

Spin-bankoppling

19 okt. 2026, 5 min läsning

UTKAST

#fysik #atomfysik #fenomen

Kurs: F0005T Förkunskaper: Elektronspin, Zeemaneffekten

Elektronens spinmagnetiska moment växelverkar med det magnetfält som dess egen banrörelse ger upphov till. Kopplingen separerar tillstånd som annars vore degenererade — och till skillnad från Zeemaneffekten krävs inget yttre fält. Det är den som ger linjespektrumets finstruktur.

Formeln, symbol för symbol

$$\underbrace{\vec{J}}_{\text{totalt}} = \underbrace{\vec{L}}_{\text{banan}} + \underbrace{\vec{S}}_{\text{spinnet}}$$
$$j = \underbrace{l + \frac{1}{2}}_{\substack{\vec{S} \text{ ungefär} \\ \text{med } \vec{L}}} \quad \text{eller} \quad \underbrace{l - \frac{1}{2}}_{\substack{\vec{S} \text{ ungefär} \\ \text{mot } \vec{L}}}$$

Banrörelsen ger elektronen ett inre magnetfält längs $\vec{L}$, och spinnets energi beror på om det står med eller mot fältet. Därför är det summan $\vec{J}$ som har skarpa värden, och varje nivå med $l > 0$ delas i två.

1. Ett inre magnetfält

Från elektronens synvinkel är det kärnan som kretsar. En laddning i rörelse ger ett magnetfält, så i elektronens eget system finns ett fält $\vec{B}_{\text{eff}}$ som är riktat längs banrörelsemängdsmomentet $\vec{L}$. Spinnets magnetiska moment (se Elektronspin) får i det fältet energin

$$U = -\mu_z B_{\text{eff}} \approx \pm \mu_B B_{\text{eff}}$$

beroende på om spinnet ligger ungefär med eller mot $\vec{L}$. Varje nivå med $l > 0$ delas därmed i två. En s-nivå har $L = 0$, inget inre fält och ingen uppdelning. Bilden med kretsande kärna är halvklassisk, men en kvantmekanisk räkning ger samma resultat: energin beror på skalärprodukten $\vec{L} \cdot \vec{S}$.

Skillnaden mellan de två spinnlägena är

$$\Delta E = 2\mu_B B_{\text{eff}}$$

2. Totalt rörelsemängdsmoment

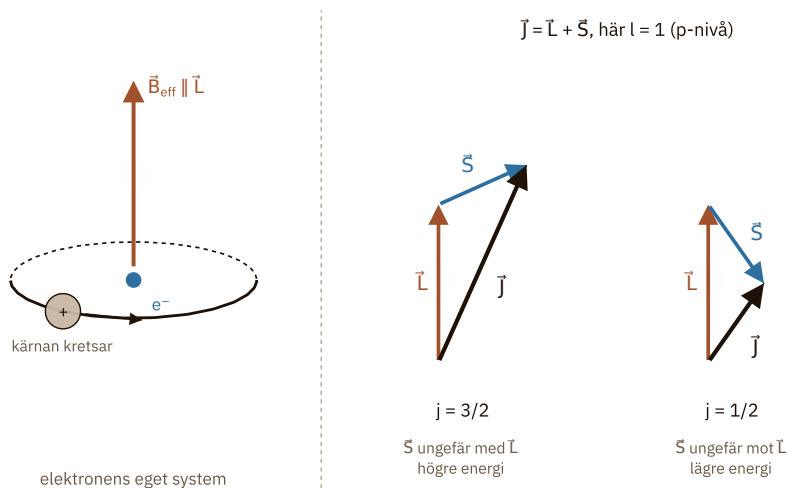
När $\vec{L}$ och $\vec{S}$ växelverkar är det deras summa som har skarpa värden:

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

Beloppet kvantiseras med ett nytt kvanttal j , på samma sätt som L och S :

$$J = \sqrt{j(j+1)}\hbar \quad j = \left| l \pm \frac{1}{2} \right|$$

$j = l + \frac{1}{2}$ svarar mot $\vec{L}$ och $\vec{S}$ ungefär parallella, $j = l - \frac{1}{2}$ mot ungefär antiparallella. För $l = 0$ finns bara $j = \frac{1}{2}$. Komponenten längs z är $J_z = m_j \hbar$ med $m_j = -j, \dots, +j$, alltså $2j + 1$ värden.



Vänster: sett från elektronen kretsar kärnan, och den rörliga laddningen ger ett magnetfält $\vec{B}_{\text{eff}}$ längs $\vec{L}$. Höger: för en p-elektron ($l = 1$) kan $\vec{S}$ stå ungefär med eller mot $\vec{L}$, vilket ger $j = \frac{3}{2}$ eller $j = \frac{1}{2}$. Spinnetts moment är motriktat $\vec{S}$, så $j = \frac{3}{2}$ får den högre energin.

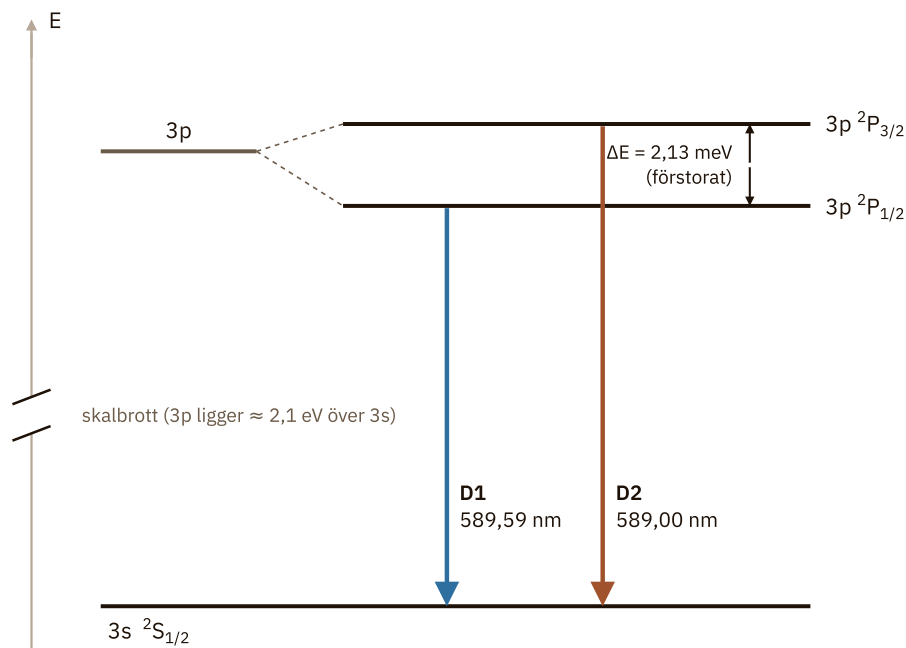
3. Spektroskopisk notation

Nivåerna betecknas ^2L_j , där den upphöjda tvåan anger de två spinnlägena, den stora bokstaven är l (S, P, D, F) och indexet är j :

l	möjliga j	nivåer
0	$\frac{1}{2}$	$^2S_{1/2}$

l	möjliga j	nivåer
1	$\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$	${}^2P_{1/2}, {}^2P_{3/2}$
2	$\frac{3}{2}, \frac{5}{2}$	${}^2D_{3/2}, {}^2D_{5/2}$

Natriums gula dubblett är det klassiska exemplet. Valenselektronens $3p$ -nivå delas i ${}^2P_{3/2}$ och ${}^2P_{1/2}$, medan $3s$ -nivån ${}^2S_{1/2}$ inte delas. De två övergångarna ner till $3s$ ger linjerna 589,0 och 589,6 nm; den kortare våglängden kommer från den högre nivån ${}^2P_{3/2}$.



Natriums $3p$ -nivå delad av spin-bankopplingen. Övergångarna ner till $3s$ ger D1 (589,59 nm) och D2 (589,00 nm). Uppdelningen $\Delta E \approx 2,13$ meV är ungefär en tusendel av avståndet 2,1 eV till $3s$, så den är kraftigt förstorad och energi axeln är bruten.

4. Finstruktur

Spin-bankopplingen ger nivåförskjutningar av samma storlek som den relativistiska korrektionen till elektronens kinetiska energi. Tillsammans kallas de **finstruktur**. För väte blir nivåerna

$$E_{n,j} = -\frac{13,60 \text{ eV}}{n^2} \left[1 + \frac{\alpha^2}{n^2} \left(\frac{n}{j + \frac{1}{2}} - \frac{3}{4} \right) \right]$$

Fysika: $Te (E_H)$

där **finstrukturkonstanten** är dimensionslös:

$$\alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{\hbar c} \approx 7,297 \cdot 10^{-3} \approx \frac{1}{137}$$

Korrektionen är av storleksordningen $\alpha^2 \approx 5 \cdot 10^{-5}$ av nivåenergin. Den tar bort degenerationen i l delvis: i väte beror energin nu på n och j , så $2P_{3/2}$ ligger något högre än $2P_{1/2}$.

Ännu mindre är **hyperfinstrukturen**, som kommer av att kärnan själv har ett magnetiskt moment. I vätets grundtillstånd ger den övergången bakom radioastronomins 21-cm-linje.

⚠ Vanliga fel

- $j = l + s$ **alltid**. Det finns två värden, $j = l + \frac{1}{2}$ och $j = l - \frac{1}{2}$, utom för $l = 0$.
- **Kopplingen kräver ett yttre fält**. Nej, fältet är atomens eget. Det är det som skiljer finstruktur från **Zeemaneffekten**.
- **s-nivåer delas**. Med $l = 0$ finns inget inre fält, och $^2S_{1/2}$ är en enda nivå.
- $\Delta E = \mu_B B$ **vid baklängesräkning**. Skillnaden mellan spinnlägena är $2\mu_B B_{\text{eff}}$, så fältet blir $B_{\text{eff}} = \Delta E / (2\mu_B)$.
- **För få siffror i våglängderna**. Dubblettens linjer ligger mycket tätt. Avrundas λ till tre siffror försvinner skillnaden helt.

5. Lösta exempel

≡ Exempel – Totalt rörelsemängdsmoment för en d-elektron

En elektron befinner sig i ett d-tillstånd. Vilka värden kan kvanttalet j ha, och hur stort är J i varje fall? Ange också den spektroskopiska beteckningen.

✎ Lösning

Möjliga j . Med $l = 2$ och $s = \frac{1}{2}$:

$$j = l \pm \frac{1}{2} = \boxed{\frac{3}{2} \text{ eller } \frac{5}{2}}$$

Beloppen.

$$J_{3/2} = \sqrt{\frac{3}{2} \cdot \frac{5}{2}} \hbar = \sqrt{3,75} \hbar = \boxed{1,94 \hbar}$$

$$J_{5/2} = \sqrt{\frac{5}{2} \cdot \frac{7}{2}} \hbar = \sqrt{8,75} \hbar = \boxed{2,96 \hbar}$$

Beteckningar. ${}^2D_{3/2}$ och ${}^2D_{5/2}$.

Rimlighetskontroll. Antalet tillstånd är $(2 \cdot \frac{3}{2} + 1) + (2 \cdot \frac{5}{2} + 1) = 4 + 6 = 10$, samma som $2(2I + 1) = 10$ utan koppling. Kopplingen ordnar om tillstånden men skapar inga nya.

Ej kontrollerat mot facit – två oberoende lösningar stämmer överens.

≡ Exempel – Kaliums dubblett

Kaliums motsvarighet till natriums gula dubblett består av linjerna 766,49 nm och 769,90 nm, från övergångarna $4p \rightarrow 4s$. Bestäm energiskillnaden mellan de två $4p$ -nivåerna och det effektiva magnetfält som valenselektronen känner.

Lösning

Modell. $4s$ delas inte, så skillnaden mellan fotonenergierna är skillnaden mellan ${}^2P_{3/2}$ och ${}^2P_{1/2}$. Linjerna ligger så tätt att vi räknar med $hc = 1239,8 \text{ eV} \cdot \text{nm}$.

Fotonenergierna.

$$E_1 = \frac{1239,8}{766,49} \text{ eV} = 1,61750 \text{ eV} \quad E_2 = \frac{1239,8}{769,90} \text{ eV} = 1,61034 \text{ eV}$$

$$\Delta E = E_1 - E_2 = \boxed{7,16 \cdot 10^{-3} \text{ eV}}$$

Effektiva fältet. Skillnaden mellan spinnlägena är $2\mu_B B_{\text{eff}}$:

$$B_{\text{eff}} = \frac{\Delta E}{2\mu_B} = \frac{7,16 \cdot 10^{-3} \text{ eV}}{2 \cdot 5,788 \cdot 10^{-5} \text{ eV/T}} = \boxed{61,9 \text{ T}}$$

Fältet är mycket starkare än i natrium (omkring 18 T), vilket stämmer med att kopplingen växer med kärnladdningen.

Ej kontrollerat mot facit – två oberoende lösningar stämmer överens.

Läsning

- 41.5 Electron Spin