

Comptonspridning

19 okt. 2026, 4 min läsning

UTKAST

#fysik #kvantfysik #fenomen

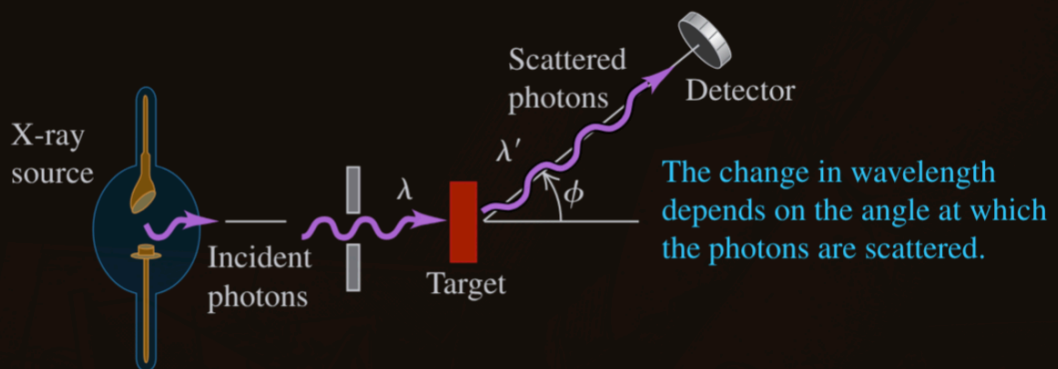
Kurs: F0005T **Förkunskaper:** Fotonen, Rörelsemängd och kollisioner

När röntgenstrålning träffar materia sprids en del av fotonerna med lägre frekvens än den infallande — något vågmodellen inte kan ge, eftersom en våg skulle behålla sin frekvens. Compton härledde våglängdsförskjutningen genom att behandla mötet som en relativistisk kollision mellan en foton och en elektron, med energi och rörelsemängd bevarade — helt i enlighet med partiklar som krockar.

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \phi)$$

Fysika: Fd3 (Comptonspridning, med θ för spridningsvinkeln)

Figure 38.11 A Compton-effect experiment.



Formeln, symbol för symbol

$$\underbrace{\lambda' - \lambda}_{\text{hur mycket längre våglängden blir}} = \underbrace{\frac{h}{mc}}_{\substack{\text{Compton-} \\ \text{våglängden} \\ 2,43 \text{ pm}}} \underbrace{(1 - \cos \phi)}_{\substack{0 \text{ rakt fram,} \\ 2 \text{ rakt bakåt}}}$$

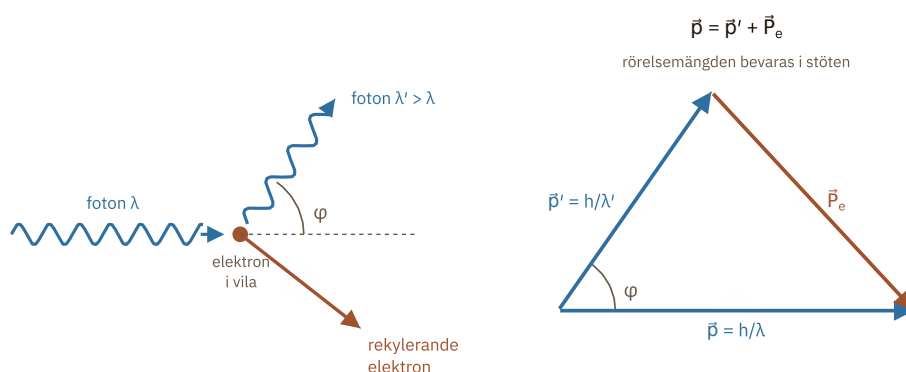
Här är m elektronens massa. Ökningen beror **bara** på spridningsvinkeln ϕ , inte på vilken våglängd man startar med. Den är alltid högst $2h/mc \approx 4,9$ pm, och därför märks den bara för röntgen och gamma.

1. Vågmodell mot fotonmodell

Vågmodellen. Det infallande ljusets elektriska fält får elektronen att svänga med samma frekvens, och elektronen strålar ut igen som en liten antenn. Det spridda ljuset får då **samma** frekvens och våglängd som det infallande.

Fotonmodellen. Spridningen är en kollision mellan två partiklar: en **foton** och en elektron i vila. Fotonen lämnar ifrån sig en del av sin energi och rörelsemängd till elektronen, som rekylerar. Den spridda fotonen har då **mindre** energi och därmed **längre** våglängd, och förändringen beror på vinkeln.

Compton mätte på röntgenstrålning som spreds mot grafit och fann precis det fotonmodellen förutsäger.



Comptonspridning som en stöt. Vänster: fotonen studsar mot en elektron i vila och fortsätter med längre våglängd, medan elektronen rekylerar. Höger: rörelsemängden bevaras, så $\vec{p}$, $\vec{p}'$ och elektronens $\vec{P}_e$ bildar en triangel.

2. Härledningen

Elektronens rekyl kan vara relativistisk, så vi använder relativistisk energi och rörelsemängd.

Beteckningar: infallande foton $p = h/\lambda$ och energi pc , spridd foton $p' = h/\lambda'$ och energi $p'c$, elektronens slutliga rörelsemängd $\vec{P}_e$ och energi E_e med $E_e^2 = (mc^2)^2 + (P_e c)^2$.

Härledning av Comptonformeln

Energins bevarande. Elektronen har först bara sin viloenenergi:

$$pc + mc^2 = p'c + E_e$$

Flytta över och kvadrera:

$$(pc - p'c + mc^2)^2 = E_e^2 = (mc^2)^2 + (P_e c)^2$$

Rörelsemängdens bevarande. $\vec{p} = \vec{p}' + \vec{P}_e$, alltså $\vec{P}_e = \vec{p} - \vec{p}'$. Skalärprodukten med sig själv ger, med ϕ vinkeln mellan $\vec{p}$ och $\vec{p}'$:

$$P_e^2 = p^2 + p'^2 - 2pp' \cos \phi$$

Sätt in. Utveckla vänsterledet och sätt in P_e^2 :

$$p^2 c^2 + p'^2 c^2 + m^2 c^4 - 2pp' c^2 + 2pmc^3 - 2p'mc^3 = m^2 c^4 + p^2 c^2 + p'^2 c^2 - 2pp' c^2 \cos \phi$$

Termerna $p^2 c^2$, $p'^2 c^2$ och $m^2 c^4$ tar ut varandra. Dela med $2c^2$:

$$-pp' + mc(p - p') = -pp' \cos \phi$$

$$mc(p - p') = pp'(1 - \cos \phi)$$

Dela med pp' :

$$\frac{mc}{p'} - \frac{mc}{p} = 1 - \cos \phi$$

Sätt in $p = h/\lambda$ och $p' = h/\lambda'$ och multiplicera med $h/(mc)$:

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \phi)$$

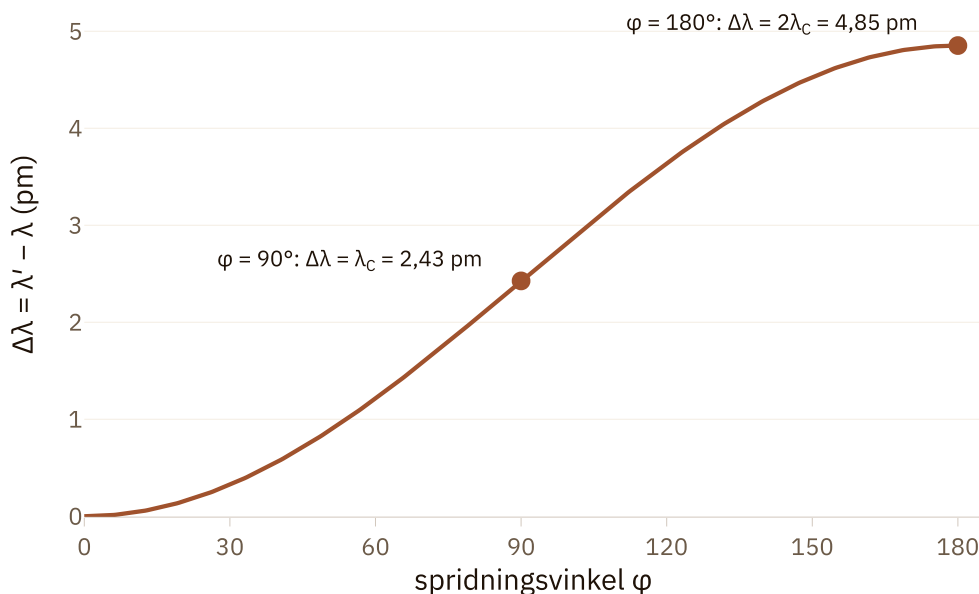
3. Comptonvåglängden

Faktorn framför parentesen har dimensionen längd och kallas elektronens **Comptonvåglängd**:

$$\lambda_C = \frac{h}{m_e c} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34}}{9,109 \cdot 10^{-31} \cdot 2,998 \cdot 10^8} = 2,426 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

Förskjutningen beror bara på vinkeln, inte på den infallande våglängden:

- $\phi = 0$: ingen förskjutning — fotonen har inte krockat.
- $\phi = 90^\circ$: $\Delta\lambda = \lambda_C$.
- $\phi = 180^\circ$ (rakt tillbaka): störst förskjutning, $\Delta\lambda = 2\lambda_C$.



Comptonförskjutningen som funktion av spridningsvinkeln. Den växer från noll rakt fram till $2\lambda_C \approx 4,85$ pm rakt bakåt.

4. Varför bara röntgen?

Förskjutningen är högst 4,85 pm. För synligt ljus med $\lambda = 500$ nm är den relativa ändringen

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \leq \frac{4,85 \cdot 10^{-12}}{500 \cdot 10^{-9}} \approx 10^{-5}$$

vilket är omätbart med enkla medel. För röntgen med $\lambda \sim 0,1$ nm blir den några procent och syns tydligt. Därför krävdes röntgen för att se effekten.

I Comptons mätningar syns också en topp vid den **oförändrade** våglängden. Den kommer från fotoner som sprids mot hårt bundna elektroner, där hela atomen rekylerar. Då ska m i formeln vara atomens massa, och förskjutningen blir försumbar.

5. Elektronens rekylenergi

Energien som fotonen förlorar går till elektronen:

$$K_e = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'}$$

Störst blir den när fotonen studsar rakt tillbaka, $\phi = 180^\circ$.

Vanliga fel

- **λ och λ' byts.** Den spridda fotonen har alltid *längre* våglängd: $\lambda' = \lambda + \Delta\lambda$.
- **Fel vinkel.** ϕ är fotonens spridningsvinkel, mätt från den infallande riktningen – inte elektronens rekylvinkel.
- **Räknaren i radianer.** $\cos 120^\circ = -0,5$; i radianer blir det något helt annat.
- **Energierna subtraheras i fel ordning.** $K_e = hc/\lambda - hc/\lambda'$ är positivt eftersom $\lambda' > \lambda$.
- **Förskjutningen tros bero på λ .** $\Delta\lambda$ beror bara på vinkeln; det är den *relativa* ändringen $\Delta\lambda/\lambda$ som beror på våglängden.

6. Lösta exempel

Exempel – Röntgen spridd 120°

Röntgenfotoner med $\lambda = 0,0500$ nm sprids mot fria elektroner. Bestäm våglängden hos fotoner som sprids 120° och den kinetiska energi som elektronen får.

Lösning

Förskjutningen. $\cos 120^\circ = -0,5$, så

$$\Delta\lambda = \lambda_C(1 - \cos 120^\circ) = 2,426 \text{ pm} \cdot 1,5 = 3,64 \text{ pm}$$

Spridd våglängd.

$$\lambda' = 0,0500 \text{ nm} + 0,00364 \text{ nm} = \boxed{0,0536 \text{ nm}}$$

Elektronens energi. Med $hc = 1240 \text{ eV}\cdot\text{nm}$:

$$K_e = \frac{1240}{0,0500} - \frac{1240}{0,05364} = 24\,800 - 23\,117 \approx \boxed{1,68 \text{ keV}}$$

Fotonen har tappat ungefär 7 % av sin energi.

Ej kontrollerat mot facit – två oberoende lösningar stämmer överens.

≡ Exempel – Största rekylenergin

Röntgenfotoner med $\lambda = 0,100 \text{ nm}$ sprids mot elektroner. Vilken är den största kinetiska energi en elektron kan få?

Lösning

Största energiöverföringen sker vid $\phi = 180^\circ$, där $\Delta\lambda = 2\lambda_C$:

$$\lambda' = 0,100 \text{ nm} + 2 \cdot 0,002426 \text{ nm} = 0,10485 \text{ nm}$$

$$K_{e,\max} = \frac{1240}{0,100} - \frac{1240}{0,10485} = 12\,398 - 11\,825 \approx \boxed{574 \text{ eV}}$$

Ej kontrollerat mot facit – två oberoende lösningar stämmer överens.

Läsning

- 38.3 Light Scattered as Photons: Compton Scattering and Pair Production