

Derivata

Jun 12, 2026, 2 min read

#envariabelanalys

#derivata

Kurs: M0065M Förkunskaper: Gränsvärden, Kontinuitet

1. Definition

Definition

Derivatan av f i punkten a definieras av

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Derivatan mäter funktionens **momentana förändringshastighet**.

Den alternativa formen

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

är ofta praktisk.

2. Geometrisk och fysisk tolkning

- geometriskt: tangentens lutning i punkten $(a, f(a))$
- fysiskt: momentan hastighet om f beskriver läge som funktion av tid

Tangentens ekvation är

$$y = f(a) + f'(a)(x - a)$$

☰ Exempel >

3. Standardregler

Regel	Formel
Konstantregel	$(c)' = 0$
Potensregel	$(x^n)' = nx^{n-1}$
Summaregel	$(f + g)' = f' + g'$
Produktregel	$(fg)' = f'g + fg'$
Kvotregel	$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$
Kedjeregeln	$(f \circ g)'(x) = f'(g(x))g'(x)$

💡 Tip

Kedjeregeln kan sammanfattas som: **yttre derivata gånger inre derivata.**

☰ Kedjeregeln >

4. Deriverbarhet och kontinuitet

💡 Important

Om f är deriverbar i a , så är f också kontinuerlig i a .

Omvändningen gäller däremot inte alltid.

☰ [Klassiskt motexempel](#) >

5. Vanliga derivator

Funktion	Derivata
e^x	e^x
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$

Högre derivator används sedan i [Taylors formel](#) och analys av [Extremvärden](#).

6. Varför derivatan är central

Med derivatan kan man:

- avgöra om en funktion växer eller avtar
- hitta lokala och globala extremvärden
- approximera funktioner med tangenter och [Taylors formel](#)
- koppla ihop förändring och area via [Integraler](#)

Läsning




- [2.1 Tangent Lines](#)

- [2.2 The Derivative](#)

Se även

- [Kontinuitet](#)
- [Extremvärden](#)
- [Taylors formel](#)
- [Integraler](#)

Resurser

- [3Blue1Brown: The derivative](#) 
 - [Khan Academy: Derivative as a concept](#) 
 - [Wikipedia: Derivative](#) 
-