

Partiell integration

Jun 12, 2026, 3 min read

#matematik

#analys

#integral

Kurs: M0066M Förkunskaper: [Integraler](#), [Deriveringsregler](#)

1. Idé

Partiell integration används när integranden är en **produkt av två funktioner** där den ena är lätt att hitta primitiv till och den andra blir enklare när den deriveras. Metoden är produktregeln baklänges: i stället för att derivera en produkt flyttar vi derivatan från den ena faktorn till den andra inuti en integral.

Givet integralen

$$\int f(x) g(x) dx$$

väljer vi att

- **integrera** f – det vill säga byta ut f mot en primitiv F (så att $F' = f$),
- **derivera** g – det vill säga byta ut g mot g' .

Priset vi betalar är att en ny integral dyker upp i utbyte. Vinsten är att den nya integralen är enklare än den ursprungliga.

2. Formeln

SATS: Partiell integration

Låt F vara en primitiv funktion till f , och låt g vara deriverbar. Då gäller

$$\int f(x) g(x) dx = F(x) g(x) - \int F(x) g'(x) dx.$$

Härledningen följer direkt ur **produktregeln**: $(F(x)g(x))' = f(x)g(x) + F(x)g'(x)$.
Integrera båda leden och lös ut den första integralen.

3. Hur man använder den

🔗 Strategi för valet

1. **Identifiera de två faktorerna** i integranden.
2. **Bestäm vilken som ska deriveras** (g) och vilken som ska integreras (f).
Tumregel: välj g så att g' blir märkbart enklare – typiskt ett polynom som krymper en grad, eller en logaritm som försvinner.
3. **Skriv upp F och g'** explicit innan formeln tillämpas, så att man inte tappar bort tecken.
4. **Sätt in i formeln** och avgör om den nya integralen $\int F g' dx$ verkligen är enklare. Är den värre – byt roller på f och g .

🔗 LIATE – minnesregel för g

Välj g enligt prioriteringsordningen **L**ogaritmer, **I**nversa trigonometriska, **A**lgebraiska (polynom), **T**rigonometriska, **E**xponentialer. Det som står tidigare i listan deriveras (är g); det senare integreras (är f).

4. Räkneexempel

☰ **Exempel 1 – polynom gånger trigonometri** >

☰ Exempel 2 – polynom gånger exponential >

☰ Exempel 3 – logaritmen som "ensam" faktor >

Läsning

- 6.1 Integration by Parts

Se även

- Integraler
 - Variabelbyte i integraler
-