Kritiska punkter

Jun 12, 2026, 1 min read

#matematik #flervariabelanalys #optimering

> **Kurs:** M0068M **Förkunskaper:** Partiella derivator, Gradient och riktningsderivata

---

Definition

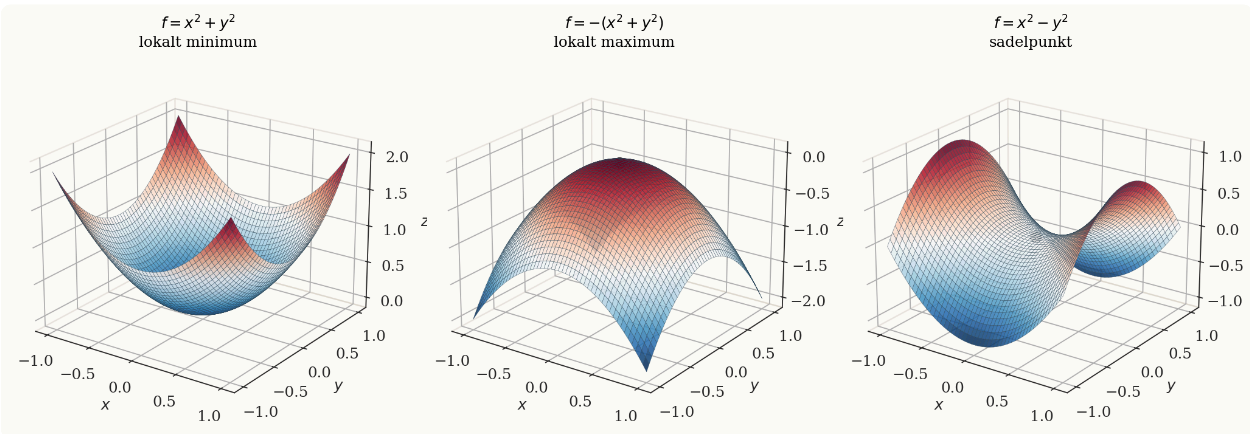
En punkt (a, b) är **kritisk** för $f(x, y)$ om

$$\nabla f(a, b) = 0$$

(dvs $f_x = f_y = 0$) eller om någon partialderivata inte existerar.

Klassificering

I flera variabler är de tre grundtyperna **lokalt minimum**, **lokalt maximum** och **sadelpunkt** — den sista tillkommer jämfört med envariabelfallet, och är en punkt där f har minimum i en riktning och maximum i en annan.



Sadelyta >

Klassificering via Hessianen

$$H = \begin{pmatrix} f_{xx} & f_{xy} \\ f_{xy} & f_{yy} \end{pmatrix}$$

Låt $D = \det H$ i den kritiska punkten:

- $D > 0,\ f_{xx} > 0$: lokalt minimum
- $D > 0,\ f_{xx} < 0$: lokalt maximum
- $D < 0$: sadelpunkt
- $D = 0$: testet ger inget svar

Föreläsningsanteckningar

> Från föreläsning: 2026-04-10, M0068M Föreläsare: Thomas Strömberg

2026-04-10 – Föreläsning 9 (Kritiska punkter för $f(x, y)$)

En kritisk punkt uppfyller $f'(x, y) = 0$ (dvs $f_1 = f_2 = 0$).

Sadelpunkt: Exempel – sadelytan $f(x, y) = x^2 - y^2$ i $(0, 0)$: minimum i x-riktning, maximum i y-riktning.

Läsning

- 14.1 Extreme Values

Se även

- Extremvärdesproblem
- Lagranges multiplikatormetod
- Gradient och riktningsderivata
