

Fördelningsfunktion

19 okt. 2026, 3 min läsning

UTKAST

#matematik #sannolikhetslära #definition

Kurs: S0008M Förkunskaper: Sannolikhetsfunktion

Fördelningsfunktionen anger sannolikheten att en stokastisk variabel är högst x , $F_\xi(x) = P(\xi \leq x)$. Den är definierad för alla reella x , både för diskreta och kontinuerliga variabler, och växer från 0 till 1.

1. Definitionen

För en stokastisk variabel ξ är **fördelningsfunktionen**

$$F_\xi(x) = P(\xi \leq x), \quad -\infty < x < \infty$$

Den beskriver samma fördelning som sannolikhetsfunktionen, men kumulativt: $F_\xi(x)$ är all massa som ligger till vänster om eller i punkten x .

2. Egenskaper

- F_ξ är **växande**: flyttar vi x åt höger kan massan till vänster bara öka.
- $F_\xi(x) \rightarrow 0$ när $x \rightarrow -\infty$ och $F_\xi(x) \rightarrow 1$ när $x \rightarrow \infty$.
- För en diskret variabel är F_ξ en **trappstegsfunktion** som hoppar i varje möjligt värde x , och hoppet är lika stort som $P(\xi = x)$.

3. Mellan sannolikhetsfunktion och fördelningsfunktion

Från sannolikhetsfunktionen summerar vi:

$$F_\xi(x) = \sum_{k \leq x} p_\xi(k)$$

Omvänt, för en variabel som bara antar heltal, är sannolikhetsfunktionen hoppen:

$$p_{\xi}(x) = F_{\xi}(x) - F_{\xi}(x-1)$$

Sannolikheter för intervall

$$P(a < \xi \leq b) = F_{\xi}(b) - F_{\xi}(a)$$

Var noga med olikheterna när ξ är diskret. För heltalsvärda ξ är $P(\xi < k) = F_{\xi}(k-1)$, $P(\xi \geq k) = 1 - F_{\xi}(k-1)$ och $P(\xi > k) = 1 - F_{\xi}(k)$.

Tabellerna ger F , inte p

Binomial- och Poisson-tabellerna i kursboken är tabeller över fördelningsfunktionen. Enskilda sannolikheter får vi som skillnader, $P(\xi = x) = F(x) - F(x-1)$. Miniräknarens `binomcdf` och `poissoncdf` ger också F .

Vanliga fel

- $\leq$ eller $<$ för diskreta variabler. $P(\xi < 3) = F_{\xi}(2)$ för en heltalsvariabel, inte $F_{\xi}(3)$. För kontinuerliga variabler spelar det ingen roll.
- “Minst” blir komplement. $P(\xi \geq 3) = 1 - F_{\xi}(2)$ för heltal, inte $1 - F_{\xi}(3)$.
- Tabellen ger F . Värdet i tabellen är den kumulativa sannolikheten; $P(\xi = k)$ får man som $F(k) - F(k-1)$.

4. Lösta lektionsuppgifter

Lektion 4, övning 5 – Tre jobb till en entreprenör

En entreprenör lägger anbud på tre olika jobb, A , B och C . Sannolikheterna att få dem är $P(A) = 0,5$, $P(B) = 0,8$ och $P(C) = 0,3$, oberoende av varandra. Låt ξ = totala antalet jobb entreprenören får.

- Vilka värden kan ξ anta?
- Bestäm sannolikhetsfunktionen och fördelningsfunktionen, och rita dem.
- Beräkna $P(0 < \xi \leq 2)$.

 Lösning

a) ξ kan anta värdena 0, 1, 2, 3.

b) Varje värde är en union av disjunkta händelser, och varje snitt räknas med produktregeln för **oberoende händelser**:

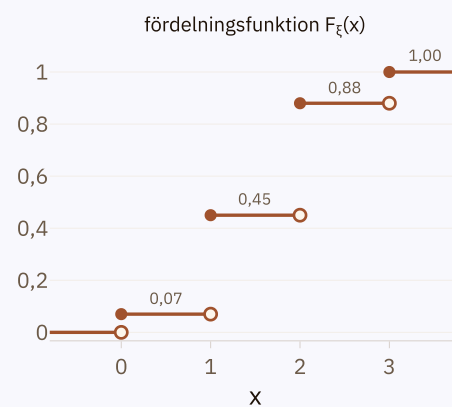
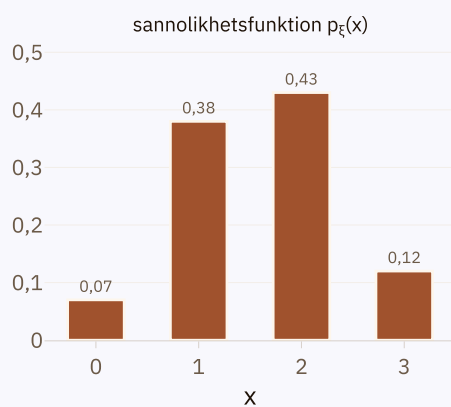
$$p(0) = P(A^c \cap B^c \cap C^c) = 0,5 \cdot 0,2 \cdot 0,7 = 0,07$$

$$\begin{aligned} p(1) &= P(A \cap B^c \cap C^c) + P(A^c \cap B \cap C^c) + P(A^c \cap B^c \cap C) \\ &= 0,5 \cdot 0,2 \cdot 0,7 + 0,5 \cdot 0,8 \cdot 0,7 + 0,5 \cdot 0,2 \cdot 0,3 = 0,38 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p(2) &= P(A^c \cap B \cap C) + P(A \cap B^c \cap C) + P(A \cap B \cap C^c) \\ &= 0,5 \cdot 0,8 \cdot 0,3 + 0,5 \cdot 0,2 \cdot 0,3 + 0,5 \cdot 0,8 \cdot 0,7 = 0,43 \end{aligned}$$

$$p(3) = P(A \cap B \cap C) = 0,5 \cdot 0,8 \cdot 0,3 = 0,12$$

Summan är 1. Fördelningsfunktionen fås genom att summera: $F(0) = 0,07$, $F(1) = 0,45$, $F(2) = 0,88$, $F(3) = 1$.



c)

$$P(0 < \xi \leq 2) = p(1) + p(2) = 0,38 + 0,43 = \boxed{0,81}$$

eller med fördelningsfunktionen, $F(2) - F(0) = 0,88 - 0,07 = 0,81$.

Svar i boken (2:a uppl., 3.5): $p = 0,07, 0,38, 0,43, 0,12$; c) 0,81. Uppgiften är återgiven ur det handskrivna lösningsförslaget, och lösningen stämmer också med det.

Se även

- [Sannolikhetsfunktion](#)
- [Stokastisk variabel](#)
- [Binomialfördelning](#)
- [Poissonfördelning](#)
- [Frekvensfunktion](#)

Resurser

- [Khan Academy: Random variables](#) 
 - [Wikipedia: Fördelningsfunktion](#) 
-
-