

# Hypotesprövning

19 okt. 2026, 5 min läsning

UTKAST

#matematik #statistik #metod

Kurs: S0008M Förkunskaper: Konfidensintervall

Vid hypotesprövning ställer vi upp en nollhypotes och prövar om stickprovet talar tillräckligt starkt emot den. Signifikansnivån anger hur stor risk vi accepterar att förkasta en nollhypotes som i själva verket är sann.

## 1. Noll- och mothypotes

Ett test är en beslutsregel för att välja mellan två påståenden om en okänd parameter, till exempel väntevärdet  $\mu$ :

- **Nollhypotesen**  $H_0$  är det "ingenting har hänt"-läge vi utgår från, till exempel  $H_0 : \mu = \mu_0$ .
- **Mothypotesen**  $H_1$  är det vi vill kunna påvisa, till exempel  $H_1 : \mu > \mu_0$ .

### Det vi vill visa läggs i mothypotesen

Testet är byggt så att vi försöker **förkasta**  $H_0$  med en liten felrisk. Kan vi förkasta  $H_0$  har vi påvisat  $H_1$ , och vi har gjort det på ett sätt där risken att ha fel är liten om  $H_0$  skulle vara sann. Kan vi inte förkasta  $H_0$  har vi inte bevisat  $H_0$  — vi har bara inte tillräckligt starka belegg mot den.

## 2. Testvariabel och kritiskt område

Testet bygger på en **testvariabel**, ett tal vi räknar ut ur stickprovet. För hypoteser om  $\mu$  i en normalfördelning är det naturligt att använda medelvärdet  $\bar{x}$ , eller en standardiserad variant av det.

Vi bestämmer i förväg ett **kritiskt område**: de värden på testvariabeln som talar så starkt emot  $H_0$  att vi förkastar den. Gränsen kallas den **kritiska gränsen**  $k$ . Med  $H_1 : \mu > \mu_0$  blir testet

förkasta  $H_0$  om  $\bar{x} > k$

Var  $k$  hamnar bestäms av signifikansnivån, se [Signifikansnivå och styrka](#).

### 3. Två sorters fel

Beslutet kan bli fel på två sätt:

|                     | $H_0$ sann                                 | $H_0$ falsk                        |
|---------------------|--------------------------------------------|------------------------------------|
| Förkasta $H_0$      | fel av första slaget, sannolikhet $\alpha$ | rätt beslut, sannolikhet = styrkan |
| Förkasta inte $H_0$ | rätt beslut                                | fel av andra slaget                |

**Signifikansnivån**  $\alpha$  är sannolikheten för fel av första slaget,  $P(\text{förkasta } H_0 \mid H_0 \text{ sann})$ . Vi väljer den själva i förväg, typiskt 5 % eller 1 %. **Styrkan** är sannolikheten att förkasta  $H_0$  när den är falsk, alltså att upptäcka en verklig avvikelse.

### 4. Arbetsgång

#### Så ställer vi upp ett test

- Modellantaganden.** Inför och definiera de stokastiska variablerna och ange deras fördelning, till exempel  $\xi_i \in N(\mu, \sigma)$ , oberoende,  $i = 1, \dots, n$ .
- Hypoteser.**  $H_0$  och  $H_1$ , med det vi vill visa i  $H_1$ .
- Testvariabel och strategi.** Välj testvariabel och bestäm det kritiska området utifrån  $\alpha$ : "förkasta  $H_0$  om ...".
- Slutsats.** Stoppa in observationerna och formulera slutsatsen i ord, med signifikansnivån.

Vilken testvariabel och vilket kritiskt område som gäller beror på hypoteserna: **Enkla hypoteser** har ett enda värde i varje hypotes, **Sammansatta hypoteser** har ett helt intervall i mothypotesen. I stället för en kritisk gräns kan vi också använda **Direktmetoden**, och testet kan kopplas direkt till ett **konfidsintervall**.

#### På räknaren: Stat Tests

menu → **Statistics** → **Stat Tests** har färdiga test för kursens situationer. Välj **Alternate Hyp** så att den stämmer med  $H_1$  ( $\mu \neq \mu_0$ ,  $\mu < \mu_0$  eller  $\mu > \mu_0$ ).

| Situation                                          | Test                                |
|----------------------------------------------------|-------------------------------------|
| $\mu$ , känt $\sigma$                              | z Test                              |
| $\mu$ , okänt $\sigma$                             | t Test                              |
| $\mu_1 - \mu_2$ , två stickprov med samma $\sigma$ | 2-Sample t Test, <b>Pooled: Yes</b> |
| $\mu$ för differenser, stickprov i par             | t Test på differenslistan           |
| $p$ i en binomialfördelning (normalapproximation)  | 1-Prop z Test                       |

Räknaren svarar med testvariabeln (**z** eller **t**) och **PVal**, alltså **direktmetodens**  $\alpha_0$ . Den ger ingen kritisk gräns  $k$  och ingen styrka — dem räknar vi själva med **invNorm**/**invt** och **normCdf**. Steg 1, 2 och 4 i arbetsgången ovan ska skrivas ut på tentan oavsett.

### ≡ Exempel — Fyller maskinen för mycket?

Påsfyllningen i **Statistisk inferens**:  $\xi_i \in N(\mu, 4)$  oberoende,  $n = 9$  och  $\bar{x} = 502,9$  g. Pröva på nivån 5 % om maskinen fyller mer än 500 g i genomsnitt.

#### Lösning

**1. Modell.**  $\xi_i$  = vikten hos påse  $i$ ,  $\xi_i \in N(\mu, 4)$  oberoende,  $i = 1, \dots, 9$ .

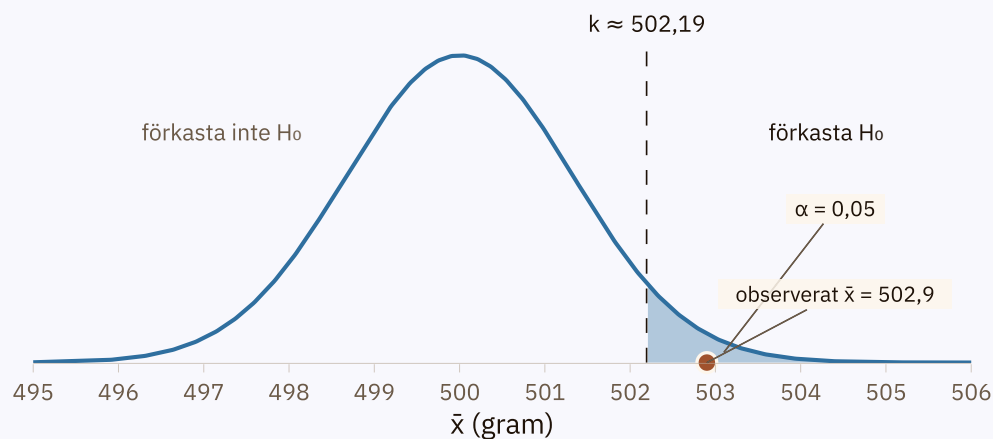
**2. Hypoteser.**  $H_0 : \mu = 500$  mot  $H_1 : \mu > 500$ .

**3. Testvariabel och strategi.** Om  $H_0$  är sann är  $\bar{\xi} \in N(500, 4/3)$ . Förkasta  $H_0$  om  $\bar{x} > k$ , där

$$k = 500 + \lambda_{0,05} \cdot \frac{4}{3} = 500 + 1,6449 \cdot 1,333 \approx 502,19$$

**4. Slutsats.**  $\bar{x} = 502,9 > 502,19$ , så  $H_0$  **förkastas** på nivån 5 %. Maskinen fyller signifikant mer än 500 g.

Fördelningen för  $\bar{x}$  om  $H_0: \mu = 500$  är sann ( $\sigma = 4$ ,  $n = 9$ )



Med **direktmetoden** blir  $\alpha_0 = P(\bar{x} \geq 502,9 \mid \mu = 500) = 1 - \Phi(2,175) \approx 0,015 < 0,05$ , samma beslut.

**På räknaren.** Stat Tests → z Test med  $\mu_0 = 500$ ,  $\sigma = 4$ ,  $\bar{x} = 502,9$ ,  $n = 9$  och Alternate Hyp  $\mu > \mu_0$ :  $z \approx 2,175$ ,  $P\text{val} \approx 0,0148$ .

*Ej kontrollerat mot facit – två oberoende lösningar stämmer överens.*

### ⚠ Vanliga fel

- **Det man vill visa i  $H_0$ .** Det som ska påvisas hör hemma i  $H_1$ ;  $H_0$  är det vi försöker förkasta.
- **“Vi har visat  $H_0$ .”** Att inte förkasta  $H_0$  betyder bara att beläggen inte räckte.
- **Välja  $H_1$  efter att ha sett data.** Riktningen ska bestämmas av frågan, inte av vilken sida  $\bar{x}$  hamnade på.
- **Ensidigt eller tvåsidigt.**  $H_1: \mu \neq \mu_0$  kräver  $\lambda_{\alpha/2}$ , ensidiga  $H_1$  kräver  $\lambda_{\alpha}$ .

## Se även

- Konfidsensintervall
- Enkla hypoteser
- Signifikansnivå och styrka
- Sammansatta hypoteser
- Direktmetoden
- Konfidsensintervall och hypotesprövning

## Resurser

- [Khan Academy: Significance tests \(hypothesis testing\)](#) 
  - [Wikipedia: Hypotesprövning](#) 
- 
-