

Elektrondiffraktion

19 okt. 2026, 5 min läsning

UTKAST

#fysik #kvantfysik #experiment

Kurs: F0005T Förkunskaper: De Broglie-våglängd, Diffraktion

Elektroner som passerar en kristallin metall ger ett diffraktionsmönster — det avslöjade elektronens vågnatur för första gången. Kristallplanens avstånd d spelar samma roll som spaltavståndet i optiken, och samma villkor används för röntgen- och neutrontdiffraktion. Alla tre mäter kristallstruktur och ger medelvärdesavstånd: atomstorlekar kring 10^{-10} m och bindningsavstånd kring $2 \cdot 10^{-10}$ m.

$$d \sin \theta = m\lambda, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

Formeln, symbol för symbol

$$\underbrace{d}_{\text{atomradernas avstånd}} \underbrace{\sin \theta}_{\text{vinkel mot inkommande}} = \underbrace{m}_{\text{ordning 1, 2, 3, ...}} \underbrace{\lambda}_{\text{elektronens våglängd}}$$

Vänstra ledet är vägskillnaden mellan vågorna från två grannatomer, det högra ett helt antal våglängder. Bara vid de vinklar där de stämmer överens förstärker alla atomernas vågor varandra.

1. Davisson-Germer: kristallytan som reflektionsgitter

I Davisson och Germers försök år 1927 accelererades elektroner genom en känd spänning och sköts vinkelrätt mot en nickelkristall. En detektor mätte hur många elektroner som studsade ut vid olika vinklar θ från den infallande riktningen. I stället för en jämn fördelning fick de en skarp topp vid en viss vinkel, och toppens läge flyttade sig när spänningen ändrades.

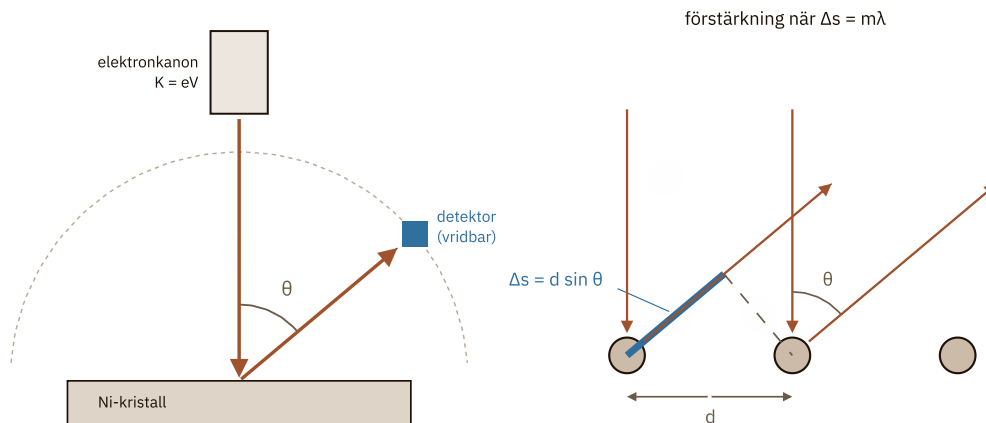
Atomerna i ytan ligger i rader med avståndet d , och varje atom sprider elektronvågen åt alla håll. Två vågor som sprids från grannatomer mot vinkeln θ har vägskillnaden

$$\Delta s = d \sin \theta$$

och de förstärker varandra när vägskillnaden är ett helt antal våglängder:

$$d \sin \theta = m\lambda$$

vilket är villkoret i rutan överst — samma som för ett optiskt reflektionsgitter (se [Diffraktion](#)). Eftersom $\sin \theta \leq 1$ finns ordning m bara om $m\lambda \leq d$.



Vänster: Davisson–Germers uppställning. Elektroner med känd energi faller vinkelrätt mot en nickelkristall, och en vridbar detektor räknar de spridda elektronerna vid vinkeln θ . Höger: vågorna från två grannatomer har vägskillnaden $d \sin \theta$ och förstärker varandra när den är ett helt antal våglängder.

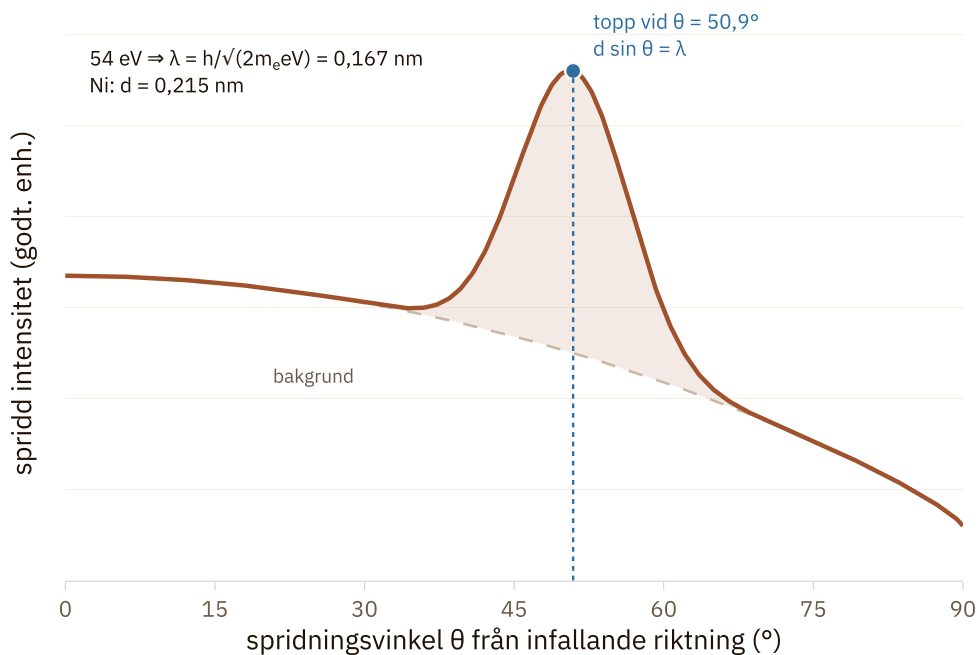
2. Vinkeln beror på spänningen

Elektronens våglängd bestäms av accelerationsspänningen V genom [de Broglie-sambandet](#), $\lambda = h/\sqrt{2m_e eV}$. Insatt i gittervillkoret:

$$\sin \theta_m = \frac{m\lambda}{d} = \frac{mh}{d\sqrt{2m_e eV}}$$

Fysika: Fd3 (de Broglie-våglängden)

Högre spänning ger kortare våglängd och därmed mindre vinkel. Det var precis det beroendet Davisson och Germer såg, och vinklarna stämde med de Broglies formel — det första direkta beviset för elektronens vågnatur. Det ger också en lägsta spänning för varje ordning: ordning m syns först när $\lambda \leq d/m$.



Davisson–Germer (schematiskt): 54 eV-elektroner mot nickel ger $\lambda = 0,167 \text{ nm}$, och den spridda intensiteten får en topp över den jämna bakgrunden vid $\theta \approx 51^\circ$, där $d \sin \theta = \lambda$.

3. Braggs lag: reflektion mot kristallplan

Tränger strålningen in i kristallen, som röntgen, neutroner och snabba elektroner gör, sprids den mot många parallella atomplan med avståndet d . Vinkeln θ mäts nu från *planet*, inte från normalen (glansvinkel). En våg som reflekteras mot nästa plan går en extra sträcka $d \sin \theta$ på vägen in och lika mycket på vägen ut:

$$\Delta s = 2d \sin \theta$$

$$2d \sin \theta = m\lambda$$

Den totala avböjningen från den infallande riktningen är 2θ . Samma lag används för röntgendiffraktion mot **kristallgitter**.

G. P. Thomson sköt år 1928 elektroner genom en tunn folie av många små, slumpvis orienterade kristaller. Varje kristall som råkar ha rätt vinkel ger en stråle, och tillsammans bildar de koner kring den infallande strålen. På en skärm syns de som koncentriska ringar — samma mönster som röntgen ger genom samma folie.

4. Röntgen, elektroner och neutroner

Alla tre kan mäta kristallstruktur, eftersom alla kan få en våglängd kring $0,1 \text{ nm}$. Energin som krävs skiljer sig däremot kraftigt, eftersom sambandet mellan energi och våglängd är olika:

Strålning	Energi för $\lambda = 0,100 \text{ nm}$	Samband
Röntgenfoton	12,4 keV	$E = hc/\lambda$
Elektron	150 eV	$K = h^2/(2m_e\lambda^2)$
Neutron	0,0818 eV	$K = h^2/(2m_n\lambda^2)$

Neutronens energi är jämförbar med den termiska energin vid rumstemperatur, $k_B T \approx 0,026 \text{ eV}$, och neutroner med sådana energier kallas **termiska neutroner**. Elektroner är laddade och växelverkar starkt med materia, så de passar för ytor och tunna folier; oladdade neutroner tränger djupt in. Kurvorna finns i figuren i [De Broglie-våglängd](#).

⚠ Vanliga fel

- **Två olika vinklar.** I ytgittret ($d \sin \theta = m\lambda$) mäts θ från den infallande strålen; i Braggs lag ($2d \sin \theta = m\lambda$) mäts θ från kristallplanet, och avböjningen är 2θ .
- **Våglängden räknas inte ut först.** Vinkeln bestäms av λ , och λ av spänningen genom $h/\sqrt{2m_e eV}$ – inte av $hc/(eV)$, som gäller fotoner.
- **Ordningar som inte finns.** Ger räkningen $\sin \theta > 1$ existerar den ordningen inte.
- **m betyder två saker.** Skriv elektronens massa m_e så att den inte förväxlas med ordningstalet m .

5. Lösta exempel

☰ Exempel – Elektroner mot en kristallyta

Elektroner accelereras från vila genom 100 V och faller vinkelrätt in mot en kristallyta där atomraderna ligger på avståndet $d = 0,250 \text{ nm}$. Vid vilka vinklar θ från den infallande riktningen får vi intensitetsmaxima? Vilken är den lägsta accelerationsspänning som ger ett maximum av andra ordningen?

✎ Lösning

Våglängden.

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_e eV}} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9,109 \cdot 10^{-31} \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 100}} = 0,123 \text{ nm}$$

Fysika: Te (h , m_e , e)

Ordningarna. $\sin \theta_m = m\lambda/d$:

$$\sin \theta_1 = \frac{0,1226}{0,250} = 0,491 \Rightarrow \theta_1 = \boxed{29,4^\circ}$$

$$\sin \theta_2 = \frac{2 \cdot 0,1226}{0,250} = 0,9811 \Rightarrow \theta_2 = \boxed{78,9^\circ}$$

För $m = 3$ blir $\sin \theta_3 = 1,47 > 1$, så det finns bara två maxima.

Lägsta spänningen för andra ordningen. Kräver $2\lambda \leq d$, alltså $\lambda \leq 0,125$ nm:

$$V = \frac{h^2}{2m_e e \lambda^2} = \frac{(6,626 \cdot 10^{-34})^2}{2 \cdot 9,109 \cdot 10^{-31} \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \cdot (0,125 \cdot 10^{-9})^2} = \boxed{96,3 \text{ V}}$$

Vid 100 V är vi alltså just över gränsen, vilket förklarar att andra ordningen hamnar nära 90° .

Ej kontrollerat mot facit — två oberoende lösningar stämmer överens.

≡ Exempel — Braggreflektion av neutroner

Neutroner med den kinetiska energin $0,0500$ eV riktas mot en kristall med planavståndet $d = 0,200$ nm. Bestäm neutronernas fart och de Broglie-våglängd, och alla glansvinklar θ där Braggreflektion sker. Neutronens massa är $1,675 \cdot 10^{-27}$ kg.

Lösning

Farten. $K = 0,0500 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 8,01 \cdot 10^{-21} \text{ J}$:

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m_n}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8,01 \cdot 10^{-21}}{1,675 \cdot 10^{-27}}} = \boxed{3,09 \cdot 10^3 \text{ m/s}}$$

Våglängden.

$$\lambda = \frac{h}{m_n v} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34}}{1,675 \cdot 10^{-27} \cdot 3,093 \cdot 10^3} = \boxed{0,128 \text{ nm}}$$

Glansvinklarna. $\sin \theta_m = m\lambda/(2d) = m \cdot 0,1279/0,400 = 0,3198 m$:

$$\theta_1 = \arcsin 0,3198 = \boxed{18,6^\circ} \quad \theta_2 = \arcsin 0,6395 = \boxed{39,8^\circ} \quad \theta_3 = \arcsin 0,9593$$

För $m = 4$ blir $\sin \theta = 1,28 > 1$, så det finns tre reflexer.

Ej kontrollerat mot facit – två oberoende lösningar stämmer överens.

Läsning

- 39.1 Electron Waves