iterera $x_{k+1} = 5(1 - e^{-x_k})$ från $x_0 = 5$. Det ger 4,966 och sedan 4,965, så $x = 4,965$.

Toppen ligger alltså vid $hc/(\lambda_{\max} k_B T) = 4,965$:

$$\lambda_{\max} = \frac{hc}{4,965 k_B T}$$

$$\frac{hc}{4,965 k_B} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 2,998 \cdot 10^8}{4,965 \cdot 1,381 \cdot 10^{-23}} = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$

Fysika: $Te(h, c, k)$

Det stämmer med det uppmätta värdet i rutan överst.

Vanliga fel

- **Temperaturen anges i Celsius.** Lagen gäller för absolut temperatur.
- **Fel enhet på svaret.** Konstanten är i $\text{m} \cdot \text{K}$, så $\lambda_{\max}$ kommer ut i meter. Räkna om till μm eller nm först i sista steget.
- $c/\lambda_{\max}$ **tas för frekvensen där strålningen är störst.** Ritar man spektrumet per frekvensintervall hamnar toppen i stället vid $hf = 2,821 k_B T$, alltså inte vid $c/\lambda_{\max}$. Frågas det om $\lambda_{\max}$ är det lagen ovan som gäller.
- **Kroppen tros bara stråla vid $\lambda_{\max}$.** Spektrumet är brett. $\lambda_{\max}$ är bara läget för toppen.

3. Lösta exempel

≡ Exempel – Värmekamera och glödlampa

Huden har temperaturen $34,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ och en glödtråd 2700 K . Behandla båda som svartkroppar, beräkna λ_{max} och avgör i vilken del av spektrumet toppen ligger.

Lösning

Huden. $T = 34,0 + 273,15 = 307,15\text{ K}$:

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{2,90 \cdot 10^{-3}}{307,15} = 9,44 \cdot 10^{-6}\text{ m} = \boxed{9,44\text{ }\mu\text{m}}$$

Det är långvågigt infrarött, och därför är värmekameror byggda för våglängder runt $10\text{ }\mu\text{m}$.

Glödtråden.

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{2,90 \cdot 10^{-3}}{2700} = 1,07 \cdot 10^{-6}\text{ m} = \boxed{1,07\text{ }\mu\text{m}}$$

Toppen ligger i det nära infraröda, strax utanför det synliga. Det mesta av glödlampans effekt blir därför värme och inte ljus.

Ej kontrollerat mot facit – två oberoende lösningar stämmer överens.

≡ Exempel – Kosmisk bakgrundsstrålning

Universum är fyllt av svartkroppsstrålning med temperaturen $2,725\text{ K}$. Bestäm λ_{max} och fotonenergin vid den våglängden.

Lösning

Toppens läge.

$$\lambda_{\max} = \frac{2,90 \cdot 10^{-3}}{2,725} = 1,06 \cdot 10^{-3} \text{ m} = \boxed{1,06 \text{ mm}}$$

Det ligger i mikrovågsområdet.

Fotonenergin. Med $hc = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}$ och $\lambda = 1,06 \cdot 10^6 \text{ nm}$:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{1,06 \cdot 10^6 \text{ nm}} \approx \boxed{1,17 \cdot 10^{-3} \text{ eV}}$$

Det är ungefär tusen gånger mindre än energin hos en foton av synligt ljus.

Ej kontrollerat mot facit – två oberoende lösningar stämmer överens.

Läsning

- 39.5 Continuous Spectra