

Styrkefunktion

19 okt. 2026, 3 min läsning

UTKAST

#matematik #statistik #begrepp

Kurs: S0008M Förkunskaper: Sammansatta hypoteser, Signifikansnivå och styrka

Styrkefunktionen $S(\mu)$ anger sannolikheten att ett test förkastar nollhypotesen, som funktion av det sanna värdet μ . I nollhypotesens värde är den lika med signifikansnivån, och den växer mot 1 ju längre in i mothypotesen μ ligger.

1. Definitionen

För ett test av $H_0 : \mu = \mu_0$ är **styrkefunktionen**

$$S(\mu) = P(\text{förkasta } H_0 \mid \mu)$$

Den är definierad för alla μ . I $\mu = \mu_0$ är $S(\mu_0) = \alpha$, **signifikansnivån**. För μ i mothypotesen är $S(\mu)$ testets styrka i just det värdet.

2. Styrkefunktionen för ett ensidigt test

För testet "förkasta H_0 om $\bar{x} < k$ " med $\bar{\xi} \in N(\mu, \sigma/\sqrt{n})$ är

$$S(\mu) = P(\bar{\xi} < k \mid \mu) = \Phi\left(\frac{k - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right)$$

Den är avtagande i μ : ju lägre det sanna väntevärdet ligger, desto troligare är det att $\bar{x}$ hamnar under k . För testet "förkasta om $\bar{x} > k$ " blir $S(\mu) = 1 - \Phi((k - \mu)/(\sigma/\sqrt{n}))$, som är växande.

Formen på kurvan

Styrkefunktionen för ett ensidigt test är en S-formad kurva som går från nära 0 på nollhypotesens sida, genom α i μ_0 , till nära 1 långt in i mothypotesen. Med större n blir övergången brantare: testet skiljer bättre mellan värden nära μ_0 .

⚠ Vanliga fel

- **Räkna under H_0 .** Styrkan i μ räknas med det μ , inte med μ_0 ; bara k kommer från H_0 .
- **Fel riktning.** För "förkasta om $\bar{x} < k$ " är $S(\mu) = \Phi(\cdot)$, för "förkasta om $\bar{x} > k$ " är det $1 - \Phi(\cdot)$.

3. Lösta lektionsuppgifter

☰ Lektion 15, övning 2 och 3 – Styrkan i Coca-Colatestet

I testet för Coca-Colaburkarna i **Sammansatta hypoteser** är $\xi_i \in N(\mu, 1,72)$, $n = 10$, och vi förkastar $H_0 : \mu = 330$ till förmån för $H_1 : \mu < 330$ om $\bar{x} < 329,1$.

Övning 2. Anta att påfyllningsmekanismen har börjat fylla för lite, så att $\mu = 328$. Vad är sannolikheten att testet upptäcker att H_0 är falsk? Beräkna alltså styrkan i $\mu = 328$.

Övning 3. Skissa styrkefunktionen för testet.

✎ Lösning

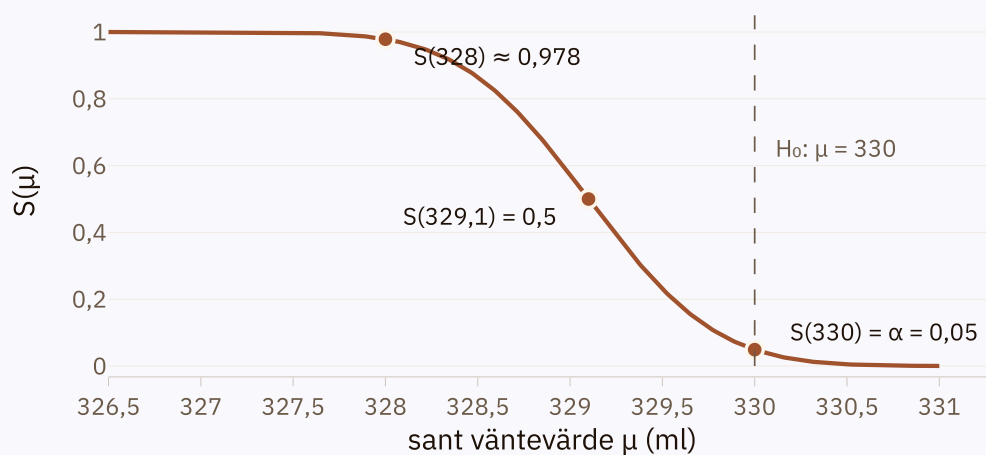
Övning 2. Med $\mu = 328$ är $\bar{\xi} \in N(328, 1,72/\sqrt{10}) = N(328, 0,544)$:

$$S(328) = P(\bar{\xi} < 329,1 \mid \mu = 328) = \Phi\left(\frac{329,1 - 328}{0,544}\right) = \Phi(2,02) \approx \boxed{0,978}$$

Testet upptäcker alltså en minskning till 328 ml med sannolikheten 97,8 %.

På räknaren. `normCdf(-∞, 329.1, 328, 1.72/√(10))` $\approx$ `0.978`.

Övning 3. Vi vet två punkter: $S(330) = \alpha = 0,05$ och $S(328) \approx 0,978$. Kurvan är avtagande i μ , går mot 1 när μ minskar och mot 0 när μ ökar. Den passerar 0,5 precis i $\mu = k = 329,1$, där $\bar{x}$ lika gärna hamnar över som under gränsen:



På räknaren (hela kurvan). Definiera $s(m) := \text{normCdf}(-\infty, 329.1, m, 1.72/\sqrt{10})$ i en Calculator-sida och rita $s(x)$ i **Graphs** med fönstret $326 \leq x \leq 331$.

Facit: $S(328) = 0.978$, det vill säga styrkan är 97,8 %.

Se även

- Signifikansnivå och styrka
- Sammansatta hypoteser
- Enkla hypoteser
- Normalfördelning

Resurser

- [Wikipedia: Power of a test](#)