

Populationsinversion

19 okt. 2026, 5 min läsning

UTKAST

#fysik #optik #princip

Kurs: F0005T Förkunskaper: Stimulerad emission

I termisk jämvikt är nästan alla atomer i grundtillståndet. Maxwell-Boltzmannfördelningen ger kvoten mellan exciterade och icke-exciterade atomer till 0,00044 för en övergång på 2 eV vid 3000 K – en försvinnande liten andel, så absorption är långt mer sannolik än stimulerad emission även vid hög temperatur. För att förstärka ljus måste jämvikten brytas så att den övre nivån är mer befolkad än den undre. Det kräver ett metastabilt tillstånd med livstid kring 10^{-3} s i stället för normala 10^{-8} s.

$$\frac{n_{ex}}{n_g} = e^{-(E_{ex}-E_g)/kT}$$

Formeln, symbol för symbol

$$\underbrace{\frac{n_{ex}}{n_g}}_{\substack{\text{atomer uppe per} \\ \text{atom nere}}} = \exp \left(- \frac{\overbrace{E_{ex} - E_g}^{\text{energisteget}}}{\underbrace{kT}_{\text{termisk energi}}} \right)$$

Kvoten avgörs av hur stort energisteget är jämfört med den termiska energin kT . Exponenten är negativ vid varje temperatur, så i jämvikt är det övre tillståndet alltid glesare befolkat – en inversion kräver att jämvikten bryts.

1. Nivåer och tillstånd

En energinivå kan ofta nås på flera sätt, och varje sätt är ett eget **tillstånd**. Väteatomens grundnivå $-13,6$ eV har två tillstånd och första exciterade nivån $-3,40$ eV har åtta. Maxwell-Boltzmannfördelningen gäller per tillstånd: i jämvikt vid temperaturen T är antalet atomer i ett tillstånd med energin E_i

$$n_i = A e^{-E_i/k_B T}$$

där A bestäms av det totala antalet atomer. Kvoten mellan två tillstånd ger formeln i rutan överst – konstanten A tar ut sig. Jämför vi i stället två *nivåer* med g_{ex} och g_g tillstånd var, räknas varje tillstånd för sig:

$$\frac{N_{ex}}{N_g} = \frac{g_{ex}}{g_g} e^{-(E_{ex}-E_g)/k_B T}$$

2. Termisk jämvikt ger aldrig inversion

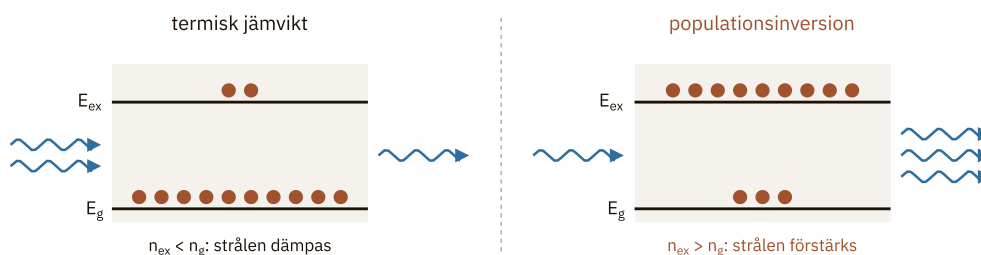
Exponenten är negativ för varje $T > 0$, så ett högre tillstånd är alltid glesare befolkat än ett lägre. För en övergång på 2,0 eV:

T	$k_B T$	n_{ex}/n_g
300 K	0,026 eV	$2,5 \cdot 10^{-34}$
3000 K	0,26 eV	$4,4 \cdot 10^{-4}$
10 000 K	0,86 eV	0,098

Först när $T \rightarrow \infty$ närmar sig kvoten 1 – den blir aldrig större. Eftersom stimulerad emission och absorption är lika sannolika per atom, se [Stimulerad emission](#), absorberar en gas i jämvikt alltid mer än den förstärker.

Att lysa in ljus med just övergångens frekvens hjälper inte heller. Så länge $n_g \gg n_{ex}$ går nästan all energi åt till absorption, och även med enormt intensivt ljus når man i bästa fall $n_{ex} = n_g$: där tar absorption och stimulerad emission ut varandra och gasen blir genomskinlig för strålningen.

Populationsinversion är det icke-jämviktssläge där ett högre tillstånd har fler atomer än ett lägre. Sätter vi in $n_{ex}/n_g > 1$ i Boltzmannfaktorn och löser ut T blir temperaturen negativ – ett formellt sätt att säga att inget termiskt jämviktssläge kan ge inversion.

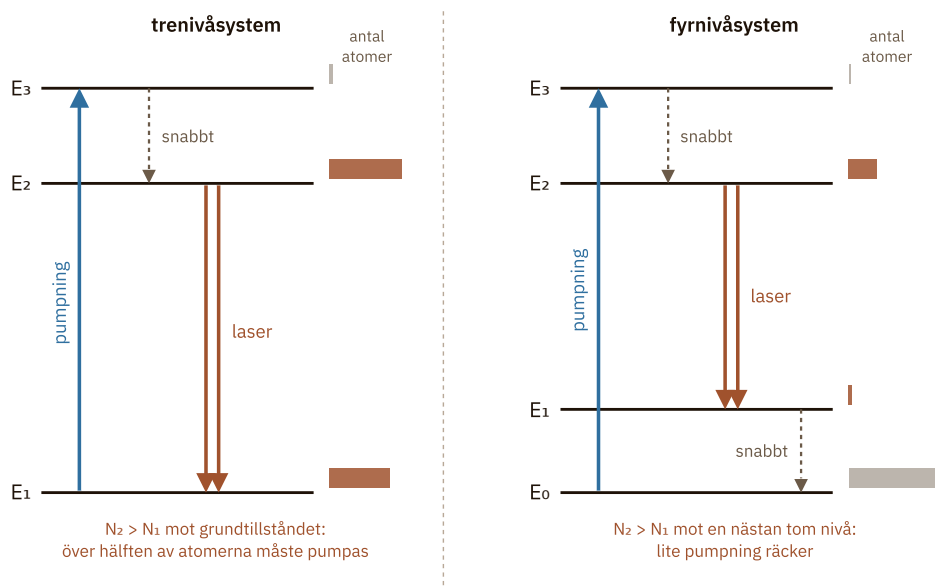


Varje prick är en atom. I jämvikt ligger de flesta i grundtillståndet, så fotonerna i en stråle absorberas oftare än de stimulerar emission och strålen dämpas. Vid inversion är det tvärtom: de flesta atomerna väntar i det övre tillståndet, och strålen förstärks.

3. Metastabilt tillstånd och pumpning

Inversionen byggs i stället upp med atomer som har ett **metastabilt** tillstånd. Vanliga exciterade tillstånd töms genom spontan emission på omkring 10^{-8} s, medan ett metastabilt tillstånd lever omkring 10^{-3} s, ungefär 10^5 gånger längre. Det kan inträffa när bevarandet av rörelsemängdsmoment försvårar övergången nedåt.

Atomerna **pumpas** upp ur grundtillståndet, i en gas till exempel med en elektrisk urladdning där elektroner och joner exciterar atomerna genom kollisioner. De kortlivade tillstånden töms på 10^{-8} s, men atomerna samlas i det metastabila tillståndet. Det har fortfarande färre atomer än grundtillståndet, men många fler än ett nästan tomt tillstånd strax ovanför grundtillståndet. Inversionen gäller mellan de två – det är så **lasern** arbetar.



Tre- och fyrnivåsystem jämförda: i båda pumpas atomerna till E_3 och faller snabbt till den metastabila E_2 , men i trenivåsystemet måste E_2 inverteras mot grundtillståndet, medan fyrnivåsystemets undre lasernivå E_1 töms snabbt och nästan är tom (staplarna visar antal atomer).

⚠ Vanliga fel

- **Hög temperatur ger inversion.** Den gör det aldrig: $e^{-\Delta E/k_B T} < 1$ för alla positiva T .
- **Inversionen måste gälla mot grundtillståndet.** Det räcker att den övre lasernivån har fler atomer än den undre lasernivån, som gärna ligger strax ovanför grundtillståndet och töms snabbt.

- **Nivåer och tillstånd blandas.** Boltzmannfaktorn gäller per tillstånd. Jämförs två nivåer måste antalet tillstånd g i varje nivå tas med.
- $k_B T$ i fel enhet. Räkna antingen i eV med $k_B = 8,617 \cdot 10^{-5}$ eV/K eller i J med $k_B = 1,381 \cdot 10^{-23}$ J/K — exponenten måste bli dimensionslös.
- **Metastabil betyder stabil.** Tillståndet har en ändlig livstid kring 10^{-3} s; det är bara ovanligt långlivat.

4. Lösta exempel

☰ Exempel — Exciterat väte på solytan

Solens yta har temperaturen 5800 K. Väteatomens grundnivå har 2 tillstånd och första exciterade nivån 8 tillstånd, och energiskillnaden mellan nivåerna är 10,2 eV. Hur många väteatomer finns i den första exciterade nivån per atom i grundnivån?

Lösning

Termisk energi.

$$k_B T = 8,617 \cdot 10^{-5} \text{ eV/K} \cdot 5800 \text{ K} = 0,500 \text{ eV}$$

Fysika: Te (k)

Exponenten.

$$\frac{E_{ex} - E_g}{k_B T} = \frac{10,2}{0,500} = 20,4 \quad e^{-20,4} = 1,37 \cdot 10^{-9}$$

Med tillståndsfaktorn. $g_{ex}/g_g = 8/2 = 4$, så

$$\frac{N_{ex}}{N_g} = 4 \cdot 1,37 \cdot 10^{-9} = \boxed{5,48 \cdot 10^{-9}}$$

Ungefär fem atomer på en miljard är exciterade — ändå är de många nog att ge solspektrumets väteabsorption i Balmer-serien, eftersom solen innehåller så enormt mycket väte.

Ej kontrollerat mot facit — två oberoende lösningar stämmer överens.

≡ Exempel — Termisk pumpning räcker inte

Två enkla tillstånd skiljer sig med 1,17 eV.

1. Vid vilken temperatur är $n_{ex}/n_g = 0,100$?
2. Vilken temperatur skulle formellt krävas för att $n_{ex}/n_g = 2,00$?

Lösning

Lös ut temperaturen. Logaritmera Boltzmannfaktorn:

$$\ln \frac{n_{ex}}{n_g} = -\frac{\Delta E}{k_B T}$$

$$T = -\frac{\Delta E}{k_B \ln(n_{ex}/n_g)}$$

1. Med $\ln 0,100 = -2,303$:

$$T = \frac{1,17 \text{ eV}}{8,617 \cdot 10^{-5} \text{ eV/K} \cdot 2,303} = \boxed{5,90 \cdot 10^3 \text{ K}}$$

2. Med $\ln 2,00 = 0,693$:

$$T = -\frac{1,17}{8,617 \cdot 10^{-5} \cdot 0,693} \text{ K} = \boxed{-1,96 \cdot 10^4 \text{ K}}$$

Temperaturen blir negativ: ingen jämvikt, hur varm som helst, ger inversion. Den måste skapas genom pumpning.

Ej kontrollerat mot facit — två oberoende lösningar stämmer överens.

Läsning

- 39.4 The Laser

