

Kvantintrassling

19 okt. 2026, 4 min läsning

UTKAST

#fysik #kvantfysik #fenomen

Kurs: F0005T **Förkunskaper:** Paulis uteslutningsprincip, Vågfunktion

Elektroner är principiellt omöjliga att särskilja, och två av dem kan inte ha samma kvanttillstånd. Kopplar man ihop två elektroner beskrivs grundtillståndet av en enda gemensam vågfunktion som inte går att dela upp i två oberoende delar. Partiklarna kan därefter separeras rumsligt och ändå behålla sitt gemensamma kvanttillstånd: mäter man den ena kollapsar vågfunktionen för båda. Fenomenet gav Nobelpriset i fysik år 2022.

Formeln, symbol för symbol

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}} [\underbrace{\psi_A(\vec{r}_1) \psi_B(\vec{r}_2)}_{\substack{1 \text{ i A,} \\ 2 \text{ i B}}} - \underbrace{\psi_B(\vec{r}_1) \psi_A(\vec{r}_2)}_{\substack{1 \text{ i B,} \\ 2 \text{ i A}}}]$$

Båda möjligheterna finns med samtidigt, och ingen av dem gäller förrän något mäts. Minustecknet gör att ψ byter tecken när partiklarna byter plats, och att $\psi = 0$ om $A = B$.

1. Två identiska partiklar

Två elektroner beskrivs av en gemensam vågfunktion $\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$. Om den ena är i tillståndet A och den andra i B är den första gissningen en produkt:

$$\psi = \psi_A(\vec{r}_1) \psi_B(\vec{r}_2)$$

Men den säger att det är just partikel 1 som är i A, och elektroner går inte att märka. Vi måste ta med båda möjligheterna med lika vikt. För partiklar med spinn $\frac{1}{2}$ ska kombinationen byta tecken när partiklarna byter plats:

$$\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_A(\vec{r}_1) \psi_B(\vec{r}_2) - \psi_B(\vec{r}_1) \psi_A(\vec{r}_2)]$$

Faktorn $1/\sqrt{2}$ normerar. Sätter vi båda i samma tillstånd, $B = A$, tar termerna ut varandra och $\psi = 0$ – det tillståndet finns inte. Det är **Paulis uteslutningsprincip** uttryckt i vågfunktionen. För fotoner, som har spinn 1, används plustecken i stället, och där finns ingen uteslutning.

En vågfunktion som den i rutan kan inte skrivas som en produkt av en funktion för varje partikel. Partiklarna sägs då vara **intrasslade**.

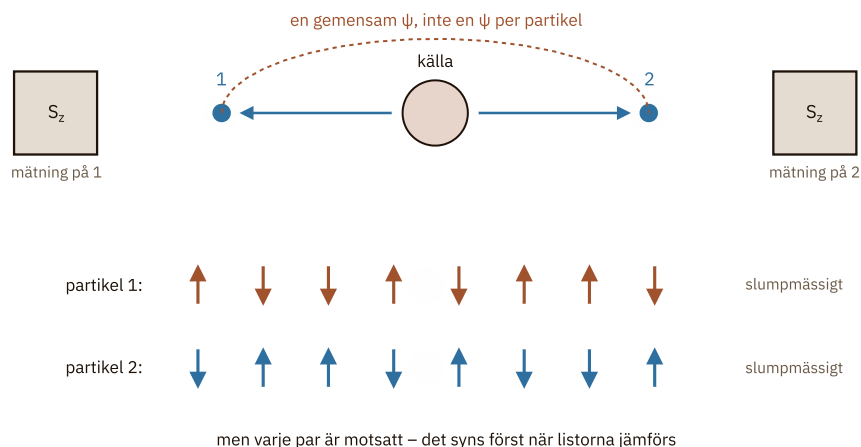
2. Mätning och kollaps

Mäter vi partikel 1 och finner den i A, kollapsar vågfunktionen till den term där partikel 1 är i A:

$$\psi \longrightarrow \psi_A(\vec{r}_1) \psi_B(\vec{r}_2)$$

En senare mätning på partikel 2 ger då B med säkerhet. Detta gäller också när partiklarna är långt ifrån varandra och inte kan påverka varandra med någon kraft; experiment med intrasslade fotoner har gjorts över mer än 1000 km. Kvantmekaniken är alltså **icke-lokal**, något Einstein kallade “spöklik verkan på avstånd”.

Ändå går det inte att skicka information snabbare än ljuset. Utfallet av den första mätningen är slumpmässigt – A eller B med lika sannolikhet – och den som mäter på partikel 2 ser bara en slumpmässig följd tills resultaten jämförs över en vanlig kanal.



En källa skickar ut två elektroner i ett gemensamt spinnstillstånd. Var för sig ger mätningarna en slumpmässig följd av upp och ner, men när listorna jämförs är varje par motsatt. Korrelationen går inte att använda för att skicka en signal.

3. Qubits

En kvantbit, **qubit**, är ett tvånivåsystem, till exempel ett spinn, som kan vara i en superposition av sina två tillstånd. N intrasslade qubits beskrivs av en gemensam vågfunktion med 2^N amplituder, mot N bitar för N klassiska bitar. Det är grunden för kvantdatorer och för kvantkryptografi, där ett försök att avlyssna en intrasslad förbindelse förstör korrelationen och därmed avslöjas.

Vanliga fel

- **Produktvågfunktion för identiska partiklar.** $\psi_A(\vec{r}_1)\psi_B(\vec{r}_2)$ skiljer partiklarna åt och är inte tillåten för två elektroner.
- **Fel tecken.** Elektroner (spinn $\frac{1}{2}$) kräver minustecken, fotoner plustecken.
- **Intrassling används för att signalera.** Kollapsen går inte att styra, så ingen information färdas snabbare än ljuset.
- **Korrelationen tolkas som en kraft.** Den finns även när partiklarna är för långt ifrån varandra för att någon växelverkan ska hinna verka.

4. Löst exempel

Exempel – Två elektroner i helium

I heliums grundtillstånd sitter båda elektronerna i $1s$, den ena med spinn upp och den andra med spinn ner. (a) Är $\psi = \psi_{1s\uparrow}(1)\psi_{1s\downarrow}(2)$ en tillåten vågfunktion för de två elektronerna? (b) Man mäter spinnet hos elektron 1 och får $m_s = -\frac{1}{2}$. Vad ger en senare mätning på elektron 2? (c) Vad blir vågfunktionen om båda elektronerna ska vara i $1s$ ↑?

Lösning

a) Nej. Produkten säger att det är just elektron 1 som har spinn upp, men elektronerna går inte att skilja åt. Den tillåtna vågfunktionen är

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}}[\psi_{1s\uparrow}(1)\psi_{1s\downarrow}(2) - \psi_{1s\downarrow}(1)\psi_{1s\uparrow}(2)]$$

och alltså inte tillåten.

b) Mätningen på elektron 1 väljer den andra termen, så vågfunktionen kollapsar till $\psi_{1s\downarrow}(1) \psi_{1s\uparrow}(2)$. Elektron 2 ger då med säkerhet $m_s = +\frac{1}{2}$.

c) Sätt $\downarrow \rightarrow \uparrow$ i den antisymmetriska vågfunktionen:

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}}[\psi_{1s\uparrow}(1) \psi_{1s\uparrow}(2) - \psi_{1s\downarrow}(1) \psi_{1s\downarrow}(2)] = \boxed{0}$$

Tillståndet existerar inte, i enlighet med Paulis uteslutningsprincip.

Ej kontrollerat mot facit – två oberoende lösningar stämmer överens.

Läsning

- 41.8 Quantum Entanglement
- 40.6 Measurement in Quantum Mechanics