Masströghetsmoment

Apr 28, 2026, 6 min read

#fysik #rotation

9.4 Rotationsenergi

Allmänt i fysik är en bra första tanke att dela upp problem i små delar och kolla på de separat. Om vi ska rotera ett objekt kring origo kan vi dra r_1, r_2 $(\perp \text{ mot rotationsaxelan z})$ till två olika intressanta punkter på objektet m_1, m_2 och räkna.

Ställ up tangentiell fart $vi = r_i \times \omega$

Där ω är densamma för alla delar eftersom det är en stel kropp.

Det betyder att vi kan räkna ut;

- Rörelseenergi: $k_i = \frac{1}{2}m_i v_i^2 = \frac{1}{2}m_i(r_i \times \omega)^2 \implies K = K_{tot} = \sum K_i = \frac{1}{2}\left(\sum_i m_i r_i^2\right) \times \omega^2$ parantesen kallas för "(mass)tröghetsmoment" betecknas med stora I: $I = \sum_i m_i r_i^2$

Där r är det vinkelräta avstådet till rotationsaxeln från delen m_i eller d_m.

```
$K_{tot}=\frac{1}{2}I\omega^2$
```

Ställ alltid frågorna:

- Vilekn axel arbetar men med?
- Vilken massa arbetar man med?

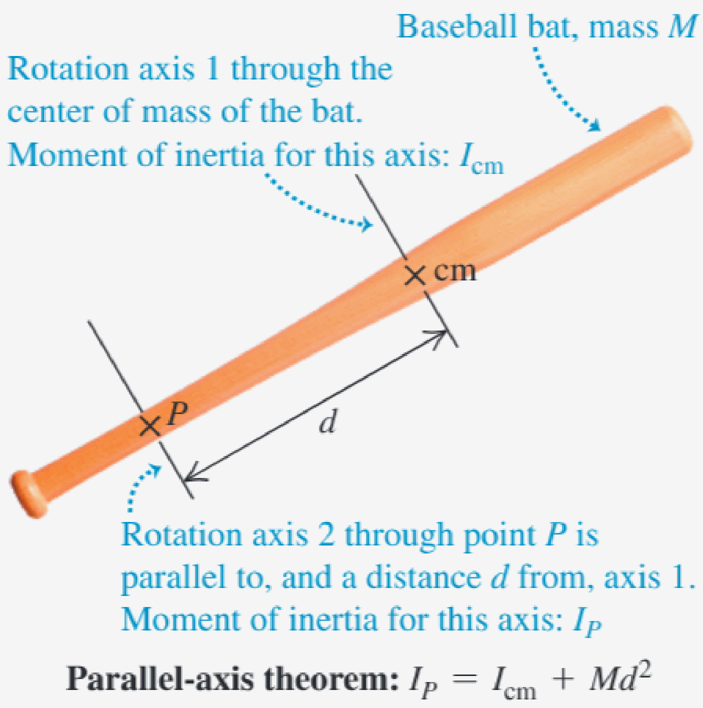
Vid konsant densitet $\rho \implies I \times \int r^2 dm = \int_v \rho \times r^2 dV = \rho \times \int_V t^2 dV$ Där V är kroppens volym.

Tröghetsmomentet beror på massfördelning i förhållande till rotationsaxel. Ju längre bort från rotationsaxeln desto trögare är kroppen att rotera.

Demo

Paralellförflyttningssatsen - Striners Sats

Figure 9.19 The parallel-axis theorem.



$I_P = I_{cm} + Md^2$ Där:

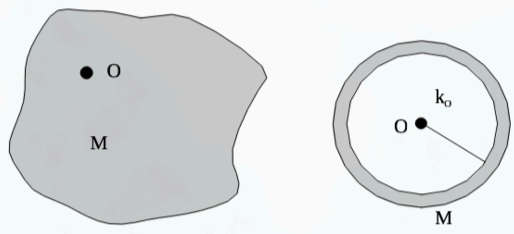
- d avstånd mellan P och masscentrum

Vi kan använda denna sats genom att den gör det möjligt att flytta ena axeln till masscentrum

M 6.1 Tröghetsradie (tillägskompendium)

= den radie r ett cylinderskal med samma tröghetsmoment. Anges ibland stället för

M6.1 Tröghetsradie



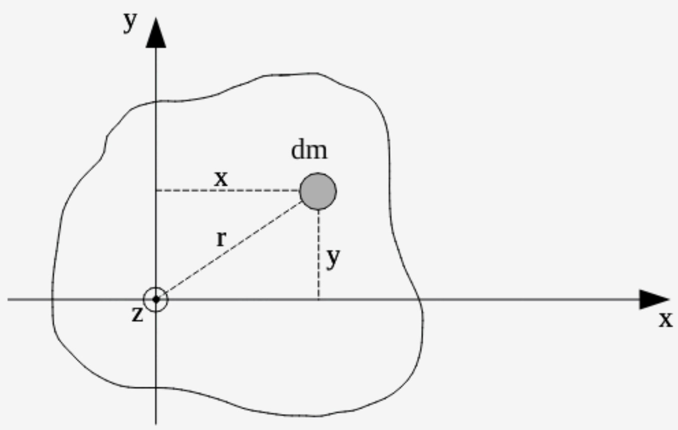
Figur 6.1. Illustration av begreppet tröghetsradie

tröghetsmoment.

M 6.2 Sammansatta kroppar

Kroppens tröghetsmoment med avseende på en axel genom O är enligt definition: $I_A = \int r^2 dm = \int_V r^2 \rho dV = \int_{V_1} r^2 \rho_1 dV + \int_{V_2} r^2 \rho_2 dV \cdots = I_{A_1}$ där ρ är densiteten och dV är masselementets volym.

M 6.3 Tunna skivor



Skivans tröghetsmoment med avseende på *z*-axeln

$$I_{zz} = \int r^2 dm = \int (x^2 + y^2) dm \tag{6.4}$$

Tröghetsmomentet med avseende på x- respektive *y*-axlarna :

$$I_{xx} = \int y^2 dm \tag{6.5}$$

$$I_{yy} = \int x^2 dm \tag{6.6}$$

Från ekvationerna (6.4)-(6.6) inses att

$$I_{zz} = I_{xx} + I_{yy} \tag{6.7}$$

gäller för en tunn skiva som saknar utsträckning i *z*-led.

M 6.2 övningsuppgift

Exempel A från tillämpningspass

Exempel B från tillämpningspass (tenta 190320)

Exempel C från tillämpningspass (M 7.3 i kompendiet)

Relaterade koncept

Rotationsmekanik

Läsning

- 9.4 Energy in Rotational Motion
- 9.5 Parallel-Axis Theorem
- 9.6 Moment-of-Inertia Calculations
