

Funktioner och invers

Jun 12, 2026, 2 min read

#matematik

#funktioner

#envariabelanalys

#invers

Kurs: M0065M Förkunskaper: Funktioner

1. När finns en invers?

Definition

En funktion f har en invers om man entydigt kan gå tillbaka från funktionsvärdet till ursprungsvärdet.

För att detta ska fungera måste funktionen vara **injektiv**:

$$f(x_1) = f(x_2) \implies x_1 = x_2$$

Det betyder att olika x aldrig får ge samma funktionsvärde.

Tip

Horisontella linjetestet: en funktion är injektiv om varje horisontell linje skär grafen i högst en punkt.

2. Definition av invers funktion

Om f är injektiv kan dess invers f^{-1} definieras på värdemängden:

$$y = f^{-1}(x) \iff x = f(y)$$

De viktigaste sambanden är

$$f^{-1}(f(x)) = x$$

och

$$f(f^{-1}(y)) = y$$

⚠ Warning

Symbolen f^{-1} betyder **inte** $\frac{1}{f}$.

3. Hur man hittar inversen

Praktisk metod:

1. Sätt $y = f(x)$
2. Lös ut x i termer av y
3. Byt namn från y till x

☰ Exempel >

☰ Begränsa definitionsmängden först >

4. Geometrisk tolkning

Grafen till f^{-1} fås genom spegling av grafen till f i linjen

$$y = x.$$

Punkten (a, b) på grafen till f motsvarar punkten (b, a) på grafen till f^{-1} .

5. Viktiga exempel

Funktion	Invers
e^x	$\ln x$
a^x	$\log_a x$
x^3	$\sqrt[3]{x}$
x^2 på $[0, \infty)$	\sqrt{x}

Inversa funktioner dyker också upp för trigonometriska funktioner när man först begränsar definitionsmängden, t.ex. $\sin x \leftrightarrow \arcsin x$.



Läsning

- [3.1 Inverse Functions](#)

Se även

- [Funktioner](#)
- [Derivata](#)
- [Taylors formel](#)

Resurser

- [Khan Academy: Inverse functions](#) 
 - [Wikipedia: Inverse function](#) 
-