

Sannolikhetsfunktion

19 okt. 2026, 2 min läsning

UTKAST

#matematik #sannolikhetslära #definition

Kurs: S0008M Förkunskaper: Stokastisk variabel

Sannolikhetsfunktionen till en diskret stokastisk variabel anger sannolikheten för varje enskilt värde, $p_{\xi}(x) = P(\xi = x)$. Den kan ses som en massfördelning på reella axeln: massan $P(\xi = x)$ i varje punkt, med totalmassan 1.

1. Definitionen

För en diskret stokastisk variabel ξ som kan anta värdena $x_1, x_2, \dots$ är sannolikhetsfunktionen

$$p_{\xi}(x) = P(\xi = x)$$

Den är noll för alla x som ξ inte kan anta. Vi skriver ofta bara $p(x)$ när det är tydligt vilken variabel som avses.

2. Två egenskaper

Varje sannolikhetsfunktion uppfyller

$$p_{\xi}(x) \geq 0 \quad \text{för alla } x, \quad \sum_x p_{\xi}(x) = 1$$

där summan tas över alla värden ξ kan anta. Den andra egenskapen är ett bra kontrollsteg: har vi räknat fram en hel sannolikhetsfunktion ska värdena summera till 1.

3. Massfördelning och stolpdiagram

Sannolikhet som massa på reella axeln

Placera massan $P(\xi = x)$ i punkten x på tallinjen. Den totala massan är 1. Sannolikheten att ξ hamnar i en mängd A är massan som ligger där:

$$P(\xi \in A) = \sum_{x \in A} p_{\xi}(x)$$

Vi ritar sannolikhetsfunktionen som ett **stolpdiagram**, en stolpe per möjligt värde med höjden $p_{\xi}(x)$. Från stolpdiagrammet kan vi läsa av **det mest sannolika värdet** (högsta stolpen) och uppskatta **väntevärdet** (masscentrum).

Summerar vi stolparna från vänster får vi **fördelningsfunktionen** $F_{\xi}(x) = P(\xi \leq x)$.

4. Lösta lektionsuppgifter

Lektion 4, övning 2 – Sökningar mot en databas

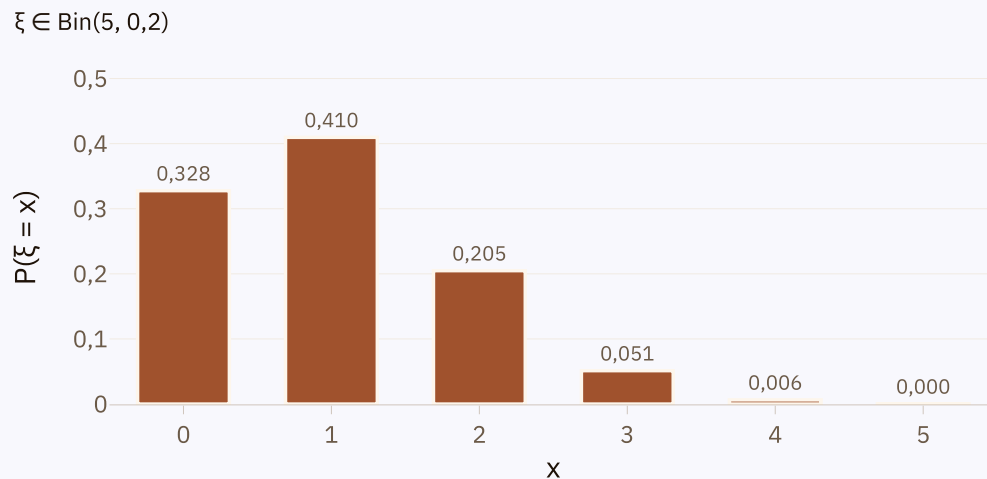
I ett rum står 5 datorer uppkopplade mot en server. Under 20 % av tiden gör var och en sökningar i en databas, oberoende av varandra. Låt ξ = antal sökningar som pågår samtidigt vid en given tidpunkt. Vilka värden kan ξ anta? Bestäm sannolikhetsfunktionen $P(\xi = x)$.

Lösning

Värden. Mellan ingen och alla fem datorer kan söka samtidigt, så ξ kan anta värdena 0, 1, 2, 3, 4, 5.

Sannolikhetsfunktion. Varje dator är en **oberoende upprepning** där "söker" har sannolikheten 0,2. Sats 2.8 ger

$$P(\xi = x) = \binom{5}{x} 0,2^x 0,8^{5-x}, \quad x = 0, 1, \dots, 5$$



Kontroll. Stolparna summerar till 1: $0,328 + 0,410 + 0,205 + 0,051 + 0,006 + 0,000 = 1,000$.

Facit: ξ kan anta $0, 1, \dots, 5$ och $P(\xi = x) = \binom{5}{x} 0,2^x 0,8^{5-x}$.

Se även

- Stokastisk variabel
- Fördelningsfunktion
- Binomialfördelning
- Väntevärde
- Frekvensfunktion

Resurser

- [Khan Academy: Random variables](#) 
- [Wikipedia: Probability mass function](#) 