

Dimensionshomogenitet

19 okt. 2026, 2 min läsning

UTKAST

#fysik #experimentell-metodik #princip

Kurs: F0005T Förkunskaper: Dimensionsanalys

Alla termer som adderas i ett fysikaliskt samband måste ha samma dimension. Principen kallas dimensionshomogenitet och ger ett snabbt sätt att kontrollera ett uttryck: bär två adderade termer olika dimension är något fel.

1. Dimensionen hos en storhet

Dimensionen läses av direkt ur definitionen. Hastighet är längd per tid och acceleration hastighet per tid:

$$[v] = LT^{-1}$$

$$[a] = LT^{-2}$$

Sammanstatta storheter ärver dimensionen från sitt samband. Ur

$$F = ma$$

följer

$$[F] = M \cdot LT^{-2} = MLT^{-2}$$

och på samma sätt ger arbetet $W = Fs$, med $[F] = MLT^{-2}$ och $[s] = L$, dimensionen

$$[W] = ML^2T^{-2}$$

2. Homogenitetsprincipen

Betrakta läget vid konstant acceleration:

$$s = s_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$$

Varje term i högerledet måste ha samma dimension som vänsterledet, alltså längd:

$$[s] = L \quad [s_0] = L$$

$$[v_0 t] = LT^{-1}T = L$$

$$[at^2] = LT^{-2}T^2 = L$$

Uttrycket är homogent. Faktorn $\frac{1}{2}$ är dimensionslös och påverkar ingenting – det är just sådana faktorer dimensionsanalysen inte kan hitta.

3. Att gissa ett samband ur dimensionerna

Antag att pendelns svängningstid beror på längd, massa, tyngdacceleration och utslagsvinkel. Vi gör en potensansats:

$$t = k \cdot l^\alpha m^\beta g^\epsilon \theta^\gamma$$

Dimensionerna hos de ingående storheterna är

$$[t] = T \quad [l] = L \quad [m] = M$$

$$[g] = LT^{-2} \quad [\theta] = 1$$

Vinkeln är dimensionslös och kan därför inte bidra. Kravet på homogenitet ger en ekvation per grunddimension. Tiden finns bara i faktorn

$$(LT^{-2})^\epsilon$$

så exponentmatchning i T ger

$$1 = -2\epsilon \implies \epsilon = -\frac{1}{2}$$

Längden får inte finnas kvar netto, vilket ger

$$0 = \alpha + \epsilon \implies \alpha = \frac{1}{2}$$

och eftersom ingen massa förekommer i vänsterledet är

$$0 = \beta$$

Ansatsen blir därmed

$$t = k \sqrt{\frac{l}{g}} \theta^\gamma$$

4. Vad analysen kunde berätta

Kärnan i resultatet är faktorn

$$\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Massan föll bort helt — pendelns svängningstid beror inte på vikten. Kvar står två okända: konstanten k och vinkelberoendet θ^y . Dem måste vi mäta oss till, för de är dimensionslösa.

Det användbara som ändå går att läsa av är proportionaliteten

$$t \propto \sqrt{l}$$

Fyrdubblad längd ger alltså dubblad svängningstid, eftersom

$$\sqrt{4} = 2$$

Se även

- Dimensionsanalys
- Pi-grupper
- Buckingham's pi-teorem
- Strykmetoden
- Svängning

Resurser

- [Wikipedia: Dimensional analysis](#) 
-
-