

Komplexa tal

Jun 12, 2026, 20 min read

#matematik

#analys

#envariabelanalys

#komplexa-tal

⚠ Info Filen är ett superdokument för komplexa talplanet, skapat i samma stil som [Differentialekvationer](#)

Det Komplexa Talplanet

Inledning

De **komplexa talen** är en utvidgning av de reella talen som introducerar den **imaginära enheten** i , definierad genom egenskapen $i^2 = -1$. Det komplexa talplanet, även kallat **Argandplanet** eller **Gaussplanet**, ger oss ett kraftfullt sätt att visualisera och arbeta med komplexa tal geometriskt.

[✎ Varför behövs komplexa tal? >](#)

Del I: Grundläggande begrepp

Definition av komplexa tal

[📄 Definition: Det komplexa talet >](#)

 [Speciella fall >](#)

Det komplexa talplanet

 [Definition: Det komplexa talplanet \(Argandplanet\) >](#)

Konjugat

 [Definition: Komplexkonjugat >](#)

 [SATS: Egenskaper för konjugat >](#)

 [Härledning: \$z \cdot \bar{z} = |z|^2\$ >](#)

Belopp (absolutbelopp)

 [Definition: Belopp| >](#)

 [SATS: Egenskaper för belopp \$\overline{\quad}\$ >](#)

 [SATS: Triangelolikheten| >](#)

 [Exempel: Beräkna belopp och konjugat >](#)

Del II: Räkneoperationer

Addition och subtraktion

[🔗 Receptbok: Addition och subtraktion >](#)

[☰ Exempel: Addition >](#)

Multiplikation

[🔗 Receptbok: Multiplikation \(rektangulär form\) >](#)

[☰ Exempel: Multiplikation >](#)

[✎ Potenser av \$i\$ >](#)

Division

[🔗 Receptbok: Division \(förläng med konjugat\) >](#)

[☰ Exempel: Division >](#)

[⚠ Vanliga misstag vid division >](#)

Del III: Polär form

Polära koordinater

[i](#) **Definition: Polär form** >

[i](#) **Definition: Argument** >

[🔗](#) **Receptbok: Rektangulär → Polär form** >

[🔗](#) **Receptbok: Polär → Rektangulär form** >

[☰](#) **Exempel: Skriv $z = 1 + i$ på polär form** >

[☰](#) **Exempel: Skriv $z = -1 + \sqrt{3}i$ på polär form** >

[☰](#) **Exempel: Skriv $z = 3(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6})$ på rektangulär form** >

Eulers formel

[i](#) **SATS: Eulers formel** >

[✎](#) **Speciella fall av Eulers formel** >

[✓](#) **Härledning: Eulers formel via taylorserier** >

Multiplikation och division i polär form

[📄 SATS: Multiplikation i polär/exponentiell form >](#)

[📄 SATS: Division i polär/exponentiell form >](#)

[☰ Exempel: Multiplikation i polär form >](#)

[☰ Exempel: Division i polär form >](#)

Del IV: de Moivres formel och potenser

de Moivres formel

[📄 SATS: de Moivres formel >](#)

[✓ Härlledning: de Moivres formel >](#)

[🔗 Receptbok: Beräkna \$z^n\$ \(heltalspotens\) >](#)

[☰ Exempel: Beräkna \$\(1 + i\)^8\$ >](#)

[☰ Exempel: Beräkna \$\(1 - i\)^{10}\$ >](#)

Tillämpning: Trigonometriska identiteter

[✎ Användning av de Moivre för trigonometriska formler >](#)

[☰ Exempel: Härled \$\cos\(2\theta\)\$ och \$\sin\(2\theta\)\$ >](#)

[☰ Exempel: Härled \$\cos\(3\theta\)\$ och \$\sin\(3\theta\)\$ >](#)

Del V: Rötter till komplexa tal

n:te roten ur ett komplext tal

[📌 SATS: n:te rötter >](#)

[📖 Receptbok: Beräkna alla n:te rötter ur \$z\$ >](#)

[☰ Exempel: Beräkna alla kubikrötter till \$z = 8\$ >](#)

[☰ Exempel: Beräkna \$\sqrt{i}\$ \(alla kvadratrötter\) >](#)

[☰ Exempel: Beräkna alla fjärderötter till \$z = -16\$ >](#)

Enhetsrötter

[📄 Definition: n:te enhetsrötter >](#)

[📄 SATS: Egenskaper för enhetsrötter >](#)

[📄 Viktiga specialfall av enhetsrötter >](#)

[✓ Härlledning: Summan av enhetsrötter är noll >](#)

Del VI: Polynomekvationer

Algebrans fundamentalsats

[📄 SATS: Algebrans fundamentalsats >](#)

[📄 SATS: Konjugerade rötter \$\overline{}\$ >](#)

Andragradsekvationer

[📄 Receptbok: Lös \$az^2 + bz + c = 0\$ >](#)

[☰ Exempel: Lös \$z^2 + 2z + 5 = 0\$ >](#)

[☰ Exempel: Lös \$z^2 - \(3 + i\)z + \(2 + i\) = 0\$ >](#)

Faktorisering av polynom

[📄 SATS: Faktorsatsen](#) >

[📖 Receptbok: Faktorisera polynom med reella koefficienter](#) >

[☰ Exempel: Faktorisera \$z^3 - 1\$](#) >

[☰ Exempel: Faktorisera \$z^4 + 4\$](#) >

Del VII: Geometriska mängder

Cirklar

[📄 Definition: Cirkel i det komplexa planet](#) >

[☰ Exempel: Beskriv mängden \$|z - 2 + 3i| = 5\$](#) >

Linjer

[📄 Mängd: Linje som medelortslinje](#) >

[📄 Mängd: Linje på parameterform](#) >

[Mängd: Linje på allmän form >](#)

Halvplan

[Mängd: Halvplan >](#)

Cirkelskivor och ringar

[Sammansatta mängder >](#)

[Exempel: Beskriv mängden \$1 < |z - i| \leq 3\$ >](#)

Del VIII: Sammanfattning och formelblad

Grundläggande formler

[Formelsamling: Komplexa tal >](#)

Räkneregler

[Formelsamling: Räkneoperationer >](#)

Viktiga egenskaper

 [Formelsamling: Egenskaper >](#)

Standardvinklar

 [Tabell: Vanliga komplexa tal i polär form >](#)

 [Vanliga misstag att undvika >](#)
