

Signifikansnivå och styrka

19 okt. 2026, 4 min läsning

UTKAST

#matematik #statistik #begrepp

Kurs: S0008M Förkunskaper: Hypotesprövning, Enkla hypoteser

Signifikansnivån är sannolikheten att förkasta en sann nollhypotes, och styrkan är sannolikheten att förkasta en falsk. Vi väljer signifikansnivån själva; styrkan styr vi med antalet observationer.

1. Definitionerna

$$\alpha = P(\text{förkasta } H_0 \mid H_0 \text{ sann})$$

$$\text{styrkan} = P(\text{förkasta } H_0 \mid H_1 \text{ sann})$$

Signifikansnivån är risken för **fel av första slaget** i **hypotesprövningen**. Styrkan är $1 - \beta$, där β är risken för **fel av andra slaget**. Ett bra test har litet α och stor styrka.

Är mothypotesen sammansatt, till exempel $\mu > \mu_0$, har styrkan ett värde för varje μ i mothypotesen. Då blir den en funktion, **styrkefunktionen** $S(\mu)$.

2. Vad påverkar styrkan

För testet "förkasta $H_0 : \mu = \mu_0$ om $\bar{x} > k$ " med $\bar{\xi} \in N(\mu, \sigma/\sqrt{n})$ är styrkan i ett värde $\mu_1 > \mu_0$

$$P(\bar{\xi} > k \mid \mu = \mu_1) = 1 - \Phi\left(\frac{k - \mu_1}{\sigma/\sqrt{n}}\right)$$

Ur formeln syns tre saker:

Ändring

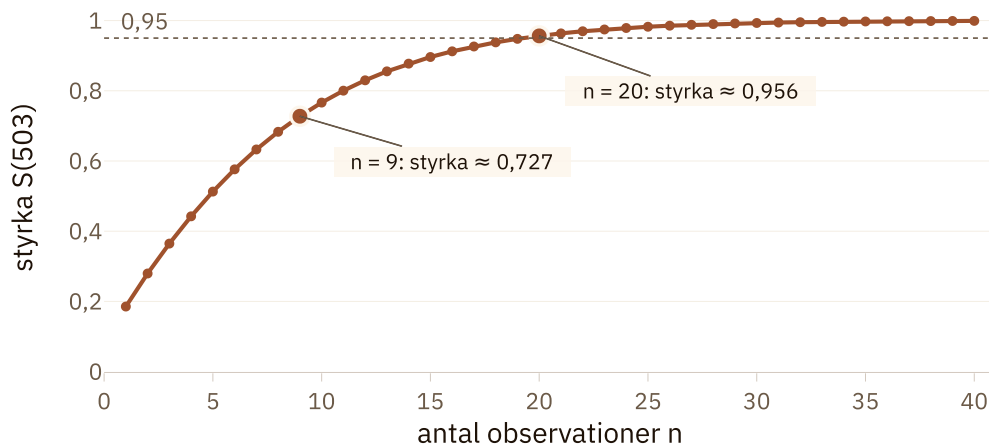
Effekt på styrkan

Mindre α (större k)

minskar

Ändring	Effekt på styrkan
Större avstånd $\mu_1 - \mu_0$	ökar — stora avvikelser är lättare att upptäcka
Större n	ökar — $\sigma/\sqrt{n}$ krymper

Styrkan vid $\mu = 503$ växer med n ($\sigma = 4$, $\alpha = 0,05$)



Figuren gäller påsfyllningen i **Hypotesprövning** ($\mu_0 = 500$, $\sigma = 4$, $\alpha = 0,05$) och visar styrkan i $\mu_1 = 503$. Med $n = 9$ upptäcks en avvikelse på 3 g bara i knappt tre fall av fyra; med $n = 20$ i minst 95 % av fallen.

3. Att bestämma n

Kräver vi både en viss signifikansnivå α och minst styrkan $1 - \beta$ i ett visst μ_1 får vi två villkor på k :

$$k = \mu_0 + \lambda_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \quad k = \mu_1 - \lambda_\beta \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Sätter vi dem lika och löser ut n :

$$n = \left(\frac{(\lambda_\alpha + \lambda_\beta) \sigma}{\mu_1 - \mu_0} \right)^2$$

⚠️ Avrunda uppåt och bestäm k efteråt

n blir sällan ett heltal. Avrunda till **närmast högre** heltal, så att styrkan blir minst den krävda, och bestäm sedan k ur signifikansvillkoret med det nya n , så att signifikansnivån blir exakt rätt.

4. Lösta lektionsuppgifter

≡ Lektion 15, övning 4 (Vännman 9.6) – Livslängd hos däck

Livslängden hos däck antas vara $\xi_i \in N(\mu, 900)$, oberoende, $i = 1, \dots, n$. Vi vill pröva $H_0 : \mu = 5400$ mot $H_1 : \mu > 5400$ med testet "förkasta H_0 om $\bar{x} > k$ ". Bestäm n och k så att signifikansnivån blir 0,01 och styrkan minst 0,95 om $\mu = 6300$.

Lösning

Fördelning. $\bar{\xi} \in N(\mu, 900/\sqrt{n})$.

Signifikansnivån. $\lambda_{0,01} \approx 2,3263$:

$$0,01 = P(\bar{\xi} > k \mid \mu = 5400) \implies k = 5400 + 2,3263 \cdot \frac{900}{\sqrt{n}} \quad (1)$$

Styrkan i $\mu = 6300$. $\lambda_{0,05} \approx 1,6449$:

$$0,95 = P(\bar{\xi} > k \mid \mu = 6300) \implies k = 6300 - 1,6449 \cdot \frac{900}{\sqrt{n}} \quad (2)$$

Lös ut n . (1) = (2) ger

$$\frac{(2,3263 + 1,6449) \cdot 900}{\sqrt{n}} = 900 \implies n = 3,9712^2 \approx 15,77$$

Med $n = 15$ blir styrkan $\approx 0,939$, för lite. Med $n = 16$ blir den $\approx 0,953$. Villkor (1) ger sedan

$$k = 5400 + 2,3263 \cdot \frac{900}{\sqrt{16}} \approx 5923,4$$

På räknaren. $\lambda_{0,01} = \text{invNorm}(0.99)$, $\lambda_{0,05} = \text{invNorm}(0.95)$. Styrkan för $n = 16$:
 $\text{normCdf}(5923.4, \infty, 6300, 900/4) \approx 0.953$.

Uppgiften (Vännman 9.6) är återgiven ur det handskrivna lösningsförslaget ($n = 16$, $k \approx 5923,42$), och svaret stämmer med det.

Exempel – Styrka och antal påsar

Påsfyllningen: $H_0 : \mu = 500$ mot $H_1 : \mu > 500$, $\sigma = 4$ känd, $\alpha = 0,05$.

- a) Beräkna styrkan i $\mu = 503$ med $n = 9$.
- b) Hur många påsar behövs för att styrkan i $\mu = 503$ ska bli minst 0,95?

Lösning

a) Med $n = 9$ är $k \approx 502,19$ (se [Hypotesprövning](#)), och

$$P(\bar{\xi} > 502,193 \mid \mu = 503) = 1 - \Phi\left(\frac{502,193 - 503}{4/3}\right) = \Phi(0,605) \approx \boxed{0,727}$$

b) $\lambda_{0,05} = 1,6449$ för både α och $\beta = 0,05$:

$$n = \left(\frac{(1,6449 + 1,6449) \cdot 4}{503 - 500}\right)^2 \approx 19,24 \Rightarrow \boxed{n = 20}$$

På räknaren. a) `1-normCdf(-∞, 502.19, 503, 4/3)`.

Ej kontrollerat mot facit – två oberoende lösningar stämmer överens.

Vanliga fel

- β är inte $1 - \alpha$. α och β räknas under olika hypoteser och summerar inte till 1.
- **Styrka i μ_0 .** Där är “styrkan” α , inte något stort tal.
- **Avrunda n nedåt.** 19,24 ger $n = 20$; med 19 når styrkan inte kravet.

Se även

- [Hypotesprövning](#)
- [Enkla hypoteser](#)
- [Styrkefunktion](#)

- [Sammansatta hypoteser](#)

Resurser

- [Wikipedia: Power of a test](#) 
 - [Wikipedia: Statistical significance](#) 
-
-