

Vågor på komplex form

19 okt. 2026, 2 min läsning

UTKAST

#fysik #vågrörelselära #metod

Kurs: F0005T **Förkunskaper:** Komplexa tal, Polär form för komplexa tal, Harmonisk våg

Vi kan skriva en harmonisk våg som realdelen av ett komplext uttryck, där amplitud och fas ryms i en enda komplex amplitud. Det ändrar ingenting fysikaliskt, men gör att addition av flera vågor blir addition av komplexa tal i stället för trigonometriska omskrivningar.

1. Från sinus och cosinus till komplex form

Utgångspunkten är **Eulers formel**, som knyter den komplexa exponentialfunktionen till de trigonometriska:

$$e^{iz} = \cos z + i \sin z$$

där: $i = \sqrt{-1}$

Byter vi ut vågens sinus mot en exponential får vi

$$y(x, t) = ae^{i(kx - \omega t + \alpha)}$$

som enligt Eulers formel är

$$y(x, t) = a \cos(kx - \omega t + \alpha) + ia \sin(kx - \omega t + \alpha)$$

Den fysikaliska vågen är en av delarna - vi räknar med hela det komplexa uttrycket och plockar ut real- eller imaginärdelen först på slutet.

2. Den komplexa amplituden

Vinsten kommer när vi delar upp exponenten. Tidsberoendet står för sig självt:

$$y(x, t) = ae^{i(kx + \alpha)} e^{-i\omega t}$$

Faktorn

$$e^{-i\omega t}$$

är densamma för alla vågor med samma frekvens. Allt som skiljer dem åt samlas i den **komplexa amplituden**

$$A = ae^{i(kx+\alpha)}$$

så att vågen kortare skrivs

$$y(x, t) = Ae^{-i\omega t}$$

Fysika: Fc1 (på komplex form, $S = Ae^{i(\omega t \pm kx)}$ med $A = ae^{i\delta}$)

Den fulla fasen är fortfarande

$$kx - \omega t + \alpha$$

men den del som ligger i A är bara den tidsoberoende resten:

$$\beta = kx + \alpha$$

Amplitudens belopp är den ursprungliga amplituden:

$$|A| = a$$

3. Amplituden som vektor

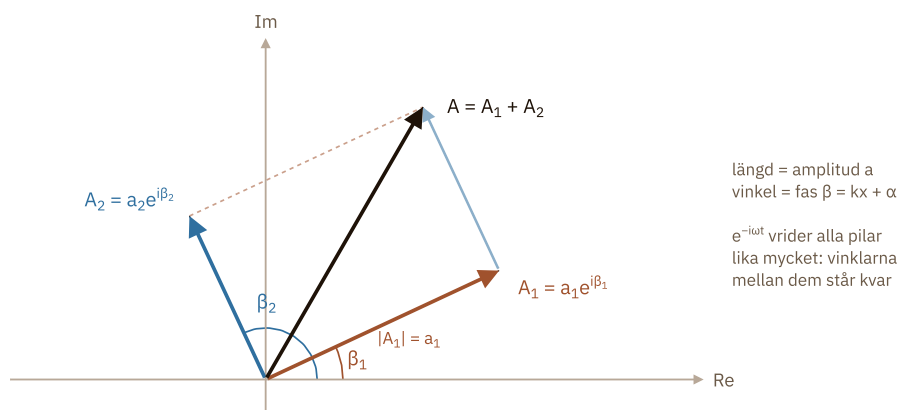
Ett komplext tal har ett belopp och en vinkel, och därmed kan A ritas som en vektor i det komplexa talplanet:

amplitud $\longleftrightarrow$ vektorns längd

fas $\longleftrightarrow$ vektorns vinkel

Längden är $|A| = a$ och vinkeln $\beta = kx + \alpha$. Den bilden utvecklas i **fasordiagrammet**.

Lägg till bild på komplexa talplanet där deras individuella faser står för vinklarna



Två komplexa amplituder i talplanet: pilens längd är amplituden och vinkeln mot den reella axeln är fasen $\beta = kx + \alpha$. Summan $A = A_1 + A_2$ fås genom att lägga pilarna ände mot ände.

4. Varför detta är användbart

Eftersom den gemensamma tidsfaktorn kan brytas ut blir summan av två vågor en summa av deras komplexa amplituder:

$$A = A_1 + A_2$$

Det är hela poängen. Att lägga ihop vågor kräver inga trigonometriska formler — det blir addition av två vektorer, och **interferensen** går att läsa av geometriskt.

Läsning

- [15.3 Mathematical Description of a Wave](#)

Se även

- Komplexa tal
- Polär form för komplexa tal
- Fasordiagram
- Interferens
- Harmonisk våg

Resurser

- [Wikipedia: Phasor](#)