

Direktmetoden

19 okt. 2026, 5 min läsning

UTKAST

#matematik #statistik #metod

Kurs: S0008M Förekunskaper: Sammansatta hypoteser

Direktmetoden innebär att vi beräknar p -värdet — sannolikheten att få ett minst lika extremt utfall som det observerade om nollhypotesen är sann — och jämför det direkt med signifikansnivån. I stället för en kritisk gräns får vi då ett mått på hur starkt data talar emot nollhypotesen.

1. α_0 -värdet

I stället för att först räkna ut den kritiska gränsen k och jämföra testvariabeln med den, räknar vi direkt ut

$$\alpha_0 = P(\text{testvariabeln blir lika extrem eller extremare än det observerade} \mid H_0 \text{ sann})$$

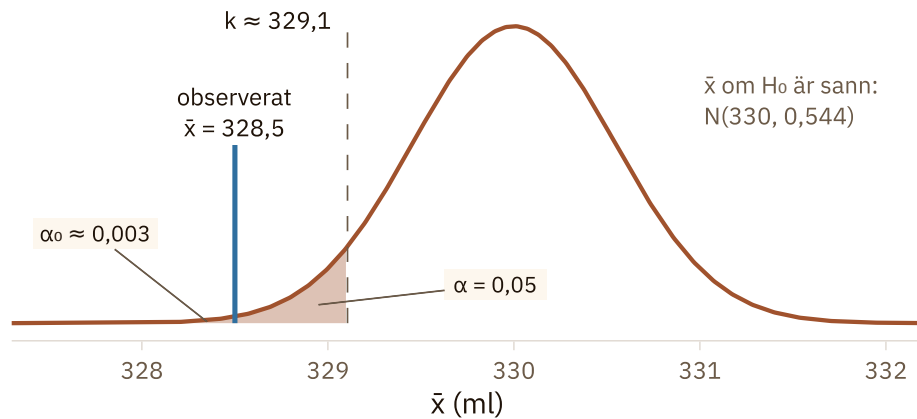
“Extrem” betyder i mothypotesens riktning. Med $H_1 : \mu < \mu_0$ och observerat $\bar{x}$ är $\alpha_0 = P(\bar{\xi} \leq \bar{x} \mid \mu = \mu_0)$.

Vännman kallar talet α_0 . Miniräknare och datorprogram kallar det **p -värdet**; på TI-Nspire heter raden **PVal** i resultatet från z Test, t Test och de andra testen under **menu** → **Statistics** → **Stat Tests**.

2. Beslutsregeln

förkasta H_0 om $\alpha_0 < \alpha$

Det ger samma beslut som testet med kritisk gräns: $\alpha_0 < \alpha$ betyder precis att det observerade värdet ligger i det kritiska området.



Figuren visar Coca-Colatestet i uppgift A nedan. Arean till vänster om k är $\alpha = 0,05$. Arean till vänster om det observerade $\bar{x}$ är $\alpha_0 \approx 0,003$ — så liten att den knappt syns. Att $\bar{x}$ ligger till vänster om k är samma sak som att $\alpha_0 < \alpha$.

⚠ Tvåsidiga test

Med $H_1: \mu \neq \mu_0$ fördelas α på båda svansarna. Räknar vi α_0 som sannolikheten i **en** svans ska den jämföras med $\alpha/2$. Miniräknarens p -värde för ett tvåsidigt test är redan dubblerat och jämförs med α .

✎ Vad direktmetoden inte ger

Direktmetoden räcker när vi bara vill veta om H_0 kan förkastas. Vill vi räkna ut testets **styrka** behöver vi den kritiska gränsen k .

α_0 säger också hur marginellt beslutet är: $\alpha_0 = 0,049$ och $\alpha_0 = 0,0001$ ger båda förkastning på 5 %-nivån, men det senare är ett mycket starkare belägg mot H_0 .

⚠ Vanliga fel

- **Svansen åt fel håll.** α_0 räknas i mothypotesens riktning: för $H_1: \mu < \mu_0$ är det $P(\bar{\xi} \leq \bar{x} \mid H_0)$.
- **Tolka α_0 som $P(H_0 \text{ sann})$.** Det är sannolikheten för ett minst lika extremt utfall om H_0 är sann.

3. Lösta lektionsuppgifter

☰ Inför lektion 16, uppgift A – Coca-Colatestet med direktmetoden

Använd direktmetoden på Coca-Colatestet i **Sammanfatta hypoteser**: $\xi_i \in N(\mu, 1,72)$, $n = 10$, $H_0 : \mu = 330$ mot $H_1 : \mu < 330$ på 5 % signifikansnivå, och det observerade medelvärde är $\bar{x} = 328,5$. Beräkna sannolikheten att få ett lika extremt eller extremare värde, $P(\bar{\xi} \leq 328,5)$, givet att H_0 är sann, och jämför med signifikansnivån.

Lösning

Under H_0 är $\bar{\xi} \in N(330, 0,544)$, och "extremare" betyder mindre, eftersom H_1 säger $\mu < 330$:

$$\alpha_0 = P(\bar{\xi} \leq 328,5 \mid \mu = 330) = \Phi\left(\frac{328,5 - 330}{0,544}\right) = \Phi(-2,76) \approx \boxed{0,003}$$

$\alpha_0 \approx 0,003 < 0,05$, så H_0 förkastas – samma slutsats som med den kritiska gränsen 329,1. Figuren i avsnitt 2 visar just den här situationen.

På räknaren. `normCdf(-∞, 328.5, 330, 1.72/√(10))` $\approx$ 0.0029, eller `PVal` i z Test (se **Sammanfatta hypoteser**).

Ej kontrollerat mot facit – två oberoende lösningar stämmer överens. Slutsatsen stämmer också med facit till lektion 15, övning 1 d).

☰ Lektion 16, övning 3 (Vännman 9.22) – Nio lyckade av elva

Ett försök upprepas 11 gånger oberoende av varandra, med sannolikheten p att lyckas varje gång. Utfallet blev 9 lyckade försök. Använd direktmetoden för att pröva $H_0 : p = 0,5$ på 5 % signifikansnivå mot

a) $H_1 : p > 0,5$,

b) $H_1 : p \neq 0,5$.

 Lösning

Modell. ξ = antal lyckade försök, $\xi \in \text{Bin}(11, p)$. Under H_0 är $\xi \in \text{Bin}(11, 0,5)$.

α_0 . Nio lyckade ligger klart i den högra svansen. Sannolikheten för lika extremt eller extremare utfall:

$$\alpha_0 = P(\xi \geq 9 \mid p = 0,5) = 1 - P(\xi \leq 8 \mid p = 0,5) = \frac{\binom{11}{9} + \binom{11}{10} + \binom{11}{11}}{2^{11}} = \frac{67}{2048} \approx 0,0327$$

a) Ensidig mothypotes: jämför med $\alpha = 0,05$. Eftersom $0,0327 < 0,05$ förkastas H_0 .

b) Tvåsidig mothypotes: signifikansnivån fördelas på båda svansarna, så enkelsvanssannolikheten jämförs med $\alpha/2 = 0,025$. Eftersom $0,0327 > 0,025$ kan H_0 inte förkastas.

Samma data ger alltså olika slutsats beroende på mothypotesen. Därför måste hypoteserna bestämmas **innan** vi tittar på data.

På räknaren. `binomCdf(11,0.5,9,11)` $\approx$ `0.0327`.

Uppgiften (Vännman 9.22) är återgiven ur det handskrivna lösningsförslaget ($\alpha_0 \approx 0,0327$), och slutsatserna stämmer med det.

≡ Lektion 16, övning 4 (Vännman 9.23) – Defekta brickor

Sannolikheten att en bricka är defekt ska vara 0,01. I en sändning om 300 brickor hittades 8 defekta. Pröva med direktmetoden $H_0 : p = 0,01$ mot $H_1 : p > 0,01$ på 2 % signifikansnivå.

 Lösning

Modell. η = antal defekta brickor bland 300, $\eta \in \text{Bin}(300, p)$. Under H_0 är $p = 0,01 \leq 0,1$ och $n \geq 10$, så approximativt $\eta \in \text{Po}(300 \cdot 0,01) = \text{Po}(3)$.

α_0 . Stora värden talar för H_1 :

$$\alpha_0 = P(\eta \geq 8 \mid p = 0,01) = 1 - P(\eta \leq 7) \approx 1 - 0,9881 = \boxed{0,0119}$$

(Exakt binomialsannolikhet: 0,0115.)

Slutsats. $\alpha_0 \approx 0,012 < 0,02$, så H_0 förkastas på 2 % signifikansnivå: andelen defekta är större än 0,01.

På räknaren. `1-poissoncdf(3,0,7) ≈ 0.0119`. Den exakta binomialsannolikheten:
`binomcdf(300,0.01,8,300) ≈ 0.0115`.

Uppgiften (Vännman 9.23) är återgiven ur det handskrivna lösningsförslaget ($\alpha_0 \approx 0,0119 < 0,02$), och svaret stämmer med det.

Se även

- Hypotesprövning
- Sammansatta hypoteser
- Styrkefunktion
- Binomialfördelning
- Poissonfördelning

Resurser

- [Khan Academy: P-values and significance tests](#)
- [Wikipedia: p-värde](#)