

Elektronspin

19 okt. 2026, 4 min läsning

UTKAST

#fysik #atomfysik #storhet

Kurs: F0005T Förkunskaper: Kvanttal

Elektronen har ett rörelsemängdsmoment och ett magnetiskt moment som inte beror på dess rörelse i orbitalen utan är en inneboende egenskap. Goudsmit och Uhlenbeck postulerade det år 1925 med den klassiska analogin att elektronen roterar kring sin egen axel; bilden är felaktig men namnet sitter kvar. Spinkvanttalet är alltid $s = \frac{1}{2}$, och z-komponenten har bara två möjliga värden, kallade spin upp och spin ner. Dirac visade år 1928 att spinnet följer ur den relativistiska Schrödingerekvationen — ursprunget är alltså fundamentalt kvantmekaniskt.

$$s = \frac{1}{2} \quad m_s = \pm \frac{1}{2}$$

Fysika: Fd3 (spinnkvanttal, där skrivet $s = \pm \frac{1}{2}$)

Formeln, symbol för symbol

$$\underbrace{S_z}_{\substack{\text{komponenten} \\ \text{längs } z}} = \underbrace{m_s}_{\pm \frac{1}{2}} \hbar$$
$$\underbrace{U}_{\substack{\text{energin} \\ \text{i fältet}}} = \underbrace{g}_{\approx 2} m_s \underbrace{\mu_B}_{\substack{\text{Bohr-} \\ \text{magnetonen}}} B$$

Spinnet har bara två lägen längs en vald axel. Eftersom $g \approx 2$ ger det halva kvanttalet $m_s = \pm \frac{1}{2}$ ändå en hel Bohrmagneton i energi, $U \approx \pm \mu_B B$.

1. Spinnets rörelsemängdsmoment

Spinnet kvantiseras på samma sätt som banrörelsemängdsmomentet i Kvanttal, men med kvanttalet $s = \frac{1}{2}$ i stället för ett heltal l . En mätning av komponenten längs en axel, som vi kallar z , ger bara två värden:

$$S_z = m_s \hbar = \pm \frac{\hbar}{2}$$

Beloppet följer samma mönster som $L = \sqrt{l(l+1)} \hbar$, med l utbytt mot s :

$$S = \sqrt{s(s+1)} \hbar = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}} \hbar = \frac{\sqrt{3}}{2} \hbar$$

$$S_z = m_s \hbar \quad S = \frac{\sqrt{3}}{2} \hbar \approx 0,866 \hbar$$

Eftersom $S > |S_z|$ pekar spinnet aldrig rakt längs z -axeln; vektorn ligger på en kon kring axeln. Med spinnet räknat behövs fyra kvanttal (n, l, m_l, m_s) för att beskriva elektronens tillstånd i en atom fullständigt, vilket är utgångspunkten för **Paulis uteslutningsprincip**.

2. Spinnets magnetiska moment

Banrörelsen ger ett magnetiskt moment $\mu_z = -(e/2m)L_z$ (se **Zeemaneffekten**). Spinnet ger också ett, men proportionalitetskonstanten är ungefär dubbelt så stor:

$$\mu_z = -g \frac{e}{2m} S_z \quad g \approx 2,00232$$

Minustecknet kommer av elektronens negativa laddning: momentet pekar motsatt spinnet. Dirac fick $g = 2$ exakt ur sin relativistiska teori, och kvantelektrodynamiken ger den lilla korrektionen. I ett yttre fält B längs z är energin

$$U = -\mu_z B$$

$$U = g \frac{e}{2m} S_z B = g \frac{e}{2m} m_s \hbar B$$

och med Bohrmagnetonen $\mu_B = e\hbar/2m = 5,788 \cdot 10^{-5} \text{ eV/T}$:

$$U = g m_s \mu_B B \approx \pm \mu_B B$$

Spin upp ($m_s = +\frac{1}{2}$) har alltså momentet riktat mot fältet och den *högre* energin. Skillnaden mellan de två spinnlägena är

$$\Delta E = g \mu_B B$$

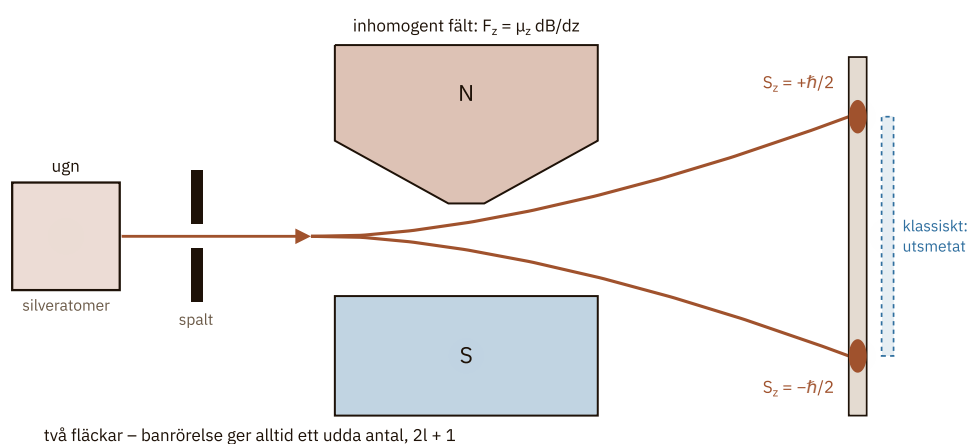
En foton med just den energin kan vända spinnet. Det är principen bakom elektronspinnresonans, som för fält kring 0,3 T hamnar i mikrovågsområdet.

3. Stern–Gerlachs experiment

Ett inhomogent magnetfält ger en nettokraft på ett magnetiskt moment, $F_z = \mu_z dB/dz$. Stern och Gerlach skickade år 1922 en stråle neutrala atomer genom ett sådant fält och fick strålen uppdelad efter momentets komponent längs fältet.

- **Bara banrörelse.** Ett rörelsemängdsmoment med kvanttal l har $2l + 1$ komponenter, alltså ett *udda* antal strålar.
- **Vad man såg.** Vissa atomstrålar, till exempel silver med en ensam elektron utanför fyllda skal och $l = 0$, delades i *två* strålar.

Ett jämnt antal $2j + 1 = 2$ kräver $j = \frac{1}{2}$, ett halvtaligt rörelsemängdsmoment som ingen banrörelse kan ge. Det var ett av de experimentella skälen till att spinnet infördes.



Stern–Gerlachs försök. En stråle silveratomer passerar ett inhomogent magnetfält, där kraften $F_z = \mu_z dB/dz$ beror på momentets komponent längs fältet. Om momentet kunde peka åt alla håll skulle strålen smetas ut till ett streck; i stället träffar den skärmen på två ställen, ett för varje värde på S_z .

⚠ Vanliga fel

- $S = \hbar/2$. Det är komponenten S_z . Beloppet är $S = \frac{\sqrt{3}}{2}\hbar$.
- s och m_s **blandas ihop**. $s = \frac{1}{2}$ gäller alltid för en elektron. Det är m_s som är $\pm\frac{1}{2}$.
- **Faktorn g glöms.** Trots att S_z bara är $\hbar/2$ blir spinmomentets komponent ungefär en hel Bohrmagneton, $\frac{g}{2}\mu_B \approx \mu_B$, eftersom $g \approx 2$.
- **Fel tecken på energin.** Elektronens moment är motriktat spinnet. Spin upp i ett fält längs $+z$ har därför den högre energin, $U = +\frac{g}{2}\mu_B B$.
- **Den snurrande kulan tas bokstavligen.** Spinnet är en inneboende kvantegenskap. En klassisk kula med elektronens moment skulle behöva en ythastighet långt över ljusets.

4. Lösta exempel

≡ Exempel – Spinnets belopp och vinkel

Beräkna beloppet av elektronens spinrörelsemängdsmoment S och den minsta vinkel som $\vec{S}$ kan bilda med z-axeln.

Lösning

Beloppet. Med $s = \frac{1}{2}$:

$$S = \sqrt{s(s+1)} \hbar = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 1,055 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} = \boxed{9,13 \cdot 10^{-35} \text{ J} \cdot \text{s}}$$

Fysika: $Te (\hbar)$

Vinkeln. Den minsta vinkeln fås när S_z är så stor som möjligt, $S_z = +\hbar/2$:

$$\cos \theta = \frac{S_z}{S} = \frac{1/2}{\sqrt{3}/2} = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,577$$

$$\theta = \boxed{54,7^\circ}$$

Spinnet kan alltså aldrig ligga närmare z-axeln än drygt 50° .

Ej kontrollerat mot facit – två oberoende lösningar stämmer överens.

≡ Exempel – Att vända spinnet

En fri elektron ($l = 0$) befinner sig i ett magnetfält $B = 0,350 \text{ T}$. Vilken energi krävs för att vända spinnet från det lägre till det högre energitillståndet, och vilken frekvens har en foton med den energin? Använd $g = 2,00232$.

Lösning

Energiskillnaden. De två lägena har $U = \pm \frac{g}{2} \mu_B B$, så

$$\Delta E = g\mu_B B = 2,00232 \cdot 5,788 \cdot 10^{-5} \text{ eV/T} \cdot 0,350 \text{ T} = \boxed{4,06 \cdot 10^{-5} \text{ eV}}$$

Frekvensen. $\Delta E = hf$ ger

$$f = \frac{\Delta E}{h} = \frac{4,06 \cdot 10^{-5} \text{ eV}}{4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}} = \boxed{9,81 \text{ GHz}}$$

Våglängden är ungefär 3 cm, alltså mikrovågor.

Ej kontrollerat mot facit – två oberoende lösningar stämmer överens.

Läsning

- 41.5 Electron Spin