

Statistisk inferens

19 okt. 2026, 3 min läsning

UTKAST

#matematik #statistik #grundbegrepp

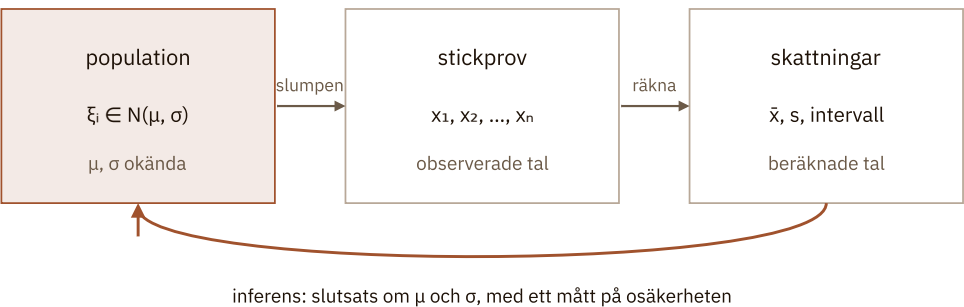
Kurs: S0008M Förkunskaper: Centrala gränsvärdessatsen

Statistisk inferens är att dra slutsatser om en okänd population utifrån ett stickprov. Eftersom stickprovet är slumpmässigt blir slutsatsen aldrig säker, utan måste följas av ett mått på osäkerheten — ett konfidensintervall eller en signifikansnivå.

1. Från sannolikhetslära till statistik

I sannolikhetsläran känner vi fördelningen och räknar ut hur sannolika olika utfall är. I statistiken är det tvärtom: vi har **observerat** utfallen och vill säga något om den okända fördelningen som gav dem.

	Känt	Okänt
Sannolikhetslära	fördelningen, till exempel $N(\mu, \sigma)$ med givna μ, σ	vad nästa observation blir
Statistisk inferens	observationerna $x_1, \dots, x_n$	parametrarna $\mu, \sigma, p, \dots$



Sannolikhetsläran går åt höger i figuren: från en känd modell till vad stickprovet kan bli. Inferensen går tillbaka: från det observerade stickprovet till vad modellens parametrar kan vara.

2. Modell, stickprov och observationer

En inferensuppgift börjar alltid med en **stokastisk modell**:

- Mätvärdena $x_1, \dots, x_n$ ses som observationer av **stokastiska variabler** $\xi_1, \dots, \xi_n$.
- Variablerna antas **oberoende** och **likafördelade**, med en fördelning som beror på en eller flera okända **parametrar** — typiskt $\xi_i \in N(\mu, \sigma)$.

Samlingen $\xi_1, \dots, \xi_n$ kallas ett **stickprov**, och $x_1, \dots, x_n$ är det **observerade** stickprovet.

Skillnaden mellan ξ_i och x_i

ξ_i är slumpmässig och har en fördelning; x_i är ett tal. Alla resonemang om *varför* en metod fungerar görs med ξ_i (till exempel att $\bar{\xi} \in N(\mu, \sigma/\sqrt{n})$). När resonemanget är klart ersätter vi ξ_i med de observerade x_i och får ett tal eller ett intervall.

Ange modellantagandena först

Lektionsbladen och tentorna kräver att modellen skrivs ut innan något räknas: vad ξ_i betyder, vilken fördelning den har, vilka parametrar som är okända och att observationerna är oberoende. Det är en del av lösningen, inte en formalitet.

3. Tre sätt att dra slutsatser

Metod	Svarar på	Ger
Punktskattning	Vilket värde har parametern ungefär?	ett tal, till exempel $\bar{x}$
Konfidsensintervall	Inom vilka gränser ligger parametern, med given säkerhet?	ett intervall med konfidsensgrad $1 - \alpha$
Hypotesprövning	Kan ett påstående om parametern förkastas?	ett beslut med felrisk α

Alla tre bygger på samma sak: fördelningen för en stickprovsvariabel, oftast medelvärdet $\bar{\xi}$. Den fås ur **satserna om summor** eller, när observationerna inte är normalfördelade, ur centrala gränsvärdessatsen.

Exempel – Påsfyllning: modell och punktskattning

En maskin fyller påsar. Vikten varierar slumpmässigt med standardavvikelsen 4 g, känd sedan länge, men medelvikten kan ha drivit. Nio påsar vägs och medelvikten blir $\bar{x} = 502,9$ g. Ställ upp en modell och skatta medelvikten med medelfel.

Lösning

Modell. ξ_i = vikten hos påse i , $\xi_i \in N(\mu, 4)$ oberoende, $i = 1, \dots, 9$. μ är okänd, $\sigma = 4$ g känd.

Punktskattning. $\mu^* = \bar{\xi} \in N(\mu, 4/\sqrt{9})$, så

$$\mu_{\text{obs}}^* = \boxed{502,9 \text{ g}}, \quad D(\mu^*) = \frac{4}{\sqrt{9}} \approx \boxed{1,33 \text{ g}}$$

Samma påsar används i [Hypotesprövning](#), [Signifikansnivå och styrka](#) och [Konfidensintervall och hypotesprövning](#), där frågan är om μ fortfarande är 500 g.

Ej kontrollerat mot facit – två oberoende lösningar stämmer överens.

Vanliga fel

- **Hoppa över modellen.** Utan en utskriven modell går det inte att avgöra om metoden är rätt, och på tentan ger det avdrag.
- **Behandla $\bar{x}$ som μ .** $\bar{x}$ är en skattning med ett medelfel; μ är fortfarande okänd.
- **Anta oberoende utan att tänka.** Två mätningar på samma person är inte oberoende (se [Stickprov i par](#)).

Se även

- Punktskattning
- Konfidensintervall
- Teckenintervall
- Hypotesprövning
- Centrala gränsvärdessatsen

Resurser

- [Khan Academy: Confidence intervals](#)↗
 - [Wikipedia: Statistical inference](#)↗
-
-