

Rydbergs formel

19 okt. 2026, 4 min läsning

UTKAST

#fysik #atomfysik #samband

Kurs: F0005T Förkunskaper: Bohrs modell för väteatomen

Skillnaden mellan två av väteatomens energinivåer ger en våglängd som bara beror på de två kvanttalen. Formeln hittades empiriskt år 1888 och föll sedan ut ur Bohrs modell med en Rydbergkonstant uttryckt i fundamentala konstanter; överensstämmelsen är bättre än 0,1 %. Serierna namnges efter den undre nivån: Lyman ($n_L = 1$), Balmer (2), Paschen (3), Brackett (4) och Pfund (5).

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2} \right)$$

Formeln, symbol för symbol

$$\underbrace{\frac{1}{\lambda}}_{\text{vågtal}} = \underbrace{R}_{\text{Rydberg-konstanten}} \left(\underbrace{\frac{1}{n_L^2}}_{\substack{\text{undre nivå} \\ \text{(serien)}}} - \underbrace{\frac{1}{n_U^2}}_{\substack{\text{övre} \\ \text{nivå}}} \right)$$

Parentesen är energiskillnaden mellan nivåerna i enheter av $hcR = 13,6$ eV. Den undre nivån bestämmer serien, och låter vi $n_U \rightarrow \infty$ får vi seriegränsen.

1. Från energinivåer till våglängder

När atomen går från en övre nivå n_U till en undre n_L bär fotonen bort energiskillnaden, $hc/\lambda = E_{n_U} - E_{n_L}$ (se [Linjespektrum](#)). Energierna i [Bohrs modell för väteatomen](#) skrivs först om så att en konstant med dimensionen invers längd bryts ut:

$$E_n = -\frac{hcR}{n^2} \quad R = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c}$$

Fysika: Fd3 (i formen $E_n = -E_H Z^2/n^2$ med $E_H = hcR$)

Sätt in i energivillkoret:

$$\frac{hc}{\lambda} = E_{n_U} - E_{n_L}$$

Fysika: Fd3 (fotonenergi)

$$\frac{hc}{\lambda} = \left(-\frac{hcR}{n_U^2}\right) - \left(-\frac{hcR}{n_L^2}\right)$$

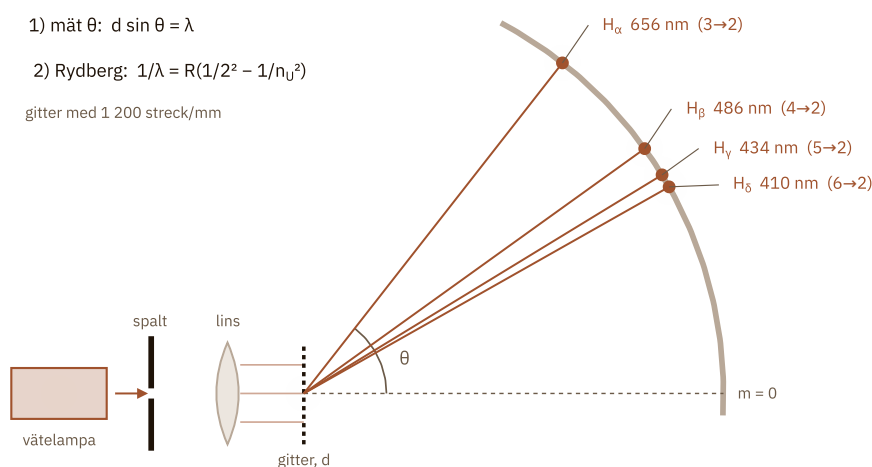
$$\frac{hc}{\lambda} = hcR \left(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2}\right)$$

Division med hc ger formeln i rutan överst. Rydbergkonstanten är alltså inte längre en anpassad parameter utan byggd av m , e , ϵ_0 , h och c :

$$R = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^3 c} = 1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1} \quad hcR = 13,6 \text{ eV}$$

Fysika: Te ($R \propto$ och R_H)

Samma formel gäller för absorption: en foton med just den våglängden kan lyfta atomen från n_L till n_U .



Så mäts linjerna: ljuset från en vätelampa går genom spalt och lins till ett gitter, och varje Balmerlinje hamnar vid sin egen vinkel där $d \sin \theta = \lambda$. Med λ känd ger Rydbergs formel den övre nivån n_U .

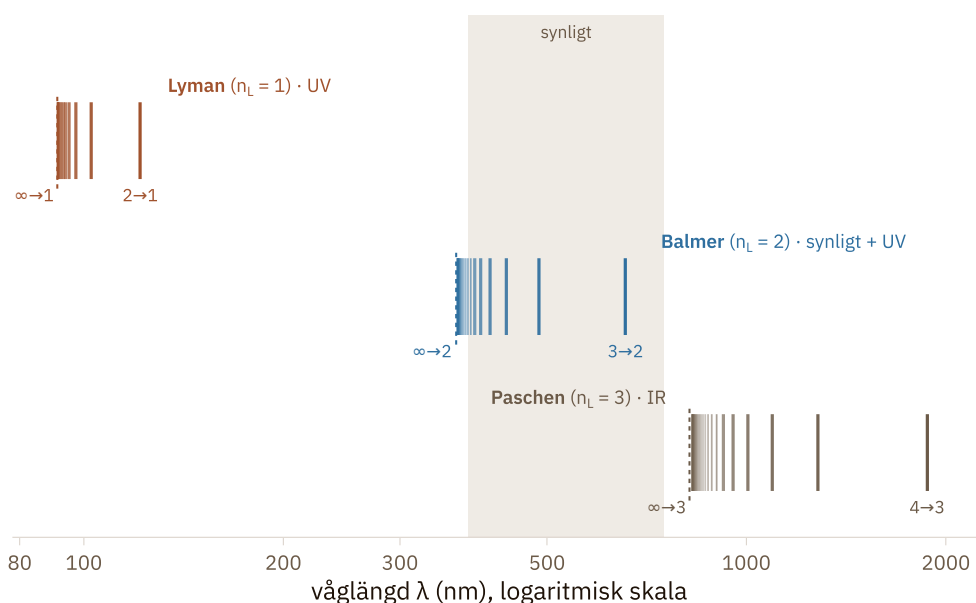
2. Spektralserierna

Håller vi n_L fast och låter $n_U = n_L + 1, n_L + 2, \dots$ får vi en serie. Den längsta våglängden kommer från det minsta hoppet, $n_U = n_L + 1$. När $n_U \rightarrow \infty$ går $1/n_U^2 \rightarrow 0$, och linjerna hopar sig mot **seriegränsen**, seriens kortaste våglängd:

$$\lambda_{\text{gräns}} = \frac{n_L^2}{R}$$

Serie	n_L	Längsta λ ($n_U = n_L + 1$)	Seriegräns	Område
Lyman	1	122 nm	91,2 nm	ultraviolett
Balmer	2	656 nm	365 nm	synligt och UV
Paschen	3	1,88 μm	820 nm	infrarött
Brackett	4	4,05 μm	1,46 μm	infrarött
Pfund	5	7,46 μm	2,28 μm	infrarött

Bara Balmerserien har linjer i det synliga: $H_\alpha = 656 \text{ nm}$, $H_\beta = 486 \text{ nm}$, $H_\gamma = 434 \text{ nm}$ och $H_\delta = 410 \text{ nm}$. Resten av serien ligger i ultraviolett. Övergångarna finns utritade i energinivådiagrammet i [Bohrs modell för väteatomen](#).



Vätets Lyman-, Balmer- och Paschenserie på en logaritmisk våglängdsaxel: i varje serie ligger den längsta linjen vid $n_U = n_L + 1$, och linjerna tättnar mot den streckade seriegränsen $\infty \rightarrow n_L$; bara Balmerserien når in i det synliga.

3. Antal linjer och absorption

En atom i nivå n kan falla tillbaka i ett enda hopp eller i flera steg, och varje par av nivåer ger en egen linje. Ett helt prov av atomer exciterade till nivå n ger därför

$$N = \frac{n(n-1)}{2}$$

olika linjer i emission. I absorption är det annorlunda: i en kall gas sitter nästan alla atomer i grundtillståndet, så bara Lymanlinjerna syns som mörka linjer. Balmerlinjer i absorption kräver att många atomer redan är i $n = 2$, alltså en het gas.

⚠ Vanliga fel

- n_L och n_U **byts**. Då blir $1/\lambda$ negativt. n_L är alltid den *undre* nivån, både i emission och i absorption.
- **Serien namnges efter fel nivå**. Det är den undre nivån som bestämmer serien: $4 \rightarrow 2$ är Balmer, inte Brackett.
- **Seriegränsen tas för den längsta våglängden**. Gränsen n_L^2/R är den *kortaste*; den längsta kommer från $n_U = n_L + 1$.
- **Enheterna**. R har enheten m^{-1} , så $1/\lambda$ kommer ut i m^{-1} . Alternativt räknar vi i eV med $hcR = 13,6 \text{ eV}$ och $hc = 1240 \text{ eV}\cdot\text{nm}$.
- **Atomen tros bara kunna hoppa en nivå i taget**. $4 \rightarrow 1$ ger en enda foton; nivåer får hoppas över.

4. Lösta exempel

☰ Exempel – Vilken övergång ger 434 nm?

I väteets emissionsspektrum syns en violett linje vid 434 nm. Visa att den tillhör Balmerserien och bestäm från vilken nivå övergången sker. Vilken energi har fotonen?

✎ Lösning

Vilken serie? Lymanserien ligger helt under 122 nm och Paschenserien helt över 820 nm, så en linje vid 434 nm måste vara en Balmerlinje, $n_L = 2$.

Övre nivå. Lös ut $1/n_U^2$ ur Rydbergs formel:

$$\frac{1}{n_U^2} = \frac{1}{4} - \frac{1}{\lambda R} = 0,25 - \frac{1}{434 \cdot 10^{-9} \cdot 1,097 \cdot 10^7} = 0,25 - 0,2100 = 0,0400$$

$$n_U = \frac{1}{\sqrt{0,0400}} = \boxed{5}$$

Linjen är H_γ , övergången $5 \rightarrow 2$.

Fotonenergin.

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{434 \text{ nm}} = \boxed{2,86 \text{ eV}}$$

Rimlighetskontroll. $E_5 - E_2 = 13,6 (1/4 - 1/25) = 2,86 \text{ eV}$.

Ej kontrollerat mot facit – två oberoende lösningar stämmer överens.

≡ Exempel – Vätgas exciterad till $n = 4$

Vätgas bombarderas med elektroner så att atomerna exciteras till som högst nivå $n = 4$. Hur många olika spektrallinjer kan gasen sända ut? Bestäm den kortaste och den längsta våglängden, och ange vilka linjer som ligger i det synliga området, 400–700 nm.

Lösning

Antal linjer. Varje par av nivåerna 1–4 ger en linje:

$$N = \frac{4 \cdot 3}{2} = \boxed{6}$$

Kortaste våglängden. Största hoppet, $4 \rightarrow 1$:

$$\frac{1}{\lambda} = 1,097 \cdot 10^7 \left(1 - \frac{1}{16}\right) = 1,028 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1} \Rightarrow \lambda = \boxed{97,2 \text{ nm}}$$

Längsta våglängden. Minsta hoppet, $4 \rightarrow 3$:

$$\frac{1}{\lambda} = 1,097 \cdot 10^7 \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{16}\right) = 5,333 \cdot 10^5 \text{ m}^{-1} \Rightarrow \lambda = \boxed{1,88 \text{ }\mu\text{m}}$$

Synliga linjer. Bara övergångar ned till $n_L = 2$ kan vara synliga: $3 \rightarrow 2$ ger **656 nm** och $4 \rightarrow 2$ ger **486 nm**. Övriga linjer är 122 nm och 103 nm (Lyman, UV) samt $1,88 \mu\text{m}$ (Paschen, IR).

Ej kontrollerat mot facit — två oberoende lösningar stämmer överens.

Läsning

- 39.2 The Nuclear Atom and Atomic Spectra
- 39.3 Energy Levels and the Bohr Model of the Atom