

Moseleys lag

19 okt. 2026, 4 min läsning

UTKAST

#fysik #atomfysik #samband

Kurs: F0005T **Förkunskaper:** Röntgenstrålning, Elektronkonfiguration

Topparna ovanpå bromsstrålningens kontinuum kommer av att infallande elektroner slår loss en elektron ur K-skalet och att hålet fylls från L-skalet, så att $E_L - E_K = hf$. Moseley studerade den högsta toppen K_α och fann sambandet experimentellt; det härleds ur väteatomens energinivåer med $Z_{\text{eff}} = Z - 1$, eftersom den kvarvarande K-elektronen skärmar en enhet av kärnladdningen. Uttryckt i invers våglängd blir konstanten $8,23 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1}$. Mätning av $\lambda_{K\alpha}$ identifierar alltså grundämnet.

$$f = a (Z - 1)^2, \quad a = 2,47 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

Fysika: Fd3 (i formen $\lambda^{-1} = a(Z - 1)^2$ med $a = 8,23 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1}$)

Formeln, symbol för symbol

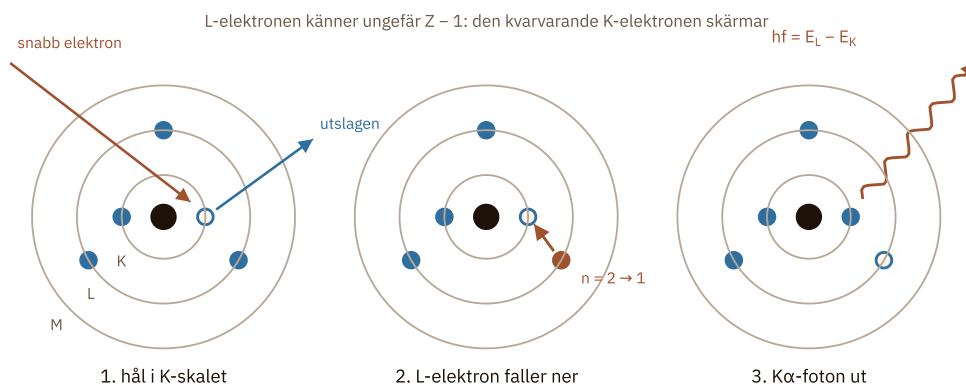
$$\underbrace{f}_{K_\alpha\text{-linjens frekvens}} = \underbrace{a}_{10,2 \text{ eV/h}} \left(\underbrace{Z - 1}_{\text{kärnladdning minus en}} \right)^2$$

Linjen är väteets övergång $n = 2 \rightarrow 1$, men med kärnladdningen $Z - 1$ i stället för 1, eftersom den kvarvarande K-elektronen skärmar en enhet. Därför växer frekvensen med kvadraten på atomnumret.

1. Ett hål i K-skalet

I ett röntgenrör kan en infallande elektron med tillräcklig energi slå ut en av de två elektronerna i atomens innersta skal, K-skalet ($n = 1$). Hålet fylls snabbt av en elektron från ett högre skal, och energiskillnaden sänds ut som en röntgenfoton:

- K_α : hålet fylls från L-skalet ($n = 2 \rightarrow 1$).
- K_β : hålet fylls från M-skalet ($n = 3 \rightarrow 1$), något högre energi.



Så uppstår $K\alpha$. En snabb elektron slår ut en av de två K-elektronerna, en L-elektron faller ner i hålet, och energiskillnaden sänds ut som en röntgenfoton. L-elektronen ser kärnan genom den kvarvarande K-elektronen, alltså ungefär laddningen $Z - 1$.

Fotonenergin bestäms av atomens egna nivåer och inte av rörspänningen, så linjerna hamnar på samma ställe hur spänningen än väljs — bara den räcker för att slå ut en K-elektron. De ligger som smala toppar ovanpå **bromsstrålningens** kontinuum.

2. Härledning ur väteatomen

Innan hålet fylls finns en enda elektron kvar i K-skalet. Den ligger mellan kärnan och L-elektronen och skärmar en enhet av kärnladdningen, så L-elektronen känner ungefär $Z_{\text{eff}} = Z - 1$. Med energierna för ett **väteliknande system**:

$$E_n \approx -\frac{(Z-1)^2}{n^2} \cdot 13,6 \text{ eV}$$

Fysika: Fd3 (energinivåer för väteliknande system, med $Z - 1$ i stället för Z och $E_H = 13,6 \text{ eV}$ från Te)

Fotonenergin är skillnaden mellan $n = 2$ och $n = 1$:

$$E_{K\alpha} = E_2 - E_1 = (Z-1)^2 \cdot 13,6 \text{ eV} \left(1 - \frac{1}{4}\right)$$

$$E_{K\alpha} \approx (Z-1)^2 \cdot 10,2 \text{ eV}$$

Dividerar vi med h får vi frekvensen:

$$f = \frac{E_{K\alpha}}{h} = \frac{10,2 \text{ eV}}{4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}} (Z-1)^2 = 2,47 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \cdot (Z-1)^2$$

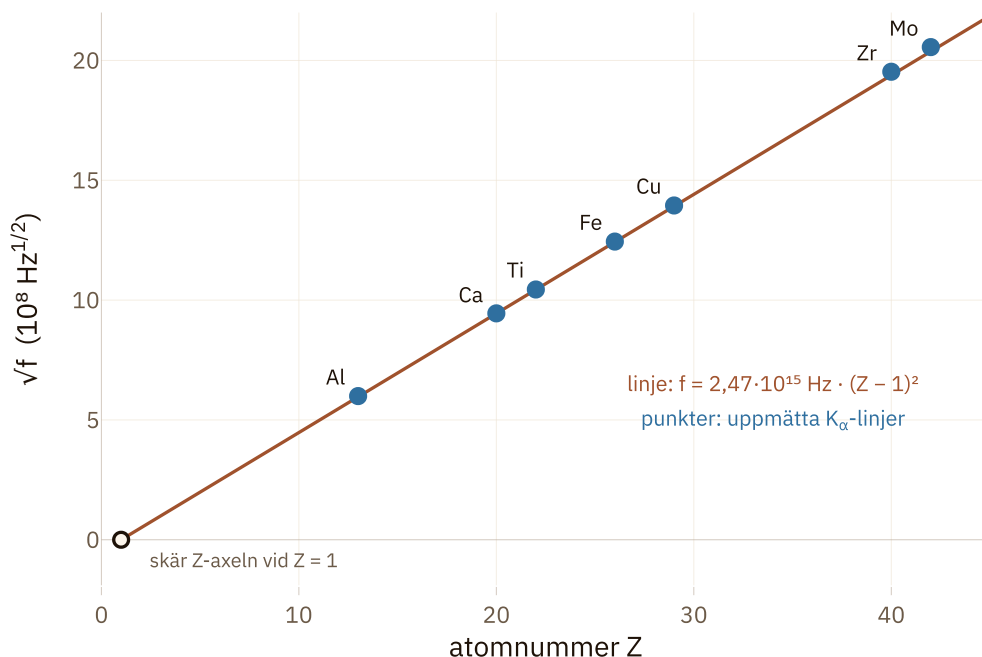
Fysika: Te (h)

vilket är Moseleys lag i rutan överst. Skärmningen $Z - 1$ är en grov modell — L-elektronen skärmas också delvis av de andra elektronerna — men den stämmer inom någon procent.

3. Linjen i $\sqrt{f}$ och periodiska systemet

Tar vi roten ur Moseleys lag blir $\sqrt{f}$ en rät linje i Z , som skär Z -axeln vid $Z = 1$:

$$\sqrt{f} = \sqrt{a} (Z - 1)$$



$\sqrt{f}$ för uppmätta K_α -linjer mot atomnumret. Punkterna följer linjen från Moseleys lag, och linjen skär Z -axeln vid $Z = 1$, inte vid origo — det är skärmningen från den kvarvarande K -elektronen.

Moseley mätte linjerna år 1913 och kunde ordna grundämnena efter kärnladdning i stället för atommassa. Kobolt och nickel, som står i omvänd ordning efter massa, hamnade rätt, och luckor i serien visade var ännu okända grundämnen saknades.

På samma sätt ger håll i L-skalet en **L-serie** när de fylls från M- och N-skalen. Den har betydligt lägre energier än K-serien.

4. Absorptionskanter

Samma nivåer syns i absorption. När röntgenfotoner passerar ett material ökar absorptionen plötsligt när fotonenergin blir stor nog att lyfta ut en K -elektron. Den skarpa ökningen kallas **K-absorptionskant**. Kanten ligger något över K_α -energin, eftersom elektronen måste tas bort helt och inte bara flyttas till L-skalet, som ju redan är fullt.

⚠ Vanliga fel

- **Z i stället för $Z - 1$.** För koppar ger Z^2 ungefär 7 % för hög energi; det är skärmningen som gör lagen träffsäker.
- **13,6 eV i stället för 10,2 eV.** Faktorn $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ kommer av att elektronen faller från $n = 2$, inte från oändligheten.
- **Linjen beror på rörspejningen.** K_α bestäms av atomen. Spänningen avgör bara om linjen syns alls och var bromsstrålningen slutar.
- **Fel prefix.** Röntgenenergies anges i keV och våglängder i tiondels nanometer. $hc = 1240$ eV·nm ger λ i nm bara om E står i eV.

5. Lösta exempel

☰ Exempel – Koppars K_α -linje

Uppskatta energin och våglängden för K_α -strålningen från en kopparanod ($Z = 29$).

✎ Lösning

Energien.

$$E_{K_\alpha} = (Z - 1)^2 \cdot 10,2 \text{ eV} = 28^2 \cdot 10,2 \text{ eV} = 7997 \text{ eV} \approx \boxed{8,00 \text{ keV}}$$

Våglängden.

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{7997 \text{ eV}} = \boxed{0,155 \text{ nm}}$$

Fysika: T k1 (uppmätt $\lambda_{K\alpha 1} = 154,2 \text{ pm}$ för Cu)

Rimlighetskontroll. Uppmätt är 8,05 keV och 0,154 nm, alltså under en procents avvikelse. Våglängden är av samma storlek som atomavstånden i en kristall, vilket gör kopparstrålning användbar för kristallografi.

Ej kontrollerat mot facit – två oberoende lösningar stämmer överens.

Exempel – Identifiera ett okänt ämne

K_α -linjen från ett okänt grundämne har våglängden 0,194 nm. Vilket grundämne är det?

Lösning

Frekvensen.

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{0,194 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 1,55 \cdot 10^{18} \text{ Hz}$$

Lös ut Z ur Moseleys lag.

$$(Z - 1)^2 = \frac{f}{a} = \frac{1,55 \cdot 10^{18}}{2,47 \cdot 10^{15}} = 626$$

$$Z - 1 = 25,0 \quad Z = 26,0$$

Grundämnet. $Z = 26$ är järn.

Ej kontrollerat mot facit – två oberoende lösningar stämmer överens.

Läsning

- 41.7 X-Ray Spectra