

Svartkroppsstrålning

19 okt. 2026, 5 min läsning

UTKAST

#fysik #kvantfysik #fenomen

Kurs: F0005T Förkunskaper: Temperatur och värme, Linjespektrum

Vätskor och fasta ämnen strålar med kontinuerligt spektrum i stället för det linjespektrum en gas ger. Idealfallet är svartkroppen, som absorberar och emitterar vid alla våglängder. Experimenten ger fyra resultat: den totala intensiteten I i W/m^2 varierar med temperaturen, spektralemittansen $I(\lambda)$ i W/m^3 varierar med våglängden och har ett maximum, läget λ_{max} förskjuts mot kortare våglängder när T ökar, och alla kurvor har samma form — de faller på varandra om axlarna skalas om.

Formeln, symbol för symbol

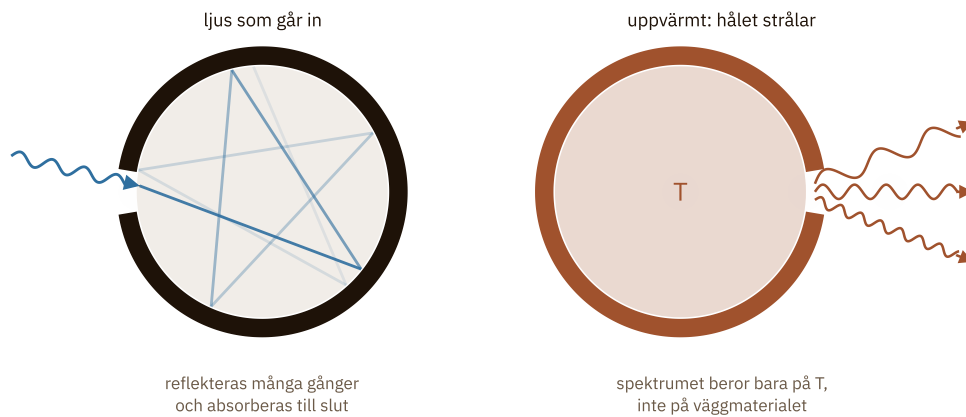
$$\underbrace{I}_{\substack{\text{total intensitet} \\ \text{i } \text{W/m}^2}} = \int_0^{\infty} \underbrace{I(\lambda)}_{\substack{\text{spektralemittans} \\ \text{i } \text{W/m}^3}} \underbrace{d\lambda}_{\substack{\text{smalt} \\ \text{våglängdsband}}}$$

$I(\lambda)$ är kurvans höjd — hur mycket som strålas ut per meter våglängd — och I är arean under hela kurvan, alltså allt som strålas ut per kvadratmeter yta.

1. Svartkroppen som idealisering

En svartkropp absorberar all strålning som faller in, vid alla våglängder, och reflekterar ingenting. Kall ser den därför helt svart ut. Samma yta är också den bästa tänkbara strålaren. En kropp i termisk jämvikt med omgivningen måste nämligen stråla ut lika mycket som den absorberar vid varje våglängd, annars skulle den av sig själv bli varmare eller kallare än omgivningen.

En perfekt svartkropp finns inte, men ett **hålrum med ett litet hål** kommer nära. Ljus som går in genom hålet reflekteras många gånger mot insidan och absorberas till slut. När hålrummet värms upp blir strålningen som kommer ut genom hålet nästan ideal svartkroppsstrålning. Spektrumet beror då bara på temperaturen och inte på vilket material väggarna är gjorda av.



Hållrummet som svartkropp. Vänster: ljus som går in genom hålet studsar mot väggarna och försvagas vid varje reflektion, så nästan inget kommer ut igen. Höger: värms hållrummet upp strålar hålet ut svartkropsstrålning med ett spektrum som bara beror på T .

2. Intensitet och spektralemittans

Spektralemittansen $I(\lambda)$ är intensiteten per våglängdsintervall. $I(\lambda) d\lambda$ är alltså den intensitet som strålas ut i intervallet mellan λ och $\lambda + d\lambda$. Den totala intensiteten får vi genom att summera över alla våglängder, och den är arean under kurvan:

$$I = \int_0^{\infty} I(\lambda) d\lambda$$

Fysika: Fd4 (i Stefan-Boltzmanns lag, som $I(T) = \int_0^{\infty} I(\lambda, T) d\lambda$)

Storhet	Betydelse	Enhet
I	effekt per ytenhet, alla våglängder	W/m^2
$I(\lambda)$	effekt per ytenhet och per våglängdsintervall	W/m^3

För ett smalt intervall $\Delta\lambda$ räcker det att multiplicera höjden med bredden:

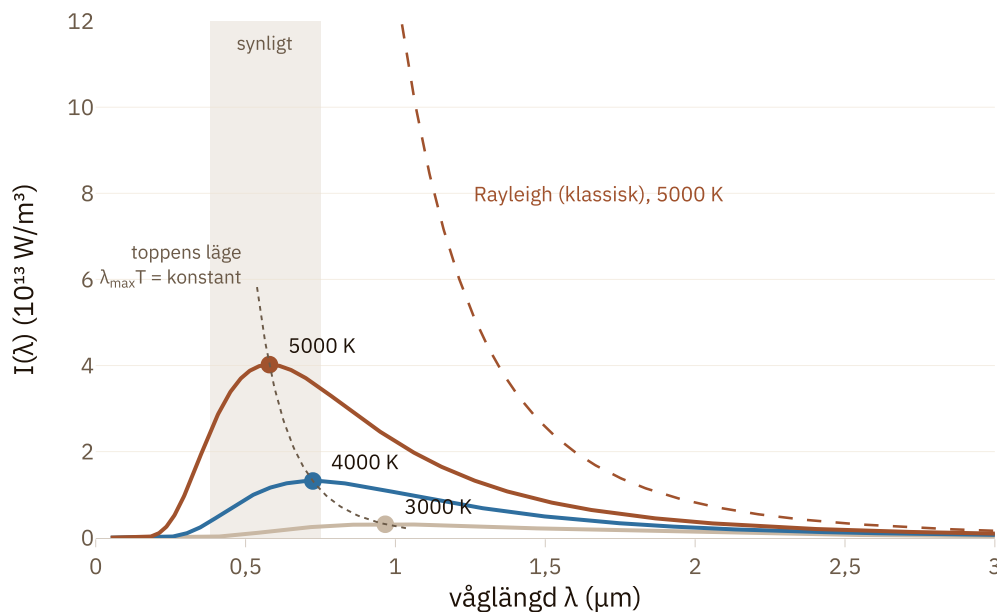
$$\Delta I \approx I(\lambda) \Delta\lambda$$

3. De experimentella lagarna

De fyra observationerna i ingressen motsvarar var sin lag:

Observation	Lag	Not
Totala intensiteten växer kraftigt med T	$I = \sigma T^4$	Stefan-Boltzmanns lag
Toppen flyttas mot kortare våglängder när T ökar	$\lambda_{\max} T = \text{konstant}$	Wiens förskjutningslag
Kurvorna har samma form vid alla temperaturer	hela $I(\lambda)$	Plancks strålningslag

Stefan-Boltzmanns och Wiens lagar hittades först empiriskt. Båda följer ur Plancks lag, den första genom integration och den andra genom derivering.



Spektralemittansen vid tre temperaturer. Toppen blir högre och flyttas mot kortare våglängder när temperaturen ökar (prickat). Streckat: Rayleighs klassiska förutsägelse vid 5000 K, som stämmer vid långa våglängder men växer utan gräns vid korta.

4. Den klassiska fysikens misslyckande

Rayleigh behandlade strålningen i hållrummet som stående elektromagnetiska vågor, alltså svängningsmoder. Enligt ekvipartitionsprincipen skulle varje mod få medelenergin $k_B T$. När han räknade antalet moder per våglängdsintervall fick han

$$I(\lambda) = \frac{2\pi c k_B T}{\lambda^4}$$

Vid långa våglängder stämmer uttrycket med mätningarna. Vid korta våglängder går det däremot mot oändligheten, medan de uppmätta kurvorna går mot noll. Integralen över alla våglängder blir dessutom oändlig. Det kallades den **ultraviolette katastrofen**.

Planck löste problemet genom att låta svängarna i väggarna bara ha energierna $0, hf, 2hf, \dots$. En svängare med hög frekvens behöver ta emot ett stort energikvantum hf för att alls bli exciterad. Andelen svängare i första exciterade nivån är Boltzmannfaktorn $e^{-hf/k_B T}$ (se **Populationsinversion**). När $hf \gg k_B T$ är nästan inga svängare exciterade, och då strålar de nästan inget vid korta våglängder. Vid rumstemperatur är $k_B T \approx 0,026$ eV, medan en foton av synligt ljus har 2–3 eV.

⚠ Vanliga fel

- **I och $I(\lambda)$ blandas ihop.** I mäts i W/m^2 och är arean under kurvan. $I(\lambda)$ mäts i W/m^3 och är kurvans höjd.
- **Temperaturen anges i Celsius.** Alla strålningslagar kräver absolut temperatur i kelvin.
- **“Svart” tolkas som “strålar inte”.** Svartkroppen strålar mer än någon annan kropp vid samma temperatur. Vid rumstemperatur ligger strålningen i det infraröda, och därför ser vi den inte.
- **Spektrumet tros bara finnas nära toppen.** En svartkropp strålar vid alla våglängder. Långt från λ_{max} är intensiteten bara mycket liten.

5. Lösta exempel

☰ Exempel – Hur stor är den ultraviolette katastrofen?

En svartkropp har temperaturen 2500 K. Beräkna kvoten mellan Rayleighs klassiska spektralemittans och Plancks spektralemittans vid våglängderna 10,0 μm , 1,00 μm och 400 nm.

✎ Lösning

Kvoten allmänt. Sätt $x = hc/(\lambda k_B T)$. Då är

$$\frac{I_{\text{Rayleigh}}}{I_{\text{Planck}}} = \frac{2\pi c k_B T / \lambda^4}{2\pi h c^2 / (\lambda^5 (e^x - 1))} = \frac{\lambda k_B T}{hc} (e^x - 1) = \frac{e^x - 1}{x}$$

Exponenten. Med $hc/k_B = 1,439 \cdot 10^{-2}$ m·K blir

$$x = \frac{1,439 \cdot 10^{-2}}{\lambda \cdot 2500}$$

vilket ger $x = 0,5755, 5,755$ och $14,39$ för de tre våglängderna.

Kvoterna.

$$10,0 \mu\text{m} : \frac{e^{0,5755} - 1}{0,5755} \approx \boxed{1,35}$$

$$1,00 \mu\text{m} : \frac{e^{5,755} - 1}{5,755} \approx \boxed{54,7}$$

$$400 \text{ nm} : \frac{e^{14,39} - 1}{14,39} \approx \boxed{1,23 \cdot 10^5}$$

Långt ute i det infraröda ligger den klassiska formeln bara 35 % för högt. I det synliga är den fel med en faktor hundrausen.

Ej kontrollerat mot facit – två oberoende lösningar stämmer överens.

☰ Exempel – Strålning ur ett hål i en ugn

En ugn håller temperaturen 1000°C . I luckan finns ett runt hål med diametern $5,00 \text{ mm}$, och hålet strålar som en svartkropp. Beräkna effekten som strålar ut genom hålet och den våglängd där spektralemittansen är störst.

Lösning

Temperatur och area. $T = 1000 + 273 = 1273 \text{ K}$ och

$$A = \pi r^2 = \pi (2,50 \cdot 10^{-3})^2 = 1,963 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$$

Effekten. Stefan-Boltzmanns lag ger intensiteten, och effekten är intensitet gånger area:

$$I = \sigma T^4 = 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 1273^4 = 1,49 \cdot 10^5 \text{ W/m}^2$$

Fysika: Fd4 (Stefan-Boltzmanns lag), Te (σ)

$$P = IA = \sigma T^4 A = 5,670 \cdot 10^{-8} \cdot 1273^4 \cdot 1,963 \cdot 10^{-5} \approx \boxed{2,92 \text{ W}}$$

Toppens läge. Wiens förskjutningslag ger

$$\lambda_{\max} = \frac{2,90 \cdot 10^{-3}}{1273} \approx \boxed{2,28 \mu\text{m}}$$

Fysika: Fd4 (Wiens förskjutningslag) Toppen ligger i det infraröda. Bara den kortvågiga svansen når det synliga området, och därför glöder ugnen svagt röd.

Ej kontrollerat mot facit — två oberoende lösningar stämmer överens.

Läsning

- 39.5 Continuous Spectra