

Stokastisk variabel

19 okt. 2026, 3 min läsning

UTKAST

#matematik #sannolikhetslära #grundbegrepp

Kurs: S0008M Förekunskaper: Mängdlära

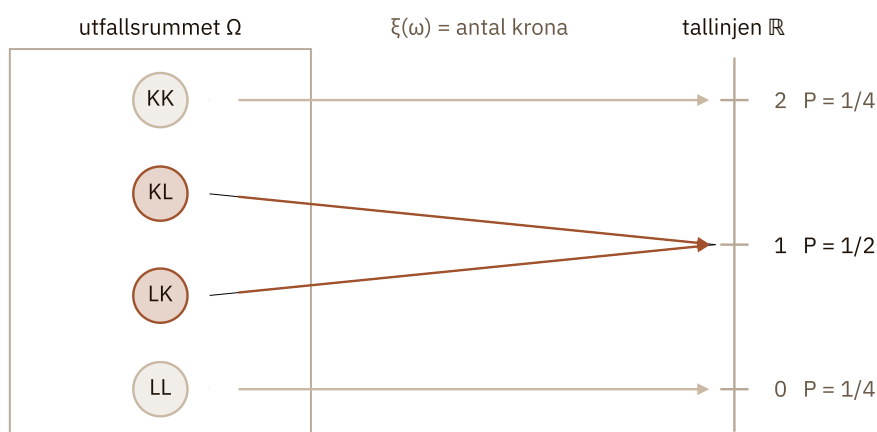
En stokastisk variabel är ingen variabel i vanlig mening — det är en **funktion** som översätter varje slumpmässigt utfall till ett tal. Genom den kan vi räkna med sannolikheter för tal i stället för för händelser.

1. Definitionen

Ett slutförsök har ett utfallsrum Ω : mängden av allt som kan hända. En stokastisk variabel ξ är en avbildning

$$\xi : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$$

som ger varje utfall $\omega \in \Omega$ ett reellt tal $\xi(\omega)$. Vid ett tärningskast är Ω de sex sidorna, och ξ kan vara antalet prickar.



Figuren visar idén för två myntkast: fyra utfall i Ω , men bara tre värden på ξ . Sannolikheten för ett värde är summan av sannolikheterna för de utfall som avbildas dit.

Vi skriver själva variabeln med grekiska bokstäver — ξ, η, ζ — och de värden den antar med latinska småbokstäver. Skrivsättet $P(\xi = x)$ läses alltså “sannolikheten att den stokastiska variabeln ξ råkar landa på talet x ”.

Variabeln är inte sitt värde

ξ är funktionen, x är utfallet av ett enskilt försök. Skillnaden känns pedantisk tills man skriver $P(\xi \leq x)$ — där är ξ det slumpmässiga och x en fix gräns vi jämför mot.

2. Diskret eller kontinuerlig

Uppdelningen styr vilken maskin vi räknar med, och allt annat följer av den.

	Antar	Beskrivs av	Räknas med
Diskret	ändligt eller uppräknligt många värden	sannolikhetsfunktion $p_\xi(x) = P(\xi = x)$	summa
Kontinuerlig	alla värden i ett intervall	frekvensfunktion $f_\xi(x)$	integral

Gemensamt för båda är **fördelningsfunktionen** $F_\xi(x) = P(\xi \leq x)$, som är definierad för alla reella x oavsett typ.

Stokastisk modell

Att välja en stokastisk variabel och en fördelning för den kallas att ställa upp en **stokastisk modell** för försöket. De vanligaste modellerna har egna namn: **binomial**-, **hypergeometrisk**-, **Poisson**-, **likformig** och **ffg-fördelning**. Att känna igen vilken situation som hör till vilken modell är en stor del av kursen.

Exempel — Två myntkast

Två symmetriska mynt kastas. Låt ξ vara antalet krona. Bestäm fördelningen för ξ och $P(\xi \geq 1)$.

 Lösning

Utfallsrummet är $\Omega = \{KK, KL, LK, LL\}$ med fyra lika sannolika utfall (K = krona, L = klave). ξ avbildar dem på

$$\xi(KK) = 2, \quad \xi(KL) = \xi(LK) = 1, \quad \xi(LL) = 0$$

Varje värde får summan av sina utfalls sannolikheter:

x	0	1	2
$P(\xi = x)$	1/4	1/2	1/4

$$P(\xi \geq 1) = 1 - P(\xi = 0) = \boxed{\frac{3}{4}}$$

Detta är $\text{Bin}(2, 0,5)$; **binomialfördelningen** är just den här konstruktionen för n försök.

Ej kontrollerat mot facit – två oberoende lösningar stämmer överens.

 Vanliga fel

- **Blanda ihop ξ och x .** $P(\xi = x)$ är en funktion av x ; $P(x)$ betyder ingenting.
- **Tro att värdena är lika sannolika för att utfallen är det.** Utfallen i Ω är lika sannolika, men värdet 1 nås av två utfall och får dubbelt så stor sannolikhet.

Se även

- Sannolikhetsfunktion
- Fördelningsfunktion
- Kontinuerliga stokastiska variabler
- Väntevärde
- Varians och standardavvikelse
- Binomialfördelning
- Utfallsrum och händelser

Resurser

- [Khan Academy: Random variables](#) 
 - [Wikipedia: Stokastisk variabel](#) 
-
-