

Extremvärden

Apr 28, 2026, 2 min read

#matematik

#analys

#envariabelanalys

#derivata

#extremvärde

#monotoni

Kurs: M0065M Förkunskaper: Derivata, Kontinuitet

1. Kritiska punkter och extremvärden

Definition

En kritisk punkt är ett tal c där $f'(c) = 0$ eller där $f'(c)$ inte existerar.

Lokala extremvärden måste sökas bland kritiska punkter och eventuella ändpunkter.

Warning

Villkoret $f'(c) = 0$ räcker inte i sig för att ge ett extremvärde. Funktionen $f(x) = x^3$ har $f'(0) = 0$, men inget lokalt extremvärde i 0.

2. Derivatans tecken och monotoni

Important

Om $f'(x) > 0$ på ett intervall är f strängt växande där. Om $f'(x) < 0$ på ett intervall är f strängt avtagande där.

Detta gör teckentabeller mycket användbara.

☰ Första derivatetestet >

3. Andraderivatatest

Om $f'(c) = 0$ och f'' finns nära c , gäller:

$$f''(c) > 0 \Rightarrow \text{lokalt minimum}$$

$$f''(c) < 0 \Rightarrow \text{lokalt maximum}$$

Om $f''(c) = 0$ ger testet inget säkert svar.

☰ Exempel >

4. Globala extremvärden på slutna intervall

För en kontinuerlig funktion på $[a, b]$ garanterar **extremvärdessatsen** att största och minsta värdet existerar.

🔗 Metod

1. Hitta kritiska punkter i intervallets inre
2. Beräkna f i alla kritiska punkter
3. Beräkna $f(a)$ och $f(b)$
4. Jämför alla värden

5. Konvexitet och inflexionspunkter

Andraderivatatan beskriver hur grafen böjer:

- $f''(x) > 0 \rightarrow$ grafen är konvex

- $f''(x) < 0 \rightarrow$ grafen är konkav

En inflexionspunkt uppstår när konvexiteten byter tecken.

6. Typiska användningar

Detta koncept används när man:

- kurvskissar funktioner
 - löser optimeringsproblem
 - avgör största och minsta värden
 - förbereder approximationer med Taylors formel
-

Läsning

- 4.4 Extreme Values

Se även

- Derivata
- Kontinuitet
- Taylors formel

Resurser

- [Khan Academy: Increasing and decreasing intervals](#)
 - [Wikipedia: Maxima and minima](#)
-